

CAPITULO 1: LOS FLUIDOS Y SUS PROPIEDADES

1.1 Sistemas de unidades

El cuadro que sigue resume los principales sistemas de unidades todavía en uso. Debajo del nombre de cada sistema se indican sus tres unidades fundamentales, de modo que todas las restantes son magnitudes derivadas que se pueden expresar en términos de las fundamentales.

| Sistema | $F = m \cdot a$ | $W = m \cdot g$ |
|------------------|---|--|
| Técnico (LFT) | $1 \text{ kg} = 1 \text{ UTM} \times 1 \text{ m/sg}^2$ | $1 \text{ kg} = 1 \text{ kg}_m \times 9.8 \text{ m/sg}^2$ |
| MKS (LMT) | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}_m \times 9.8 \text{ m/sg}^2$ | |
| cgs (LMT) | $1 \text{ d} = 1 \text{ gr}_m \times 1 \text{ cm/sg}^2$ | $1 \text{ gr} = 1 \text{ gr}_m \times 980 \text{ cm/sg}^2$ |
| Inglés (LFT) | $1 \text{ lb} = 1 \text{ slug} \times 1 \text{ pie/sg}^2$ | $1 \text{ lb} = 1 \text{ lb}_m \times 32.2 \text{ pie/sg}^2$ |

es decir,

| |
|--|
| $1 \text{ UTM} = 9.8 \text{ kg}_m$ |
| $1 \text{ kg} = 9.8 \text{ Newton}$ |
| $1 \text{ gr} = 980 \text{ dinas}$ |
| $1 \text{ kg} = 9.8 \times 10^5 \text{ dinas}$ |
| $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dinas}$ |
| $1 \text{ slug} = 32.2 \text{ lb}_m$ |

1.2 Los fluidos

Los cuerpos de la naturaleza, atendiendo a su aspecto físico, pueden ser sólidos y fluidos, comprendiendo estos últimos a los líquidos y los gases. Cuando volcamos sobre una mesa un poco de agua o echamos una bocanada de humo apreciamos que tanto el agua como el humo fluyen con facilidad. Los fluidos, a diferencia de los sólidos, y debido a su constitución molecular, pueden cambiar continuamente las posiciones relativas de sus moléculas sin ofrecer resistencia apreciable a la deformación.

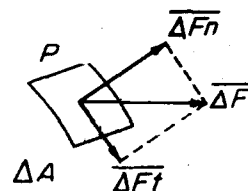
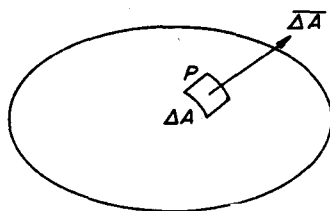
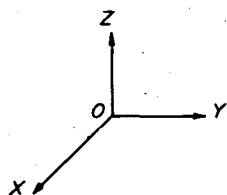
Pero entre los líquidos y los gases también hay diferencias. Considerando un mismo volumen de líquido y de gas, vertiéndolos en dos recipientes iguales se aprecia que el líquido adopta la forma del recipiente y permanece quieto con una superficie libre horizontal, mientras que el gas se expande hasta ocupar todo el recipiente para adquirir recién el equilibrio estático.

Los líquidos son prácticamente incompresibles mientras que los gases son muy compresibles; esta es la otra diferencia importante. En la práctica se considera que el agua es incompresible (salvo contados casos en que está sometida a grandes presiones) y que los gases son compresibles (salvo contados casos en que están sometidos a presiones muy pequeñas).

El continuo.- La estructura molecular real de los fluidos es tal que entre las moléculas hay espacios más o menos apreciables. Por "velocidad en un punto" se entendería la velocidad de la molécula que ocupa ese punto y en un medio así no sería aplicable el análisis matemático. Por esta razón se introduce la hipótesis de que el fluido es un medio continuo, en el cual por "velocidad en un punto" se entiende la velocidad media de las moléculas que rodean el punto, y en el cual varían también de modo continuo a través del fluido los parámetros de estudio: velocidad, densidad, presión, aceleración, etc. (o son constantes por supuesto). En un medio así, sin espacios vacíos, ya es aplicable el análisis matemático.

1.3 Fuerzas en el interior de un fluido

Supongamos que en un fluido en movimiento se aísla idealmente un cierto volumen limitado por la superficie S . El efecto de la masa fluida que rodea a la porción aislada es un conjunto de fuerzas desigualmente distribuidas sobre S denominadas fuerzas de superficie. Si se considera en S el elemento de área ΔA correspondiente a un punto P , este elemento ΔA puede representarse por el vector $\overline{\Delta A}$, normal al elemento ΔA . Este vector se considera positivo hacia afuera de la porción aislada.



