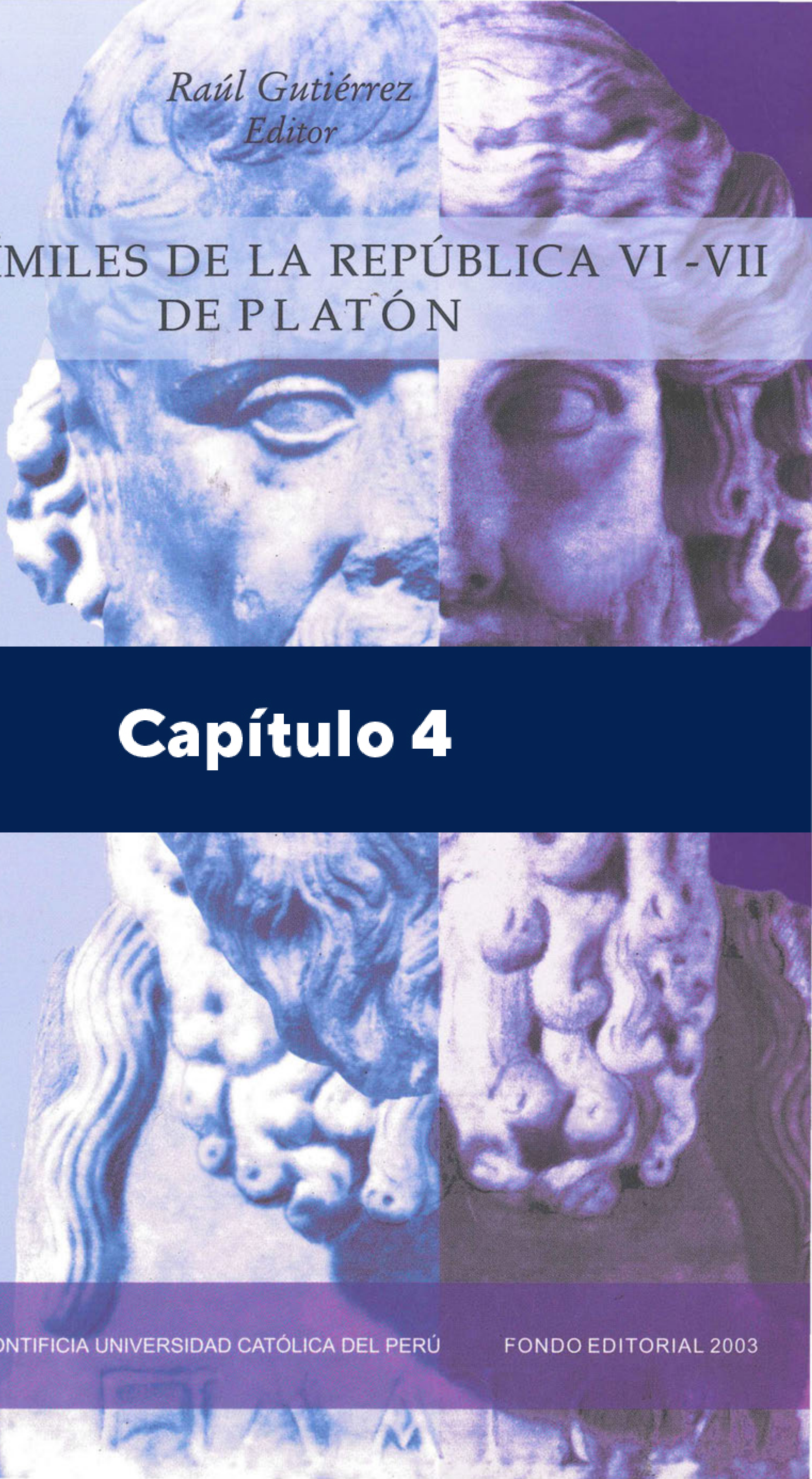
Raúl Gutiérrez
Editor

LOS SÍMILES DE LA REPÚBLICA VI -VII DE PLATÓN



Capítulo 4

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ FONDO EDITORIAL 2003

Los símiles de la República *VI-VII de Platón*

Editor: Raúl Gutiérrez

Diseño de carátula: Edgar Thays

Telefax: 330-7405. Teléfonos: 330-7410, 330-7411
E-mail: feditor@pucp.edu.pe

ISBN: 9972-42-529-0
Depósito Legal:-1501052003-0985

Primera edición: febrero de 2003

Las matemáticas en los libros centrales de la *República* de Platón

Elisabetta Cattanei

I. Las matemáticas en los tres grandes «símiles» de los libros VI y VII de la *República*

1. *Las matemáticas en el «símil del sol»*

El «símil del sol», presentado por Sócrates en el libro VI de la *República* de Platón, es precedido por la introducción del concepto de μέγιστον μάθημα, que se identifica con la «idea del bien».[1] Pero, a su vez, la introducción del concepto de μέγιστον μάθημα hace referencia a una no bien precisada multiplicidad de μαθήματα, que no coinciden con los μέγιστα μαθήματα, aunque juegan, con relación a aquellos, un rol propedéutico.[2]

Con mayor exactitud, se puede leer que los hombres capaces de convertirse en «filósofos», y por eso «los mejores guardianes»[3] de la ciudad, deben someterse a una prueba final, aparte de las pruebas de la fatiga, del miedo y del placer; la nueva prueba consiste en un γυμνάζειν ἐν μαθήμασι πολλοῖς,[4] en una «gimnasia intelectual» ejercitada en muchos ámbitos y con muchos objetos de estudio, que —como las otras tres— constituye una prueba de resistencia: si el candidato a filósofo y guardián resiste tal gimnasia, entonces será capaz de alcanzar incluso los μέγιστα μαθήματα, que —a diferencia de los precedentes— detentan el máximo grado de exactitud, de evidencia o —para usar una metáfora platónica— de «luminosidad».

