SOBRE EL CALCULO DE LOS ESFUERZOS EN LAS BARRAS DE ENREJADO EN ESTRUCTURAS ISOSTATICAS

Por RICARDO ROCA REY

En la mayoría de los textos, incluyendo el de Resistencia de Materiales de Bertrand de Fontviolant, se calculan los esfuerzos en las barras de enrejado en estructuras isostáticas, aplicando el método de Ritter, conocido también como el *método de los momentos,* y se demuestran, antes de llegar a la fórmula generalizada de Ritter, las siguientes ecuaciones:

$$N = \pm \frac{M}{d} \tag{I}$$

$$N_e = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\frac{M_2}{D_2} - \frac{M_1}{D_1}\right) \tag{II}$$

La fórmula (I) nos da los esfuerzos producidos en las bridas, en función del momento de las fuerzas exteriores que se encuentran a la izquierda de la sección que corta a las bridas cuyo esfuerzo quiere hallarse. El momento se toma con respecto al nudo opuesto a la brida cortada. Y d representa la distancia que hay entre la brida y el nudo mencionados.

Esta fórmula es también aplicable a las barras de enrejado *siempre que las prolongaciones de las bridas cortadas se intercepten dentro de los límites del depurado.*

La fórmula (II) nos da el esfuerzo en una barra interior o de enrejado, *cuando las cargas exteriores y aplicadas a la estructura son verticales y las bridas son horizontales.*

Esta fórmula se expresa en función:

a) del coseno del ángulo α que dicha barra forma con una horizontal;

b) de los momentos de las fuerzas exteriores situadas a la izquierda de la sección hecha en las barras. Estos momentos se toman con respecto a los nudos opuestos a las bridas cortadas inferior (M_2) y superior (M_1). Los momentos van con su propio signo;

c) y de las distancias verticales que existen entre dichos nudos y bridas, D_1 y D_2.

La generalidad de los autores señalan dos casos de indeterminación:

1.—La fórmula (I) es inaplicable para el cálculo de barras de enrejado cuando las prolongaciones de las bridas se cortan fuera de los límites del depurado; y afecta la forma $\frac{\infty}{\infty}$ cuando se trata de estructuras de bridas paralelas.

2.—Para el cálculo de un montante, en cualquier tipo de estructura, la fórmula (II) resulta inaplicable. El ángulo α sería de 90° lo que hace que el denominador se convierta en cero. Por otra parte, los nudos estarían sobre la misma vertical, es decir en los extremos del montante, dándonos momentos iguales, además de serlo también las distancias verticales. Tendríamos pues un numerador nulo, al realizarse que $\frac{M_2}{D_2} = \frac{M_1}{D_1}$, presentándosenos en este caso la indeterminación del tipo 0/0.

Debido a estas limitaciones de las fórmulas (I) y (II), se planteó una ecuación generalizada, conocida como *fórmula generalizada de Ritter,* que contempla todos los casos posibles para el cálculo de los esfuerzos en las barras de enrejado, ascendentes, descendentes, etc.

Nosotros trataremos, ahora, de salvar los casos de indeterminación señalados y así llegaremos a una fórmula aplicable al cálculo de los esfuerzos en las barras de enrejado en estructuras isostáticas, con cargas aplicadas en cualquier dirección, sin pretender acaso, que ella tenga ventaja que la haga preferible a las muchas soluciones que se presentan en los innumerables tratados de estructuras.

Hagamos para ello el siguiente raciocinio:

Si cortamos un paño de la estructura por medio de una sección, los esfuerzos que se desarrollan en las barras cortadas serán de tal naturaleza que la suma de ellos sea igual y opuesta a la acción que ejerzan las fuerzas exteriores que actúan a la izquierda de la sección hecha.

Según este raciocinio, la suma de las proyecciones verticales de los esfuerzos en las barras cortadas será igual a la suma de las proyecciones verticales de las fuerzas aplicadas a la izquierda.

Tomando cualquier tipo de estructura isostática y suponiendo que sobre ella actúen fuerzas exteriores aplicadas en cualquier sentido y dirección, podremos poner, según lo antes expuesto, que:

$$\sum F_{ev} = N_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + N_2 \operatorname{sen} \alpha_2 + N_3 \operatorname{sen} \alpha_3$$

donde $\sum F_{ev}$ es la suma de las proyecciones verticales de las fuerzas exteriores situadas a la izquierda del corte. En esta ecuación:

$$N_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \qquad \text{y} \qquad N_2 \operatorname{sen} \alpha_2$$

representan las proyecciones verticales de los esfuerzos en las bridas superior e inferior, respectivamente, y $N_3 \operatorname{sen} \alpha_3$ la proyección vertical del esfuerzo en la barra interior.

Sustituyamos en esa expresión N_1 y N_2 por M_1/d_1 y $- M_2/d_2$ según (I) y despejemos N_3:

$$N_3 = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha_3} \left[\sum F_{ev} + \frac{M_2}{d_2} \operatorname{sen} \alpha_2 - \frac{M_1}{d_1} \operatorname{sen} \alpha_1 \right]$$

Hemos llegado así a salvar las indeterminaciones, obteniendo una fórmula que es aplicable a toda estructura isostática.

Parecería, que si el seno α_3 se anula, volveríamos a estar en un caso de inaplicabilidad, que puede suceder matemáticamente, mas en la práctica no existen barras de enrejado horizontales en la generalidad de las estructuras isostáticas.

Las estructuras del tipo N derecho o invertido dispuestas verticalmente se calcularían haciendo una sección horizontal en lugar de vertical, y entonces estaríamos en el cálculo corriente de cualquier estructura. Y por último, si se presentara un caso excepcional de barra de enrejado horizontal, se llega a una fórmula análoga a la anterior. Bastará para ello tomar ahora las proyecciones horizontales de las fuerzas y hacer los mismos pasos que hemos efectuado para obtener la fórmula anterior.

Casos particulares en que se simplifica la fórmula:

a) Esfuerzo en un montante. En sen α_3 se hace igual a la unidad y la fórmula queda reducida solamente a la expresión comprendida dentro del corchete;

b) Las fuerzas exteriores pueden ser todas verticales. Entonces $\sum F_{ev}$ será simplemente la suma algebraica de ellas;

c) Si se estudia una estructura de bridas paralelas horizontales, los senos de α_1 y α_2 se hacen nulos, luego solo nos quedaría:

$$N_3 = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha_3} \sum F_{ev}$$

d) Combinando los casos a), b) y c) tendriamos que el esfuerzo en el montante sería:

$$N_3 = \sum F_{ev},$$

es decir, sería el esfuerzo cortante en esa sección. El caso es comparable al de una viga de alma llena, rectilinea, cuyo esfuerzo cortante sería la suma algebraica de las fuerzas exteriores aplicadas a la izquierda de la sección considerada.

NOTA.—Para el signo de los momentos hemos seguido la convención de que ellos serán positivos cuando la rotación que producen los momentos siga el sentido de las agujas del reloj.

La fórmula hallada es aplicable al estudio de las lineas de influencia, etc.

Lima, Universidad Católica del Perú,
Facultad de Ingeniería.

Ricardo ROCA REY.