Si en el punto P actúa la fuerza de superficie $\overline{\Delta F}$, se define esfuerzo, en general, en el punto P a la expresión:

$$s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta F}}{\Delta A} = \frac{d\overline{F}}{dA}$$

La fuerza $\overline{\Delta F}$ en el punto P puede descomponerse en dos direcciones, una normal al elemento de área ($\overline{\Delta F}_n$) y otra tangencial ($\overline{\Delta F}_t$), que generan respectivamente los esfuerzos: normal (σ) y cortante (τ). Se considera que el esfuerzo normal es positivo cuando se trata de una tensión (como en la figura) y negativo cuando se trata de una compresión. Si uno lo desea cada esfuerzo puede descomponerse en las direcciones X , Y , Z .

Además de las fuerzas de superficie, en cada punto del volumen aislado actúan las fuerzas de cuerpo. Estas fuerzas se expresan por unidad de masa y su expresión cartesiana es:

$$\overline{M} = X\overline{i} + Y\overline{j} + Z\overline{k}$$

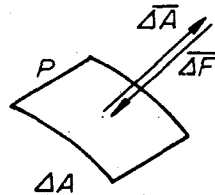
El eje Z se hace coincidir con la vertical terrestre, de modo que si la única fuerza de cuerpo es el peso:

$$X = 0 \quad Y = 0 \quad Z = -g$$

Presión.- Hay dos circunstancias en que sobre el elemento de área ΔA la fuerza de superficie ΔF es normal al elemento:

- * cuando el fluido está en reposo
- * cuando estando el fluido en movimiento se asume que la componente tangencial ΔF_t es nula (hipótesis de líquido ideal).

La primera situación es real, la segunda hipotética.



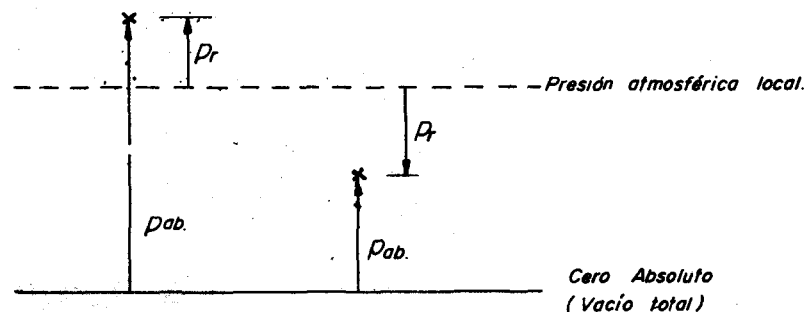
En estas condiciones se define presión en el punto P a la expresión:

$$-p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

obedeciendo el signo menos a que la fuerza $\overline{\Delta F}$ produce un esfuerzo de compresión.

Nótese que la presión queda definida como el cociente de dos escalares y que por lo tanto ella misma es un escalar. Al actuar la presión sobre un elemento de área genera sí una fuerza.

Para referirse al valor numérico de la presión hay necesidad de distinguir entre presión relativa y presión absoluta. La primera se mide por encima (positiva) o por debajo (negativa) de la presión atmosférica local y la segunda (siempre positiva) a partir del cero absoluto que corresponde al vacío completo.



Las presiones relativas son medidas con instrumentos llamados manómetros y por eso se denominan también presiones manométricas.

1.4 Densidad. Peso específico. Gravedad específica

Se define densidad (ρ) a la masa de fluido contenida en la unidad de volumen:

$$\rho = \frac{M}{V_0}$$

y peso específico (γ) al peso de fluido contenido en la unidad de volumen:

$$\gamma = \frac{W}{V_0}$$

Se verifica que $\gamma = \rho g$

Se define gravedad específica (g.e.) a la relación entre la masa (o el peso) de un cierto volumen del fluido y la masa (o el peso) del mismo volumen de agua.