A continuación, Sócrates se concentra solo en el μέγιστον μάθημα, es decir, en la idea del bien, preparando, delineando e interpretando la analogía entre el bien y el sol:[5] nada explícito dice sobre esta «gimnasia intelectual» ni, mucho menos, explica en qué ámbitos y con qué objetos de estudios se realiza. Para tener una explicación acerca de esto, es necesario esperar, hasta el libro siguiente, el *curriculum* de estudios trazado para la formación del filósofo–político: «finalmente»[6] Sócrates explica —pero muy gradualmente y con algo de reticencia— que, así como ejercita su cuerpo con la gimnasia, los múltiples μαθήματα, con

[1] Platón, República, VI, 503 e1-504 a1; 505 a2.
[2] *Ibíd.*, 503 e4, 504 a3, cf. 504 d4, e1.
[3] *Ibíd.*, 503 b5: ἀκριβεστάτους φύλακας.
[4] *Ibíd.*, 503 e3; 504 d1.
[5] *Ibíd.*, 504 a-509 c.
[6] *Ibíd.*, 521 c1: οὖν... ἤδη...

los que el candidato a filósofo y guardián debe ejercitar su alma para poder acceder a los μέγιστα μαθήματα y, por último, a la contemplación del sol, no son sino las «disciplinas» o las «artes» (τέχναι) matemáticas que solo «por costumbre» o «por convención» a menudo llamamos «ciencias», ἐπισθήμαι.[7]

Pero, ¿qué cosa significa, en este caso, «matemáticas»? Con mayor precisión: ¿en qué consisten las «matemáticas» de las que Platón habla en los libros centrales de la *República*, tanto alrededor como, a veces, al interior de los tres famosos símiles que allí se exponen? Constituyen, evidentemente, algún tipo de actividad intelectual; pero ¿de qué actividad intelectual se trata?

2. *Las matemáticas en el «símil de la línea»*

Muchos elementos para una respuesta a nuestra pregunta se encuentran —como señalé— en el *curriculum* de estudios matemáticos que en el libro VII, a partir de 521 c1, Sócrates expone para la formación del filósofo–político. En realidad, pretendo revisar detenidamente la primera parte de este *curriculum*, la relativa a la aritmética y, sobre todo, a la «logística».[8] Sin embargo, entre el γυμνάζειν ἐν μαθήμασι πολλοῖς de 503 e3 y su explicación que empieza en 521 c1, Platón empieza a guiar la atención del lector hacia las matemáticas dando algunas indicaciones acerca de su naturaleza: lo hace, especialmente, durante el transcurso del «símil de la línea».[9]

La imagen de la línea.– En primer lugar, Sócrates conduce hacia las matemáticas la atención de Glaucón —y Platón la de su lector—, gracias a la misma imagen escogida como término de comparación. Se trata —como se sabe— de una *línea*, es decir, de una magnitud geométrica o, mejor aun, de la magnitud geométrica que más que ninguna otra había atraído la atención de los geómetras: en efecto, es con las líneas con las que aparece por primera vez la inconmensurabilidad, uno de los fenómenos más dramáticos, pero, por lo mismo, más estimulantes y decisivos de la matemática antigua.[10] No se trata, además, de una línea cualquiera: Sócrates invita a Glaucón a dividirla en dos segmentos desiguales, es decir, en uno más grande y en otro más pequeño, cada uno de los cuales es luego dividido en dos segmentos de longitud desigual «según la misma proporción».[11] Aquí Sócrates se

[7] *Ibíd.*, 533 d4-5.

[8] Cf. *Infra* § III.

[9] Platón, *República*, VI, 509 d1-511 e5.

[10] Para un cuadro sintético de la cuestión, cf. T. Heath. *A History of Greek Mathematics*. 2 Vol. Oxford: Oxford University Press, 1921; New York: Dover Publishing, 1981, I, pp. 154-157. Acerca del aspecto dramático del descubrimiento de la inconmensurabilidad —y de la irracionalidad— consúltese de manera especial, entre los testimonios sobre el Pitagorismo antiguo, el fragmento 18, 4 Diels-Kranz y, para un comentario desde dos diferentes puntos de vista, W.R. Knorr. *The Evolution of the Euclidean Elements. A Study of the Theory of Incommensurable Magnitudes and Its Significance for Early Greek Geometry*. Dordrecht: Reidel, 1975; I. Toth. *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria*. Milán: Vita e Pensiero, 1998(2), pp. 69-81, 230-240.

[11] Platón, *República*, VI, 509 e7-8.

remite con naturalidad a las prácticas relacionadas a un método para establecer relaciones entre magnitudes y, en particular, entre segmentos (conmensurables e inconmensurables), que era el más usado y el más común en el siglo V y en la primera mitad del siglo IV; sobre este método —que es la ἀνταναίρεσις o ἀνθυφαίρεσις, definida como «algoritmo euclidiano»— me concentraré con mayor detalle más adelante.[12] Por ahora me basta subrayar que, en el imaginario de Glaucón, y del lector de buena cultura de su época, la figura de la línea dividida en segmentos proporcionales, como exigía el método de la ἀνταναίρεσις, debería hacer recordar fácil e inmediatamente «las τέχναι geométricas y las que le son hermanas» —para usar una expresión del propio Glaucón que aparece, un poco más adelante, después de una nueva referencia de Sócrates a los «segmentos» de la línea.[13] Ahora prestemos atención a las indicaciones que, a lo largo del «símil de la línea», ofrece Sócrates acerca de la naturaleza de estas τέχναι.

Una situación de hecho.– Ante todo, es necesario considerar que Sócrates se refiere a un modo habitual, consolidado y bien conocido, de cultivarlas, con el que también Glaucón está perfectamente familiarizado.[14] Platón, pues, no inventa las matemáticas de las que habla, sino que las encuentra delante de sí, en el ambiente cultural y científico en que vive. Por tanto, ¿qué disciplinas encuentra y, sobre todo, en qué estado las encuentra?

