NOTAS

SOBRE LA FRACTURA DE LAS VIGAS POR ESFUERZO CORTANTE LONGITUDINAL

(Nota de Laboratorio de Resistencia de Materiales)

Se sabe que una viga soporta, en un punto cualquiera de su longitud y a una ordenada z con respecto a la capa de fibras neutras, una tensión s, normal a su sección transversal, dada por la fórmula

$$s = \frac{Mz}{I} \qquad (1)$$

donde M es el valor del momento de flexión en la sección considerada, e I el momento de inercia de ésta.

Por otra parte, la misma viga soportará en el mismo sitio una tensión s' debida al esfuerzo cortante longitudinal, dada por la expresión

$$s' = \frac{Cm}{Iu} \qquad (2)$$

donde C es el esfuerzo cortante en la sección considerada, u el ancho de la capa de fibras de ordenada z, y m el momento estático, con respecto a la traza de la capa de fibras neutras sobre el plano de la sección, de la porción del área de ésta que queda más allá de la capa de ordenada z.

Supongamos — a sabiendas de que ello no es exacto — que las fórmulas (1) y (2) sean aplicables hasta más allá del límite de elasticidad, hasta la fractura, y entonces, llamando R_f y R'_f las cargas de fractura del material a la tracción o compresión (la menor de ellas) y al esfuerzo cortante, respectivamente, M_f y C_f el momento flector y el esfuerzo cortante de fractura en la sección considerada, tendremos:

$$M_f = \frac{R_f I}{v} \qquad (3)$$

$$C_f = \frac{R'_f I u_o}{m_o}$$

donde v es el valor máximo de z, u_0 el ancho de la capa neutra, m_0 el momento estático con respecto a la traza de la capa neutra, de la parte de la sección transversal que queda encima (o debajo) de dicha traza: así obtenemos los valores mínimos de M_f y de C_f que determinan la fractura (porque hemos dado a z y a m sus valores máximos v y m_0; y a u, si no es constante como suele serlo en las vigas de madera, le hemos dado su valor mínimo como en las vigas de acero en doble T).

Ahora bien, la fractura se produce generalmente: o por claudicación de las fibras más altas o más bajas ante un valor exagerado del momento flector, o por claudicación de las fibras neutras ante un valor exagerado del esfuerzo constante. Pero esto último sólo es de temerse en dos casos: 1º, en las vigas perfiladas de alma muy delgada; y 2º, en las vigas muy cortas, en que las cargas aplicadas pueden producir un gran esfuerzo cortante sin producir un gran momento flector.

La fractura por esfuerzo cortante transversal no llega a producirse nunca, porque las fibras medias, que son las más castigadas por él, están encuadradas por fibras en que esta tensión es progresivamente menor, así que no pueden experimentar la deformación indispensable para la fractura.

En los ensayos de Resistencia de Materiales, es interesante producir la fractura de una viga por esfuerzo cortante longitudinal. Generalmente se efectúan las pruebas aplicando a la viga una fuerza aislada P en su puesto medio, y es útil determinar la longitud máxima de la viga para que la fractura se produzca en la forma indicada, y no por claudicación de las fibras extremas ante las tensiones normales a una sección transversal. Supongamos una viga de madera de ancho a, peralte b, longitud l, cargada con un peso aislado en su punto medio: el momento máximo de flexión será $\frac{1}{4} Pl$, el esfuerzo cortante $\frac{1}{2} P$, y tendremos (llamando P_f la carga que produce la fractura por momento flector, P'_f la carga que produce la fractura por esfuerzo cortante),

$$\frac{1}{4} P_f l = R_f \frac{1}{6} ab^2$$

$$\frac{1}{2} P'_f = R'_f \frac{1}{3} ab$$

de donde

$$P_f = \frac{2}{3} R_f \frac{ab^2}{l}$$

$$P'_f = \frac{2}{3} R'_f ab \qquad (4)$$

Necesitamos que la fractura se produzca precisamente por resbalamiento longitudinal, para lo cual será menester que la carga P necesaria para producir