Se verifica:

$$\text{g.e.} = \frac{\rho}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{agua}}}$$

Otro concepto relacionado es el de volumen específico (v_s), definido como el volumen ocupado por la unidad de masa. Viene a ser la inversa de la densidad:

$$v_s = \frac{1}{\rho}$$

La densidad y el peso específico de los líquidos dependen sólo de la temperatura y sus valores disminuyen al aumentar ésta. Los valores estándar para el agua son los que corresponden a la temperatura de 4°C:

$$\rho \approx 102 \frac{\text{kg } \text{sg}^2}{\text{m}^4}$$

$$\gamma = 1,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La densidad y el peso específico de los gases varían con la temperatura y la presión, según la ecuación de estado de los gases perfectos. Los valores estándar para el aire son los que corresponden a 15°C y la presión atmosférica al nivel del mar:

$$\rho \approx 0.125 \frac{\text{kg } \text{sg}^2}{\text{m}^4}$$

$$\gamma \approx 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

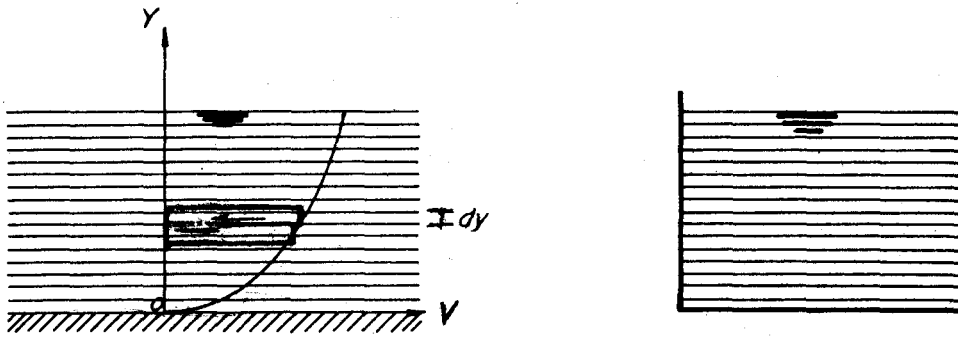
1.5 Viscosidad

Cuando volcamos sobre una superficie plana agua y un aceite lubricante observamos que el agua se deforma con más facilidad que el aceite. Decimos entonces que el aceite es más viscoso que el agua.

La viscosidad de los fluidos es una medida de la resistencia que estos oponen a ser deformados. Es una propiedad que la ejercitan los fluidos sólo cuando son obligados al movimiento.

Los líquidos son más viscosos que los gases.

Si en un canal rectangular inclinado se mueve un líquido con velocidad relativamente pequeña, se verifica que el flujo se produce en forma de capas o láminas (movimiento laminar) de espesor diferencial y con velocidades variando según una ley parabólica:



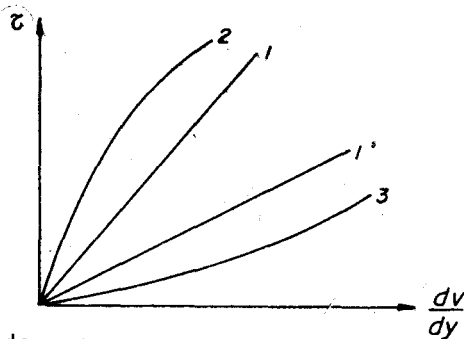
La ley de Newton de la viscosidad establece que el esfuerzo tangencial que se produce entre dos láminas separadas una distancia dy , que se desplazan con velocidades v y $v + dv$ es proporcional al gradiente de velocidad:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

La constante de proporcionalidad μ es diferente para cada fluido, y es una magnitud que mide la viscosidad del fluido; se llama viscosidad dinámica.

Nótese en el dibujo cómo en el fondo el gradiente es más grande y por lo tanto el esfuerzo de corte ahí (τ_0) es mayor y va disminuyendo hacia arriba.

Los fluidos que se comportan según esta ley son denominados newtonianos los que tienen comportamiento diferentes no newtonianos.



1 newtonianos
2, 3 ... no newtonianos

Las dimensiones de μ son:

$$|\mu| = \frac{|\tau|}{\left|\frac{dv}{dy}\right|} = \frac{FL^{-2}}{T^{-1}} = \frac{FT}{L^2} = \frac{MLT^{-2} \cdot T}{L^2} = \frac{M}{LT}$$

La unidad de viscosidad dinámica en el sistema c.g.s. se llama poise y vale:

$$1 \text{ poise} = \frac{1 \text{ dina} \cdot \text{sg}}{\text{cm}^2} = \frac{1 \text{ gr}_m}{\text{cm} \cdot \text{sg}}$$

Para presiones ordinarias la viscosidad de los fluidos es independiente de la presión y depende únicamente de la temperatura.

En los líquidos al aumentar la temperatura disminuye la viscosidad; en los gases es al revés, es decir al aumentar la temperatura aumenta la viscosidad.