El mismo Sócrates explícitamente conduce el discurso hacia «aquellos que se ocupan de geometrías», de λογισμοί, y de cosas del mismo tipo[15] y describe lo que más adelante define como ἕξις,[16] o también el πάθημα,[17] que el alma humana asume practicando las «llamadas τέχναι» «geométricas» y «del mismo tipo».[18] El discurso, entonces, apunta sobre todo a la geometría, pero también a la «logística» —que como veremos es la teoría de las relaciones numéricas y de sus propiedades—, además de la aritmética —evocada especialmente por la mención de «lo par y lo impar»[19]— y de otras disciplinas «hermanas» —que serán identificadas como la astronomía teórica y la teoría musical.[20] El modo en que proceden estas disciplinas, acerca del cual Sócrates invita a Glaucón a reflexionar, está constituido, por un lado, por la organización del saber en un sentido axiomático–deductivo —según el cual, a partir de determinados supuestos, asumidos como válidos, se procede a la demostración de teoremas—, y, por otro lado, por el uso, en esas demostraciones, de imágenes físicas que ilustran el objeto del teorema.

---

[12] Cf. *infra* § II.
[13] Platón, *República*, VI, 511 b1-2.
[14] *Ibíd*., 510 c2: οἶμαι γάρ σε εἰδέναι...; 510 d3: πάνυ μὲν οὖν... τοῦτο γε οἶδα.
[15] *Ibíd*., 510 c2-3.
[16] *Ibíd*., 511 d4.
[17] *Ibíd*., 511 d6.
[18] *Ibíd*., 511 c6, cf. 511 d3-4.
[19] *Ibíd*., 510 c4.
[20] *Ibíd*., 528 d ss.

Las «hipótesis» de las matemáticas.– Sócrates recuerda que los matemáticos postulan, por ejemplo, «lo par y lo impar, las figuras, los tres tipos de ángulos, y todas las realidades que son hermanas de estas según cada disciplina».[21] En efecto, la aritmética y la «logística» del tiempo de Platón se sustentan en un sistema numérico organizado sobre la base de la distinción entre números pares y números impares que, a su vez, reposa sobre el supuesto de la indivisibilidad de la unidad, como se puede deducir con claridad de Euclides, *Elementos*, IX 21-34.[22] Además, los primeros *Elementos* de geometría, que fueron escritos justamente en la Academia antigua, ponen especial atención en fijar las definiciones elementales de las figuras, como por ejemplo, la del triángulo, que es recto, isósceles o escaleno, según se compruebe en él la presencia de un ángulo recto, de un ángulo agudo o de un ángulo obtuso.[23] En fin, hay bases suficientes para considerar que, en la época de Platón, un procedimiento análogo de estructuración «elemental» del saber se extendiese tanto a la astronomía teórica (representada por la astronomía eudoxiana de las esferas celestes), como a la musicología (recuérdese la obra pseudo-euclidiana *Sectio canonis*) —e incluso a la óptica geométrica, aunque un poco más tarde, porque el primer tratado de óptica teórica es atribuido a Filipo de Opunte—.[24]

Las «construcciones» y los «dibujos» de las matemáticas.– Además de postular «hipótesis», para de ellas obtener conclusiones —como dice Sócrates— «con coherencia»,[25] en sus demostraciones los matemáticos se sirven de realidades sensibles, a manera de «imágenes»[26] o de «formas visibles» semejantes al objeto de los teoremas.[27] Son imágenes que ellos «configuran y dibujan»:[28] por ejemplo, la de un cuadrado y su diagonal. Sócrates alude a los dibujos y a los modelos geométricos, pero la analogía que establece entre estos dibujos o modelos y las «sombras» y las «imágenes sobre el agua» puede incluso hacer pensar en un modo muy habitual en el que los astrónomos antiguos contemplaban los astros y las constelaciones: estu-

[21] 510 c4-5. Los supuestos o «hipótesis» de los que habla Platón, pueden ser definiciones, axiomas o postulados, según una distinción terminológica que recoge —aunque no con precisión— Aristóteles (*cf.* por ejemplo, *Analíticos segundos*, I 10) y es convertida en norma por Euclides en el primer libro de los *Elementos*.

[22] Acerca de la teoría pitagórica de lo par y lo impar, *cf.* Toth. *Aristotele e i fondamenti...*, pp. 166-171.

[23] Los fragmentos de los autores de estos protoelementos de geometría han sido reunidos y comentados por F. Lasserre. *De Léodamas de Thasos à Philippe d'Oponte. Témoignages et Fragments*. Nápoles: Bibliopolis, 1987.

[24] Para un cuadro sintético del estado de las ciencias matemáticas consideradas como tales por Platón y Aristóteles, me permito sugerir: E. Cattanei. *Enti matematici e Metafisica. Platone, L'Accademia e Aristotele a confronto*. Milán: Vita e Pensiero, 1996, pp. 103-120.

[25] Platón, *República,* VI, 510d 2, cf. también 510 b5-6: ὁμολογουμένως.

[26] *Ibíd.*, 510b 4; 510 e2.

[27] 510 d5.

[28] 510 e2.

diaban su luz y su sombra (piénsese por ejemplo en el fenómeno de los eclipses) por medio de la imagen reflejada sobre superficies que pudiesen reflejarlos, incluso sobre la superficie del agua contenida en un recipiente.[29]

Un juicio acerca del estado de las matemáticas.– Este es, pues, el estado en que llegan las matemáticas a la época de Platón, si prestamos atención al diálogo entre Sócrates y Glaucón desde 510 b4 a 511 b2. Pero Sócrates no apunta a una descripción neutra de un estado de cosas: expresa su juicio acerca de este estado de cosas. Y es un juicio más bien negativo que positivo. Es, pues, un juicio que —regresando a nuestro punto de partida— nos ayuda a comprender por qué las matemáticas *no* son μέγιστον μάθημα y se muestran insuficientes en precisión, evidencia, y «luminosidad», pero muy poco nos ayuda para comprender cómo su ejercicio sea propedéutico para la visión del sol. Nuevamente, para entender mejor este último punto, es necesario esperar hasta el esbozo del *curriculum* de estudios, cosa que ocurre en el libro VII. Pero avancemos gradualmente.