la fractura por el valor del momento de flexión sea superior a la necesaria para producirla por el valor del esfuerzo cortante, o sea que deberemos tener

$$P'_f < P_f$$

es decir

$$R'_f ab < R_f \frac{ab^2}{l}$$

de donde

$$l < \frac{R_f}{R'_f} b \qquad (5)$$

En realidad, la fractura se producirá por esfuerzo cortante longitudinal antes que por claudicación de las fibras extremas, aun para valores de l bastante mayores que los dados por esta desigualdad; debido a que, por no ser válida la ley de Hooke más allá del límite de elasticidad, las tensiones s en las fibras extremas son notablemente menores que las que resultarían de aplicar la fórmula (1); fenómeno conocidísimo y acerca del cual insisten todos los autores.

Pero si designamos por R''_f el módulo de fractura (1) y lo substituímos en lugar de R_f en la (5), tendremos un efectivo valor límite de l por debajo del cual la fractura se producirá por esfuerzo cortante longitudinal: llamando L a la longitud de la viga cuando su valor máximo va a ser determinado con este criterio, tendremos:

$$L < \frac{R''_f}{R'_f} b \qquad (6)$$

Sin embargo, si queremos estar prácticamente seguros de que la fractura se ha de producir precisamente por resbalamiento longitudinal, será prudente dar a nuestra viga una longitud bastante menor que la calculada por la fórmula (6): lo daremos, por ejemplo, una longitud que satisfaga a la fórmula (5).

Supongamos que se tiene una madera para la cual

$$\left.\begin{aligned} R'_f &= 45 \text{ Kg/cm}^2 \\ R''_f &= 400 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}\right\} \text{(valores para fuerzas que operan paralelamente a la dirección de las fibras).}$$

(Como se sabe, los valores de estas cantidades varían enormemente de una madera a otra. Los valores que se acaban de indicar representan el resultado de

(1).—Se llama *módulo de fractura* el valor que daría para R_f la fórmula (3) si se reemplazase en ella M_f por el valor del momento flector capaz de producir efectivamente la fractura de la viga.

varios ensayos hechos en el Laboratorio de Resistencia de Materiales de nuestra Universidad con muestras de Pino Oregón del comercio, que es la madera estructural por excelencia usada en Lima y gran parte del Perú. El valor de R'_f es un valor medio digno de gran confianza como que resulta de varias determinaciones notablemente concordantes. El de R''_f puede considerarse como un valor mínimo).

Entonces debemos tener

$$L < 9\,b$$

Supongamos una vigueta de madera de 4 × 8" de escuadría, o sea de 10 × 20 cm.: tendremos

$$P'_f = 45 \times \frac{2}{3} \times 10 \times 20 = 6000 \text{ Kg.}$$

Esta vigueta deberá romperse por resbalamiento longitudinal si

$$L < 9 \times 20 = 180 \text{ cm.}$$

(Para mayor seguridad, le daremos una longitud apreciablemente menor).

Si tenemos una viga un poco larga relativamente a los valores de l y L que se han calculado, y queremos sin embargo, verla fracturarse por resbalamiento longitudinal, podemos lograrlo aplicándole una carga excéntrica, mucho más próxima a uno de sus extremos que al otro: así lograremos disminuír el valor del momento máximo de flexión (y por lo tanto alejar la posibilidad de un tipo de fractura que ahora no deseamos ver producirse), y aumentar el esfuerzo cortante en la parte de la viga comprendida entre la carga y el apoyo más cercano.

No debe olvidarse que, principalmente en las vigas de madera, suelen producirse fracturas locales en los puntos de aplicación de las cargas aisladas y de las reacciones, debido a la acumulación de esfuerzos que allí se produce.

La determinación experimental del valor de P'_f nos dará una buena manera de calcular R'_f mediante la fórmula (4).

Cristóbal de LOSADA Y PUGA.