Muchas veces es más cómodo trabajar con la viscosidad cinemática, definida como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

y cuyas unidades resultan:

$$|\nu| = \frac{|\mu|}{|\rho|} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} = \frac{L^2}{T}$$

La unidad de viscosidad cinemática en el sistema c.g.s. se llama stoke y vale:

$$1 \text{ stoke} = \frac{1 \text{ cm}^2}{\text{sg}}$$

Comentario.- De acuerdo a la ley de Newton,

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

el esfuerzo de corte es nulo en cualquiera de los siguientes casos:

- * cuando el fluido está en reposo ($\frac{dv}{dy} = 0$);
- * cuando el fluido que está en movimiento se supone no viscoso (hipótesis de líquido ideal $\mu = 0$);
- * cuando el líquido real, viscoso, se mueve con una velocidad relativamente grande de manera que se produce una buena mezcla del líquido y la distribución de velocidades se uniformiza acercándose a un rectángulo (ν constante y $\frac{dv}{dy} = 0$).

1.6 Compresibilidad

Cuando a un fluido en reposo se aplica un incremento de presión (Δp), experimenta una disminución unitaria de volumen ($-\frac{\Delta V_0}{V_0}$). Se define módulo de elasticidad volumétrica del fluido (E) como la relación:

$$E = \frac{\Delta p}{-\frac{\Delta V_0}{V_0}}$$

Según las experiencias realizadas, en condiciones normales el agua experimenta una pequeña disminución unitaria de volumen de 0.00005 por cada incremento de presión de una atmósfera (1.033 kg/cm^2). Por eso su valor estándar de E es:

$$E \approx 21,000 \text{ kg/cm}^2$$

Desde el punto de vista práctico esto conduce a considerar el agua como incompresible (densidad constante), salvo en aquellos casos de excepción en

que está sometida a presiones muy grandes como ocurre en el fenómeno del golpe de ariete.

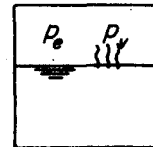
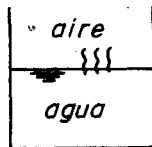
Los gases por el contrario son altamente compresibles por lo que su densidad es variable, salvo en aquellos casos de excepción en que el aire está sometido a presiones muy pequeñas como ocurre en los ventiladores y ductos de ventilación.

Perturbación de la presión.- Cualquier perturbación en la presión del agua en una tubería se propaga en forma de onda, cuya velocidad (celeridad) es igual a la velocidad de propagación del sonido a través del líquido:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

1.7 Presión de vapor. Cavitación

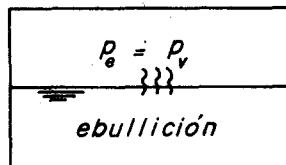
Los líquidos tienden a evaporarse. Las moléculas liberadas en forma de vapor humedecen el aire seco de encima de la superficie.



En un recipiente cerrado las moléculas de vapor ejercen una presión parcial (p_v) llamada presión de vapor, independientemente de la presión existente (p_e).

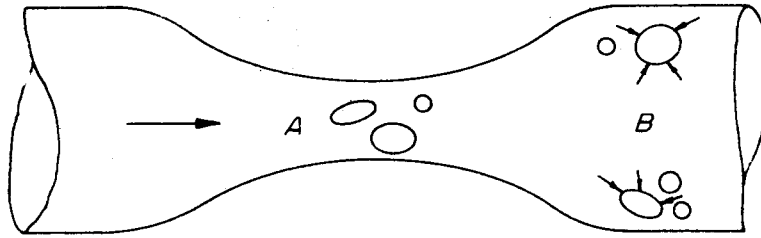
La presión de vapor de un líquido dado depende de su temperatura y aumenta con ella.

Cuando la presión existente (p_e) se iguala a la presión de vapor del líquido (p_v), éste hierve. La temperatura de este momento se llama temperatura de ebullición y se produce un intercambio equilibrado de moléculas del líquido y del aire. Si la presión p_e es muy pequeña el líquido hierve a baja temperatura.



En el caso del agua en contacto con el aire, como al nivel del mar la p_e es 1.033 kg/cm^2 el agua hierve a 100°C porque para esta temperatura $p_v = 1.033 \text{ kg/cm}^2$. Conforme se asciende la p_e disminuye y el agua hierve a menores temperaturas:

Cavitación.- En la práctica de la hidráulica hay situaciones en que el agua resulta con presiones muy pequeñas (p_e) y si los valores son tan bajos que se acercan a la presión de vapor (p_v), parte del agua entra en ebullición con desprendimiento de burbujas de vapor, Véase zona A.



tubería con estrechamiento

Estas bolsas de vapor son arrastradas a la zona B donde la presión del líquido es mayor y entonces se produce una "implosión" de las burbujas con el siguiente efecto:

- * aparición de ruidos molestos
- * daños en las paredes en forma de picaduras.