Defectos y méritos de las matemáticas.– El primer defecto de la actividad de los matemáticos, sobre el que Sócrates insiste, reside en el hecho de que ellos no discuten las «hipótesis» de partida, sino que las asumen como algo evidente;[30] es decir, demuestran los teoremas basándose en proposiciones supuestas como válidas, sin proporcionar prueba alguna de su validez: una negligencia que parece más grave si se recuerda que, a partir de los sofistas de la primera generación, se encuentra en el pensamiento antiguo una escéptica actitud de lucha contra las definiciones básicas de la geometría.[31] Por ejemplo, es atribuida a Protágoras la afirmación de que «ninguna de las cosas es recta o curva como sostiene el geómetra; el círculo no coincide con la tangente en un punto», sino en dos.[32] En segundo lugar, la necesidad de usar imágenes y modelos sensibles vincula el alma de los matemáticos al mundo sensible y al uso de los sentidos.[33] Su mérito reside simplemente en una cosa: cuando razonan, no dirigen sus razonamientos a las imágenes y a los modelos sensibles, que configuran y dibujan, sino a aquello a lo que las imágenes y los modelos se «asemejan»,[34] así como las sombras y las imágenes reflejadas sobre el agua se asemejan a las realidades físicas que las proyectan;[35] los geómetras, por ejemplo, desarrollan sus razonamientos «gracias al cuadrado

[29] Estos «reflectores naturales» son los instrumentos de observación astronómica más antiguos y comunes a varias civilizaciones arcaicas (caldea, egipcia, precolombina) —lo que puede confirmarse consultando cualquier artículo de enciclopedia acerca de la astronomía antigua—.

[30] Platón, *República*, 510 c6-d2.

[31] A propósito, consúltese: Cattanei, *Enti matematici...*, pp. 95-97, y la literatura allí citada.

[32] Fragmento 80 b7 Diels-Kranz

[33] Consúltese Platón, *República*, 510 b4-5.

[34] *Ibíd.*, 510 d7.

[35] *Ibíd.*, 510 e2-3.

en sí y a la diagonal en sí»,[36] «tratando de ver las mismas realidades que uno no puede ver sino con la διάνοια».[37]

Nobleza y límites de las matemáticas.– Por sus cualidades, la ἕξις que el alma asume cultivando las matemáticas es la de una actividad del pensamiento o de un conocimiento de tipo intelectual y teórico dirigido a lo inteligible.[38] Por sus defectos, en cambio, le corresponde —justamente— el nombre de *diánoia*: da la impresión «de no alcanzar inteligencia (νοῦς) de los objetos que trata»;[39] «no es», en efecto, «νοῦς», sino «por así decirlo, algo intermedio entre la opinión (δόξα) y el νοῦς».[40] A la διάνοια, pues, se asigna el segundo, desde arriba, de los cuatro segmentos en que, en total, ha sido dividida la línea: aquel que, respecto al «más alto», constituido por la νόησις, guarda la misma relación que mantienen el cuarto y el tercer segmentos, es decir, la simple imaginación a la creencia.[41] Así, el grado de verdad y de «luminosidad» que corresponde a las matemáticas, en cuanto διάνοια, respecto a la forma de pensamiento y de conocimiento intelectual que la precede, es análogo al de las sombras e imágenes reflejadas respecto a los animales, a las plantas y a los artefactos que las proyectan.[42]

3. *Las matemáticas en el «símil de la caverna»*

Hipotéticos juegos mentales de sombras y de espejos: así son mostradas las matemáticas, al final del «símil de la línea». Y es una figura en la que Platón insiste aun más adelante: por ejemplo, cuando dice explícitamente que el aprendizaje de las matemáticas debe ser un juego;[43] y sobre todo en el pasaje en el cual se lee que la geometría y las otras τέχναι geométricas, como que sueñan lo que es, y les es imposible captar el ser en un estado de vigilia.[44] Se replantea, entonces, la pregunta: ¿cómo es posible que su ejercicio sea, para el alma, fatigoso y formativo, en la misma medida en que los ejercicios de gimnasia lo son para el cuerpo? ¿Cómo es posible que justamente la persistencia en el estudio de los μαθήματα matemáticos pruebe la capacidad de acceder a los μέγιστα μαθήματα?

[36] *Ibíd.*, 510 d7-8.
[37] *Ibíd.*, 510 e3-511 a1.
[38] *Ibíd.*, 510 b2-5; 511 a3; 511 c5-8; 511 d2.
[39] *Ibíd.*, 511 d1-2.
[40] *Ibíd.*, 511 d4-5.
[41] *Ibíd.*, 511 d8.
[42] *Ibíd.*, 511 e2-5, cf. 509 e1-510 a2, 5-6; el mismo discurso es retomado y recapitulado en VII, 533 b3-534 b2, de donde, paralelamente a 511 e2-3, y en especial a partir de 534 a5-6, emerge que la relación de proporción vale tanto para las cuatro formas de pensamiento distinguidas, cuanto para sus objetos. A propósito, véanse las sintéticas observaciones de T. Szlezák. «Das Höhlengleichnis». En: O Höffe (ed.). *Platon, Politeia*. Berlín: Akademie Verlag, 1997, pp. 205-228, especialmente 212, y la literatura allí citada.
[43] Platón. *República*, VII, VII, 536 d5-537 a2.
[44] *Ibíd.*, 533 b6-c5.

Antes de formular su respuesta, Sócrates nos conduce a la «caverna» platónica.[45] Aquí, a las matemáticas que son, por explícita admisión, las mismas de que se ha hablado precedentemente, es decir, en el «símil de la línea»,[46] se les reconoce un notable poder: si bien es un poder que llega solo hasta cierto punto.[47] Las matemáticas —o mejor su πραγματεία, su ejercicio[48]— logran liberar el alma de las cadenas, logran hacerla girar «de las sombras, a las figurillas, a la luz»,[49] es decir, de las cosas sensibles y en devenir, a las Ideas, hasta al Bien; logran, en una palabra, elevar el alma «de la caverna al sol».[50] Sin embargo, en este momento se manifiesta una «incapacidad»:[51] no se es capaz de «dirigir la mirada a los animales, a las plantas y a la luz del sol».[52] Una vez más, la mirada se posa solo sobre «fantasmas», o «imágenes» y «sombras».[53]

Por otro parte —y se insinúa una primera explicación del poder de las matemáticas—, son «imágenes divinas» y «sombras de los seres»: no coinciden con las «sombras de las estatuas», que son visibles en la oscuridad de la caverna, y que representan las cosas sensibles.[54] Ya en el símil de la «línea» se decía, en efecto, que las matemáticas —no obstante sus limitaciones de «luminosidad»— versan siempre sobre realidades inteligibles. Aquí Sócrates habla, incluso, de *la divinidad* de su objeto. Y quizá, en su imaginario, se remite otra vez a la astronomía: los astros —como se ha dicho en el «símil del sol» — son «dioses»;[55] pero el astrónomo puede estudiarlos solo mediante imágenes reflejadas y proyecciones de sombras; y, además, no los puede ver a plena luz del día, cuando el sol está en lo alto, sino solo a la luz nocturna del cielo estrellado y aclarado por la luna, mejor aun —lo diremos más adelante— a la luz de la aurora.[56] En todo caso, en el ámbito de las matemáticas, incluso la luz nocturna, y aun las imágenes espejadas y las sombras, son realidades que pertenecen al mundo inteligible, que es el mundo del ser y de la verdad, no del devenir y de la opinión.[57]

Con esto, se llega a lo que, comúnmente y con justicia, es señalado como el motivo fundamental por el que, para Platón, las matemáticas tienen el poder de hacer girar al alma «desde el devenir, hasta que sea capaz de alcanzar el ser y lo que del ser es más luminoso, es decir, el bien».[58] Las matemáticas se ocupan con

---

[45] *Ibíd.,* 514a-521b.
[46] *Ibíd.,* 517 a8-b1.
[47] *Ibíd.,* 532 b6-d1.
[48] *Ibíd.,* 532 c4.
[49] *Ibíd.,* 532 c7.
[50] *Ibíd.,* 532 b8.
[51] *Ibíd.,* 532 b9: ἀδυναμία.
[52] *Ibíd.,* 532 b9-c1.
[53] *Ibíd.,* 532 c1-2.
[54] Consúltese, *Ibíd.,* 532 c2-3, y también 515 c1-2, 516 a6.
[55] *Ibíd.,* 508 a4.
[56] Consúltese, *Ibíd.,* VII, 516 a8-b2; 521 c5-8, e *infra* § III, 1.
[57] Consúltese, *Ibíd.,* 534 a2-3, y también 509 d1-4 y 511 e3, en contraposición a 508 c4-d10.
[58] *Ibíd.,* 518 c8-d1, junto a 525 c5-6 y 527 b9-11.

fines teóricos de objetos que no son sensibles; la aritmética y la «logística» —por ejemplo— no se ocupan de las menudas operaciones de orden práctico y concreto, de las que se sirven los mercaderes, los comerciantes y quienquiera se sirva de las matemáticas «para provecho de sus negocios»;[59] la geometría, aunque hace grandes discursos sobre «cuadrar, trazar y juntar»,[60] es practicada íntegramente «con vistas al conocimiento»,[61] más aun si trata —Sócrates y Glaucón lo confirman— de un conocimiento «de lo que es siempre, y no de lo que ora se genera, ora se corrompe»;[62] y lo mismo se repite a propósito de la astronomía y de la teoría musical.[63]

II. La praxis consolidada de las matemáticas en la época de Platón

1. *¿A qué matemáticas alude Platón?*

Con las ultimas líneas, hemos ingresado en el *curriculum* de estudios matemáticos que Sócrates diseña en el libro VII. Incluso parece que hemos encontrado una respuesta a la pregunta de la que partimos: la «gimnasia intelectual» a que obliga el ejercicio de las matemáticas tiene el poder de probar a las almas de quienes pueden convertirse en filósofo o político, y puede conducir a los μέγιστα μαθήματα, porque las matemáticas —no obstante algún defecto, por el que son διάνοια— estudian con fines teóricos realidades inteligibles que verdaderamente son. Ahora bien: esto es sin duda verdadero. Pero no es todo. Platón explica cuál es el γυμνάζειν o la πραγματεία que, en el ejercicio de las matemáticas, tiene el poder de elevar al alma desde el devenir al ser; y *al interior* de este discurso advierte la necesidad de reiterar que son actividades intelectuales dirigidas a lo inteligible. En otras palabras: la matemática teórica y dirigida a lo inteligible que, según Platón, tiene el poder de poner a prueba y de formar al filósofo–político, no es otra matemática que habría que definir mejor, sino, más bien, es la matemática más habitual, conocida y consolidada de su época, practicada bajo ciertas condiciones.

2. *La teoría de la «ἀνταναίρεσις» o «ἀντιφαίρεσις»*

Puede ser entendida como «una reflexión que comprende la contraposición entre *lo otro* y *lo mismo*, y que se resuelve en un cálculo de relaciones (λογισμός) inspirado en un principio de asimilación progresiva y de equilibrio de opuestos».[64] Para ser más precisos, una de las más importantes contribuciones críticas de los últimos tiempos acerca de la matemática preeuclidiana —y, en especial, platónico-académica—

[59] *Ibíd.*, 525 c1-4.
[60] *Ibíd.*, 527 a8-9.
[61] *Ibíd.*, 527 b1.
[62] *Ibíd.*, 527 b5-8.
[63] *Cf. Ibíd.*, 529 c4-d5 y 530 b6-c1, respecto de la astronomía; 531 b8-c8, respecto de la teoría musical.
[64] P. Zellini. *Gnomon. Un'indagine sul numero*. Adelphi: Milán, 1999, p.133.

demuestra que la matemática de la Academia de Platón, y de Platón mismo, es sobre todo una teoría del λόγος o de la *ratio*, y en particular del λόγος antanairético o antifairético, en las diferentes formas que asume en los diversos ámbitos de la aritmética, de la geometría, de la astronomía y de la musicología.[65]

Por tanto, las matemáticas de los siglos V-IV se presentan, esencialmente o de manera característica, como una teoría de la ἀνταναίρεσις, o ἀντιφαίρεσις. Por ἀντιφαίρεσις, en los *Tópicos* de Aristóteles, y en el relativo comentario atribuido a Alejandro de Afrodisia, se entiende una relación de proporción entre magnitudes, que se desarrolla por recíprocas sustracciones.[66] Se trata del llamado «algoritmo euclidiano» —expresión muy desafortunada no solo porque «algoritmo» es una palabra árabe (que podría encontrar su correspondiente griego en λογισμός), sino sobre todo porque la ἀντιφαίρεσις es más antigua (incluso, parece, mucho más antigua) que Euclides, como lo subraya el comentario a los *Tópicos* atribuido a Alejandro. Para ser más precisos, como forma de relación proporcional, la ἀνταναίρεσις precede a la teoría de la proporción presente en Euclides, *Elementos*, V, que coincide con la teoría general de las proporciones de Eudoxo, señalada por Aristóteles, en la *Metafísica* y en los *Analíticos Segundos*, como un tipo de «matemática general».[67] Entonces, el precedente arcaico de esta «teoría matemática general» de las proporciones consistía en el desarrollo de λόγοι antanairéticos y en el estudio de las secuencias numéricas que los expresaban.