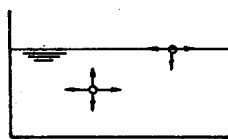
A este fenómeno se denomina cavitación.

Situación similar a la expuesta se presenta con frecuencia en el cuerpo de las bombas y de las turbinas hidráulicas. Cuando estas máquinas son desmontadas se aprecian de manera impresionante los efectos perniciosos de la cavitación.

Comentario.- En la práctica existen numerosas circunstancias en que se puede producir el fenómeno de la cavitación. Afortunadamente existen pautas para prevenirlo.

1.8 Tensión superficial. Capilaridad

Una molécula en el interior de un líquido en reposo está sometida a la acción de fuerzas moleculares de cohesión en todas las direcciones. Estas fuerzas se compensan y dan resultante nula.



No ocurre lo mismo en una molécula de la superficie libre donde sí hay una fuerza de cohesión no equilibrada en dirección hacia el líquido. Se define tensión superficial de un líquido (σ) al trabajo que debe realizarse para elevar moléculas en número suficiente del interior hasta la superficie libre para crear una nueva unidad de área. Sus unidades son:

$$|\sigma| = \left| \frac{\text{kg-m}}{\text{m}^2} \right| = \left| \frac{\text{kg}}{\text{m}} \right|$$

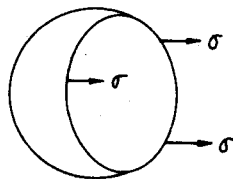
También se puede definir como la fuerza necesaria para mantener en equilibrio la unidad de longitud de la película superficial. Numéricamente y dimensionalmente es lo mismo. La tensión superficial del agua a 20°C vale:

$$\sigma = 0.0074 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

y este valor disminuye conforme aumenta la temperatura.

Los efectos de la tensión superficial que son de interés del ingeniero son dos:

- * debido a la tensión superficial la presión dentro de una gota de agua, o de un chorro delgado, es mayor que la exterior:

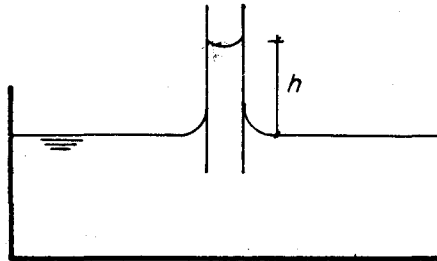


$$p \cdot \pi r^2 = \sigma \cdot 2 \pi r$$

$$p = \frac{2 \sigma}{r}$$

Nótese cómo si la presión exterior es la atmosférica, entonces p es una presión relativa positiva; también cómo cuanto menor es el radio mayor es la presión.

- * debido a la tensión superficial, cuando un tubo de pequeño diámetro se sumerge en el agua, 1º) el agua moja el tubo porque la adhesión agua-tubo es mayor que la cohesión del agua y 2º) el agua asciende una pequeña altura (h). A este fenómeno se llama ascenso capilar y tiene lugar en tubos de diámetro reducido y también en los suelos.



1.9 Los gases

El comportamiento de los gases es diferente al de los líquidos y su estudio requiere de consideraciones termodinámicas. El estudio de los gases se simplifica bastante si es que aproximadamente se comportan como los llamados gases perfectos. Afortunadamente en muchos casos es así.

La ecuación de estado de un gas perfecto relaciona el número mínimo de parámetros que son necesarios para definir el estado del gas. Se expresa:

$$p = \gamma R_0 T = \rho g R_0 T = \rho R T$$

p .. presión absoluta en kg/m^2

g .. $9.8 \text{ m}/\text{sg}^2$

T .. temperatura en ° Kelvin

R_0 .. constante para cada gas. Para el aire su valor es:

$$= 29.3 \frac{\text{m}}{\text{°K}}$$

R .. $g R_0$

γ .. peso específico del gas en kg/m^3

ρ .. densidad del gas en $\frac{\text{kg}\cdot\text{sg}^2}{\text{m}^4}$

En los gases perfectos se supone que ante la adición de una pequeña cantidad de calor el proceso de cambio de las propiedades del gas es muy lento, que los cambios de temperatura y presión son muy pequeños, que el sistema se conserva siempre en equilibrio y que por lo tanto puede ser considerado homogéneo.