Ilustro con un ejemplo el procedimiento antanairético básico, es decir, el de la relación entre dos segmentos:

—Dado un segmento que se desea medir, se escoge como unidad de medida un segmento más pequeño, que es sustraído un cierto número de veces del más grande, hasta que este es medido porque resulta ser igual a un cierto número de unidades.

—Es posible que las sustracciones del segmento más pequeño al más grande produzcan, en un determinado momento, un *defecto* entre un determinado número de unidades y el segmento que se desea medir; en este momento, se agrega otra vez una unidad y se obtiene un *exceso* entre la unidad y el segmento por medir; se procede a comparar *defectos* y excesos sustrayendo el más pequeño del más grande, hasta alcanzar un exceso y un *defecto* que coinciden: este segmento será la mayor medida común entre los segmentos iniciales y medirá a ambos exhaustivamente, sin residuo. Los segmentos, obviamente, son conmensurables, según la unidad de medida común hallada como coincidencia de exceso y *defecto*.

—En el caso de magnitudes inconmensurables, por ejemplo el lado y la diagonal del cuadrado, no se encuentran jamás un exceso y un *defecto* que coincidan y

---

[65] D. Fowler. *The Mathematics of Plato's Academy*. Oxford: Oxford University Press, 1987, 1990.

[66] Aristóteles. *Tópicos*, VIII 158 b30 ss.; [Alejandro de Afrodisia], *In Aristotelis Topicorum libros octo commentaria*, ed. M. Wallies, 2 Vol., Berlín, 1891, I, p. 545, en especial II. 15-19.

[67] Para los pasajes de referencia y las respectivas explicaciones, *Cf.*: Cattanei. *Enti matematici...*, pp. 74-81.

el procedimiento antanairético se vuelve infinito, no obstante que excesos y *defectos* resulten cada vez más pequeños, y converjan en un punto de coincidencia, el cual, sin embargo, no alcanzan jamás.

En todo caso, tanto en el caso de las magnitudes conmensurables como en el de las magnitudes inconmensurables, la cantidad de sustracciones realizadas en cada paso del procedimiento antanairético puede ser descrita con una serie de parejas de números enteros, que en el primer caso es finita y en el segundo, infinita.

El desarrollo y el estudio de estas secuencias numéricas —secuencias ordenadas, precisamente estas secuencias constituyen la forma principal de τάξις que se encuentra en las matemáticas antiguas— son conocidos por Platón. Esto aflora en muchos pasajes de los diálogos, por ejemplo en la *República*, donde, citando la diagonal «racional» y la diagonal «irracional» de 5, se hace referencia a la serie infinita de los números laterales y diagonales, que corresponde a la ἀνταναίρεσις sin fin de la diagonal y del lado del cuadrado.[68]

En consecuencia, gracias a la ἀνταναίρεσις, Platón conoce una matemática atravesada por el antagonismo entre contrarios: lo grande y lo pequeño, el exceso y el *defecto*, lo finito y lo infinito; contrarios que —como se comprueba con la diagonal y el lado del cuadrado— pueden revelarse inconmensurables. Pero están siempre en relación, y uno no excluye inmediatamente al otro (y viceversa), pero poco a poco se vuelven más semejantes y parejos al aproximarse a un punto de convergencia, que tanto pueden alcanzar, como pueden no hacerlo.

III. Las matemáticas en el «curriculum» trazado por Platón en el libro VII de la *República*

Ahora quisiera intentar la demostración de que justamente la matemática caracterizada por las oposiciones antanairéticas es la que Platón exige para la formación del filósofo-político en la *República*, y pretendo hacerlo siguiendo un recorrido a través de la primera parte del *curriculum* de estudios matemáticos presentado en el libro VII, es decir, la introducción a este *curriculum*[69] y su primera sección que, aparte de ser la de mayor extensión, está dedicada a la aritmética; pero más que a la aritmética, al λογισμός y a la λογιστική.[70]

1. El poder auroral del «μάθημα» buscado

Sócrates busca un μάθημα que posea alguna δύναμις, alguna capacidad o algún poder.[71] Este μάθημα coincidirá, en realidad, con los diversos μαθήματα

[68] Platón. *República*, VII 546 c. Para otros pasajes y un comentario, véase, I. Toth. *Lo schiavo di Menone*. Editado por E. Cattanei. Milán: Vita e Pensiero, 1998.
[69] Platón. *República*, VII, 521 c1-d12.
[70] *Ibíd.*, 522 c1-526 c7.
[71] *Ibíd.*, 521 c10. En este § me centro de manera especial en 521 c1-d12.

de tipo matemático, que mencionamos antes, es decir, geometría plana y sólida, astronomía y musicología, pero en primer lugar aritmética y «logística», que son comunes a todas. Entonces, la δύναμις mencionada por Sócrates es exigida a todas esas disciplinas.[72]

Lo señala, en primer lugar, mediante dos metáforas de la luz. Se trata de una δύναμις que conduce a los hombres hacia la luz; conduce a los hombres desde el Hades —el reino de las sombras— hasta los dioses —y estos dioses son luz, porque coinciden con los astros, recordados anteriormente en el «símil del sol».[73] Esta misma δύναμις hace girar al alma «de un día nocturno a uno verdadero», es decir: de la luz de la noche al pleno día.[74]

Al μάθημα buscado se exige el poder de operar el paso de una situación dada a su contraria. La situación de partida —el Hades, la luz de la noche— puede ser leída paralelamente a aquella en la que la visión es «ofuscada», y por eso se captan solo «sombras», recordada tanto en la interpretación del «símil del sol»,[75] como al inicio del «símil de la línea»[76] y en el transcurso del símil de la caverna.[77] Coincide, en general, con la situación en la que se captan cosas sensibles con conocimiento sensible. Y la situación de llegada es, en cambio, la contemplación de la luz de los astros y del sol: en general, el conocimiento intelectual de cosas inteligibles. El paso de una situación a otra es definido como paso «a lo que es»,[78] y como paso «de lo que deviene a lo que es»[79] y, en consecuencia, como «verdadera filosofía».[80]

¿Pero de qué manera se cumple este paso? La indicación más importante en este sentido viene de la referencia a un juego de niños. No se trata de voltear un tejo —o una concha:[81] Platón alude a un juego, que consiste en el lanzamiento de tejos o conchas que por un lado son negros —y esta parte es llamada νύξ, noche—, mientras por el otro lado —llamado día, ἡμέρα— son blancos.[82] Voltear estos tejos significa pasar de golpe de la noche plena al pleno día y, además, pasar de manera casual: porque los tejos eran volteados con un lanzamiento. Por el contrario, el paso que Sócrates exige para el *máthema* que busca, no es inmediato, ni casual. Es gradual y periódico: como la περιαγωγή del día nocturno al pleno día, es decir: como al llegar la aurora tramontan las constelaciones y surge el sol.

---

[72] *Ibíd.*, 521 d1.
[73] *Ibíd.*, 521 c2-3. *Cf.* VI, 508 a4. El verbo traducido con «conducir» es ἀνάγειν, acerca del cual me ocuparé más adelante.
[74] *Ibíd.*, 521 c6-7. El verbo traducido con «girar» es περιάγειν, y recuerda los ciclos astronómicos.
[75] *Ibíd.*, 508 c4-10.
[76] *Ibíd.*, 510 a1.
[77] *Ibíd.*, VII, 515 b; 516 a.
[78] *Ibíd.*, 521 c7.
[79] *Ibíd.*, 510 d2-3.
[80] *Ibíd.*, 521 c8.
[81] *Ibíd.*, 521 c6-7.
[82] *Cf.* Lyddel-Scott-Jones. *Greek-English Lexicon*. Oxford: Oxford University Press, 1925-40; 1968 (12), *s.v. óstrakon*.

Incluso los verbos ἀνάγειν y ἀνέρχομαι, y la palabra ἐπάνοδος, con frecuencia traducidas en este contexto como «ascender» y «ascenso», pueden efectivamente aludir al surgimiento periódico del día.[83] El μάθημα, que Sócrates busca, debe por tanto tener un poder auroral: el poder de retornar con regularidad para acercar, tratando de asimilar progresivamente, y de equilibrar, las opuestas condiciones de la sombra y de la luz, los mundos contrarios, y quizá inconmensurables, de lo sensible y de lo inteligible.

Sócrates se toma su tiempo: aún no ha dicho en qué μάθημα —o en cuáles μαθήματα— piensa concretamente. Por ahora recuerda —otro punto que es a menudo descuidado, y al que regresaré en breve— que debe ser, también, un μάθημα útil para formar «atletas de guerra».[84] Sin embargo, la alusión a la δύναμις auroral del μάθημα buscado puede suscitar alguna expectativa: entre los dioses vinculados con la aurora, el mito incluye también a Prometeo que —como dice Esquilo— fue el primero en mostrar a los hombres «cómo se distingue el surgir y el declinar de los astros y, por último, para ellos» descubrió «el número».[85]

2. *Número y* «λογισμός»*: un* «μάθημα » *común y útil para el arte de la guerra*

Antes de satisfacer esta expectativa, Platón excluye que el μάθημα en cuestión pueda identificarse con la gimnasia y con la música.[86] Por tanto, Sócrates sugiere —lo señalaba antes— que el μάθημα buscado es algo *común* (κοινόν), «del que hacen uso todas las τέχναι, διάνοιαι y ἐπιστῆμαι».[87] La expresión me parece explicada por la afirmación, realizada más adelante, según la cual «los λογιστικοί muestran, por así decirlo, agudeza en todos los ámbitos de estudio, εἰς πάντα μαθήματα».[88] Me parece que Platón piensa en una «comunidad» del μάθημα buscado —que coincidirá sobre todo con la «logística», es decir, con una teoría arcaica de la proporción— mucho más amplia y, al mismo tiempo, genérica que aquella que Aristóteles reconoce a la teoría general de las proporciones de Eudoxo respecto a las otras matemáticas.[89] Aquí se observa, en sustancia, que el μάθημα buscado es útil en todos los ámbitos del saber y, por tanto, debe ser aprendido en primer lugar.

«¿Y cuál es?» este μάθημα —pregunta Glaucón.

«Una tontería» —responde Sócrates— «una banalidad: distinguir lo uno, el dos, y el tres: es decir, ἀριθμόν τε καὶ λογισμόν», número y, ordinariamente, «cálculo».[90]

---

[83] *Cf. Ibíd., s.v.* περιάγω, ἀνάγω, ἀνέρχομαι, ἐπάνοδος.

[84] Platón. *República*, VII, 521 d4.

[85] Esquilo. *Prometeo encadenado*, vv. 456-8.

[86] Platón. *República*, VII, 521 c12-522 a10; no me detendré en 522 c1-e4.

[87] *Ibíd.*, 522 c1-2 cf. 8-9.

[88] *Ibíd.*, 526 b5-6.

[89] Consúltese: Cattanei. *Enti matematici...*, pp. 78-79.

[90] Platón. *República*, VII, 522 c4-7

Verdaderamente una tontería. ¿Qué cosa puede haber de auroral, en el sentido que se ha visto, al numerar uno, dos y tres, y al hacer cálculos?