Procesos termodinámicos

- a) proceso a volumen constante: cuando los cambios de temperatura o de presión tienen lugar sin cambiar el volumen específico del gas.

$$v_{s1} = v_{s2} = \text{constante}$$

- b) proceso isobárico o a presión constante: si es que durante el proceso no cambia la presión del gas.

$$p_1 = p_2 = \text{constante}$$

$$\rho_1 R T_1 = \rho_2 R T_2 = \text{cte.}$$

$$\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 = \text{cte.}$$

$$\frac{1}{\rho_1 T_1} = \frac{1}{\rho_2 T_2} = \text{cte.}$$

$$\frac{v_s}{T} = \text{cte.}$$

- c) proceso isotérmico o a temperatura constante: si es que durante el proceso no cambia el producto RT,

$$R_1 T_1 = R_2 T_2 = \text{constante}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} = \text{cte.}$$

$$p_1 v_{s1} = p_2 v_{s2} = \text{cte.}$$

- d) proceso adiabático o sin adición de calor: si además el proceso es reversible, es decir si no se produce fricción se denomina isentrópico y se cumple:

$$\frac{p_1}{\rho_1^K} = \frac{p_2}{\rho_2^K} = \text{cte.}$$

K ... constante de cada gas. Para el aire vale 1.4

Ecuación politrópica. Es una ecuación general que rige para cada uno de los procesos precedentes.

$$p v_s^n = \frac{p}{\rho^n} = \text{cte.}$$

n = 0 en los procesos isobáricos

n = 1 en los procesos isotérmicos

n = K en los procesos isentrópicos

1.10 Mecánica de fluidos y ciencias afines

La mecánica de fluidos viene a ser la mecánica general aplicada al estudio de los fluidos en reposo y en movimiento, por lo que se emplean los mismos principios generales:

- conservación de la masa,
- conservación de la energía,

- leyes del movimiento de Newton;

para el estudio de los fluidos compresibles o gases se emplean además algunos principios de la termodinámica.

La hidromecánica es la mecánica de fluidos orientada al estudio preferente del agua.

La hidrodinámica es la ciencia que se ocupa del estudio de los fluidos ignorando su viscosidad. Como en la práctica se dan situaciones en las que el efecto de la viscosidad del agua resulta insignificante, se aprovecha el avance logrado por esta ciencia.

La hidráulica o hidrotecnia no es sino la hidromecánica orientada a la solución de problemas específicos de ingeniería relacionados con el agua.

1.11 Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1.- Deducir el valor de la gravedad en unidades inglesas.

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{sg}^2} = 9.81 \times 3.28 \frac{\text{pie}}{\text{sg}^2} = 32.2 \frac{\text{pie}}{\text{sg}^2}$$

Ejemplo 2.- Deducir las relaciones entre las unidades HP, CV y Kw.

$$1 \text{ HP} = 76 \frac{\text{kg-m}}{\text{sg}}$$

$$1 \text{ CV} = 75 \frac{\text{kg-m}}{\text{sg}}$$

$$1 \text{ Kw} = 1,000 \text{ W} = 1,000 \frac{\text{N-m}}{\text{sg}} = 102 \frac{\text{kg-m}}{\text{sg}}$$

$$\text{es decir: } 1 \text{ Kw} = 1.34 \text{ HP} = 1.36 \text{ Kw}$$

Ejemplo 3.- Obtener el valor de la presión atmosférica al nivel del mar en lb/pie^2 y en lb/pg^2 .

$$p = 1.033 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 10,330 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 10,330 \times \frac{2.2}{(3.28)^2} = 2,112 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2}$$
$$= 14.7 \frac{\text{lb}}{\text{pg}^2}$$

Ejemplo 4.- Expresar la presión atmosférica al nivel del mar en altura equivalente de agua y de mercurio.

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{10,330}{1,000} = 10.33 \text{ m} = 34 \text{ pies}$$

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{10,330}{13.6 \times 1,000} = 0.760 \text{ m}$$

Ejemplo 5.- Expresar el peso específico del agua en lb/pie^3 .

$$\gamma = 1,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,000 \times \frac{2,203}{(3.28)^3} = 62.4 \text{ lb/pie}^3$$

Ejemplo 6.- ¿Cuál es la gravedad específica del mercurio en unidades inglesas?

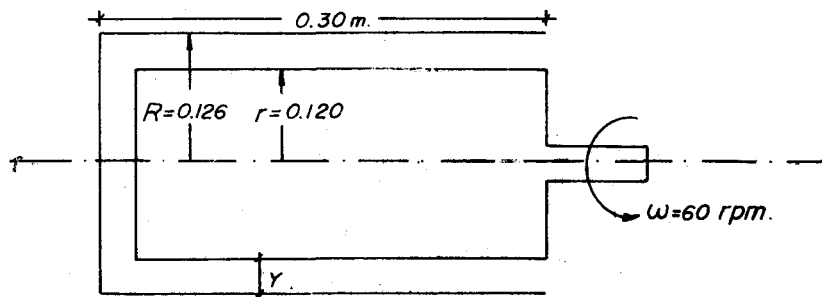
g.e. = 13.6 , independientemente del sistema de unidades.

Ejemplo 7.- Si la viscosidad aproximada del agua a 20°C es $10^{-4} \frac{\text{kg-sg}}{\text{m}^2}$ expresar este valor en poises.

$$1 \text{ poise} = 1 \frac{\text{dina-sg}}{\text{cm}^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore 10^{-4} \frac{\text{kg-sg}}{\text{m}^2} &= 10^{-4} \times \frac{9.8 \times 10^5 \text{ dina-sg}}{10^4 \text{ cm}^2} \approx 0.01 \text{ poises} \\ &= 1 \text{ centipoise} \end{aligned}$$

Ejemplo 8.- Un cilindro de 12 cm de radio gira coaxialmente en el interior de un cilindro fijo de 12.6 cm de radio. Ambos cilindros tienen una longitud de 30 cm. Determinar la viscosidad del líquido que llena el espacio entre los dos cilindros si se necesita un par de 9 kg-cm para mantener una velocidad angular uniforme de 60 RPM.



Como la distancia "y" es muy pequeña se puede suponer una distribución lineal de velocidades



$$\begin{aligned} v = \text{velocidad tangencial} &= \omega r = \left(\frac{60}{60} \times 2\pi\right) \frac{\text{rad}}{\text{sg}} \times (0.12) \text{ m} \\ &= 0.754 \text{ m/sg} \end{aligned}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{v}{y} = \mu \frac{0.754}{0.006} = 125.7 \mu$$

como el sistema está en equilibrio:

par aplicado = par resistente

$$0.09 \text{ kg-m} = \tau \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\right) \cdot A(\text{m}^2) \text{ brazo (m)}$$

$$0.09 = (125.7 \mu)(2\pi \cdot 0.123 \times 0.30)(0.123)$$

$$\text{de aquí: } \mu = 0.0251 \frac{\text{kg-sg}}{\text{m}^2}$$

Ejemplo 9.- Encontrar la expresión del módulo de elasticidad volumétrico de los líquidos en términos de la densidad.

$$\text{por definición: } E = \frac{\Delta p}{-\frac{\Delta V_0}{V_0}}$$

cuando el líquido es comprimido la masa no cambia:

$$m = \text{cte}$$

$$\rho V_0 = \text{cte}$$

diferenciando: $d(\rho V_0) = 0$

$$\rho dV_0 + V_0 d\rho = 0 \rightarrow -\frac{dV_0}{V_0} = \frac{d\rho}{\rho}$$

es decir: $E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}}$

Ejemplo 10.- Encontrar el valor del peso específico del agua cuando es so metida a una presión de 700 kg/cm².

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \gamma}{\gamma}}$$

despejando: $\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \frac{\Delta p}{E} = \frac{700}{21,000} = 0.033$

$$\Delta \gamma = 0.033 \gamma = .33 \text{ kg/m}^3$$

es decir, $\gamma = 1,000 + 33 = 1,033 \text{ kg/m}^3$

Ejemplo 11.- Calcular la presión a 1,500 m de profundidad en el mar,

- a) considerando el agua incompresible ($\gamma = 1,025 \text{ kg/m}^3$)
 b) considerando el agua compresible ($E = 21,000 \text{ kg/cm}^2$)

a) $p = \gamma h = 1,025 \times 1,500 \text{ kg/m}^2 = 153.75 \text{ kg/cm}^2$

b) $E = \frac{dp}{\frac{d\gamma}{\gamma}} \dots\dots (\alpha)$

$$dp = E \frac{d\gamma}{\gamma}$$

$$\int_0^d dp = E \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{d\gamma}{\gamma}$$

$$p = E \ln \frac{\gamma}{\gamma_0} \dots\dots (\beta)$$

escribiendo en (α) $dp = \gamma dh$:

$$E = \frac{\gamma dh}{\frac{d\gamma}{\gamma}} = \frac{\gamma^2 dh}{d\gamma}$$

$$dh = E \gamma^{-2} d\gamma$$

$$\int_0^h dh = E \int_{\gamma_0}^{\gamma} \gamma^{-2} d\gamma$$

$$(h)_o = \left(\frac{-E}{\gamma}\right) \gamma_o$$

$$h = \frac{E}{\gamma_o} - \frac{E}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{E \gamma_o}{E - \gamma_o h} = 1,032.6 \text{ kg/m}^3$$

reemplazando en (β):

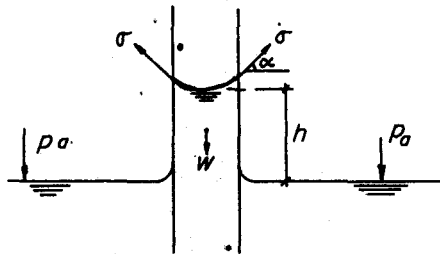
$$p = 21,000 \text{ kg} \times \frac{1,032.6}{1,025}$$

$$= 154.76 \text{ kg/cm}^2$$

Ejemplo 12.- Si la presión de vapor del agua a 20°C es aproximadamente 0.024 kg/cm², expresarla en altura equivalente de agua.

$$\frac{p_v}{\gamma} = \frac{240}{1,000} = 0.24 \text{ m}$$

Ejemplo 13.- Calcular la altura aproximada a la que asciende el agua en un tubo capilar de 1 mm de diámetro en contacto con la atmósfera.



Condición de equilibrio estático: $\sum F_v = 0$

$$\sigma \text{ sen } \alpha \cdot 2 \pi r = \gamma \cdot \pi r^2 h$$

$$h = \frac{2 \pi r \sigma \text{ sen } \alpha}{\gamma \pi r^2}$$

$$h = \frac{2 \sigma \text{ sen } \alpha}{\gamma r}$$

para el agua a 20°C el valor de la tensión superficial agua-aire (σ) es de aproximadamente 0.074 gr/cm y el ángulo de contacto (α) para tubo limpio se puede suponer igual a 90°.

Reemplazando:

$$\sigma = 0.074 \text{ gr/cm}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\gamma = 1 \text{ gr/cm}^3$$

$$r = 0.05 \text{ cm}$$

$$h = \frac{2 \times 0.074}{1 \times 0.05} = 2.96 \approx 3 \text{ cm}$$

Ejemplo 14.- Hallar el valor del peso específico (γ) del aire a la presión atmosférica, al nivel del mar, a 15°C.

ecuación de estado de los gases perfectos: $p = \gamma R_0 T$

es decir, $\gamma = \frac{p}{R_0 T}$

reemplazando: $p = 10,330 \text{ kg/m}^2$

$$R_0 = 29.3 \frac{\text{m}}{\text{°K}}$$

$$T = 15 + 273 = 288^\circ\text{K}$$

$$\gamma = \frac{10.330}{29.3 \times 288} \approx 1.225 \text{ kg/m}^3$$

Ejemplo 15.- Deducir una fórmula aproximada que permita obtener la presión atmosférica de un lugar conocida su altura sobre el nivel del mar.

$$dp = -\gamma dh$$

se puede suponer que la temperatura de la atmósfera no cambia, es decir,

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma_0}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{p_0} \cdot p$$

reemplazando: $dp = -\frac{\gamma_0}{p_0} p dh$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\int_0^h \frac{\gamma_0}{p_0} dh$$

$$\ln \frac{p_0}{p} = -\frac{\gamma_0}{p_0} h$$

$$\frac{p_0}{p} = e^{-\frac{\gamma_0}{p_0} h}$$

despejando: $p = p_0 e^{-\frac{\gamma_0}{p_0} h}$

para $\gamma_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$

$p_0 = 10,330 \text{ kg/m}^2$

$$p = 10,330 e^{-0.00012 h}$$

por ejemplo, para $h = 1,000 \text{ m.s.n.m.}$

$$p = 9,162 \text{ kg/m}^2 = 0.92 \text{ kg/cm}^2$$

LA ASOCIACION INTERNACIONAL DE INVESTIGACIONES HIDRAULICAS
(tomado de la referencia 4)

La Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas (A.I.I.H.) es el organismo de más alto nivel que agrupa a los investigadores hidráulicos de diferentes partes del mundo.

Como parte de esta Asociación funciona el Comité Regional Latinoamericano, que ha surgido como una necesidad frente a los problemas especiales que presenta Latinoamérica. Estos problemas, vistos en su relación con la naturaleza y la socioeconomía, ofrecen características no comunes con los que se presentan en otras partes del mundo.

Nuestros problemas hidráulicos son casi propios y sus soluciones demandan metodologías exclusivas. Por ejemplo, mientras que en los países ricos se opera con extensos registros de observación de campo nosotros debemos recurrir a artificios, especulaciones y mucha imaginación para obtener, a base de unos pocos datos, los registros sustitutorios de la información de carácter histórico.

Estas razones, entre otras, explican la existencia del Comité Regional Latinoamericano de la Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas.

Los Congresos Latinoamericanos realizados son: Porto Alegre (1964), Caracas (1966), Buenos Aires (1968), México (1970), Lima (1972), Bogotá (1974), Santiago de Chile (1976).