Antes de responder a esta pregunta —Sócrates lo hará en breve, sobre todo, a partir del ejemplo de los tres dedos—,[91] se subraya cómo el número y el cálculo son útiles —más bien, *necesariamente* útiles— al arte de la guerra.[92] Número y cálculo presentan, por tanto, aquella utilidad para la guerra que desde el inicio Sócrates reclamaba como rasgo definitorio del μάθημα buscado, junto a la δύναμις auroral. La utilidad para la guerra no es una finalidad vil, comparable a la contabilidad de las ventas y de las adquisiciones de un comerciante. Más adelante, la práctica de la «logística» por parte de los negociantes es contrapuesta a aquella que tiene como fin «conducir la guerra y facilitar el giro del alma desde el devenir hacia la verdad y hacia el ser».[93] Solo que para conducir la guerra bastan mínimos rudimentos, γεωμετρίας τε καὶ λογισμόν, de geometría y de «cálculo».[94] ¿Qué cosa hace, en efecto, Palámedes —que es uno de los inventores míticos del número (junto a Prometeo, Hermes, el dios egipcio Teuth, y otros)—? La actividad principal de Palámedes es formar τάξεις.[95] Además de ordenar el ejército en τάξεις, Palámedes cuenta las naves y todas las otras cosas, como si jamás hubiesen sido contadas. Son operaciones muy rudimentarias que, sin embargo, exigen la capacidad de «λογίζεσθαι καὶ ἀριθμεῖν».[96] Sin esta capacidad, se corre el riesgo de ser un comandante ridículo y absurdo, como Agamenón, que no sabía cuántos pies tenía, porque no era capaz de contar.[97] Agamenón, a diferencia de Palámedes, no conocía ni siquiera aquella actividad banal, que Sócrates ha indicado como κοινὸν μάθημα: distinguir uno, dos, tres; es decir: número y cálculo. Sin embargo, Palámedes parece haber hecho algo más. Lo podemos leer «en las tragedias» —como dice Platón—.[98] El modelo de las τάξεις en la tierra correspondía, para Palámedes, al orden de los astros en el cielo y, a su vez, la red de «señales» presentes en el cielo concordaba con las τάξεις de los números —así está documentado en un fragmento de Sófocles.[99] Cielo y tierra hallan un vínculo entre sí, son aproximados gracias a τάξεις numéricas. De este modo Palámedes intenta asemejar dos realidades en oposición de contrariedad, por medio de secuencias numéricas. Su arte de la guerra, aunque en un nivel rudimental, usa el número y el λογισμός de manera análoga a la requerida para

---

[91] *Ibíd.*, 522 e5 ss. y sobre todo en 523 c4-6.

[92] *Ibíd.*, 522 c10-11: ἡ πολεμική.

[93] *Ibíd.*, 525 c4-6.

[94] *Ibíd.*, 526 d7-8.

[95] Actividad recordada en 522 d3-4, y también en 522 e3.

[96] *Ibíd.*, 522 e2.

[97] *Cf. ibíd.*, 522 d1 y ss.

[98] *Ibíd.*, 522 d2.

[99] A.C. Pearson. *The Fragments of Sophocles*. 2 Vol. Cambridge: Cambridge University Press, 1917 (reimp. Ámsterdam 1963), II, pp. 86-87.

que el alma gire, del devenir, hacia la verdad y hacia el ser. Y, por otro lado —como veremos en breve—, para alcanzar este objetivo —que, pienso, se puede identificar con «la intención de ser un hombre»[100] — se pasa a través de contrastes semejantes a una guerra—.

3. *La fuerza remolcadora del número y del «λογισμός» hacia la «νόησις» y la «οὐσία»: una comparación con las sensaciones*

A continuación, Sócrates explica cómo se manifiesta la capacidad del número y del λογισμός de conducir hacia la νόησις, es decir, su «fuerza remolcadora» hacia la οὐσία.[101] Inmediatamente dice que se usa correctamente el μάθημα señalado, si es usado como ἑλκτικὸς πρὸς οὐσίαν.[102] El término ἑλκτικὸς es, también, muy interesante. Exactamente, significa la capacidad de tensar una cuerda. La imagen alude, por tanto, a una situación de equilibrio y de tensión entre fuerzas contrarias.[103]

Para dejar en claro los contrastes que caracterizan la fuerza remolcadora del número y del λογισμός, Sócrates establece, en primer lugar, una comparación con las sensaciones. Cuando uno tiene sensaciones, hay algunas cosas que no estimulan la νόησις hacia la ἐπίσκηψις, es decir, «que no estimulan el pensamiento hacia la investigación», y hay otras que, en cambio, «lo impelen de todos modos a investigar».[104] Las primeras —las que no estimulan el pensamiento— son aquellas cosas «distinguidas claramente por la sensación» —la distinción, entonces, no estimula el pensamiento.[105] Las segundas —las cosas que impelen el pensamiento a investigar— son, por el contrario, aquellas cuya sensación —dice Platón— «no produce nada saludable».[106]

¿Cuál es, entonces, la «enfermedad» que induce a pensar? Podría tratarse de una carencia de distinción. Pero no una falta de distinción cualquiera —como por ejemplo la de los bordes de un objeto visto desde lejos o en perspectiva—.[107] Se trata de una falta de distinción entre contrarios: se trata de pasar de una sensación a la sensación contraria en el mismo momento; la sensación, pues, «no muestra más una cosa que su contraria, sea que venga de cerca, sea que venga de lejos».[108] El paso, simultáneo, de un contrario al otro y viceversa, de modo tal que los dos

---

100 Platón. *República*, VII, 522 e4.

101 *Ibíd.*, 522 e5-524 d1.

102 *Ibíd.*, 523 a2-3.

103 Pero tal vez puede hacer alusión algo más, esto es, a la práctica de los *ἁρπεδονάπται*, «los tensadores de cuerdas»: Eran sacerdotes egipcios que tenían como tarea reproducir en la tierra, con cuerdas atadas a estacas, la posición de fenómenos celestes y constelaciones, antes de construir un templo. *Cf.* Zellini. *Gnomon...*, pp. 126-127.

104 Platón. *República*, VII, 523 a5-8.

105 *Ibíd.*, 523 a10-b3.

106 *Ibíd.*, 523 b3-4.

107 *Ibíd.*, 523 b5-6.

108 *Ibíd.*, 523 c2-3.

contrarios se muestran contemporáneamente, es la «enfermedad» que impone al pensamiento un examen más detenido.

Sócrates propone el ejemplo de los tres dedos —«el más pequeño», el meñique, «el segundo y el mayor»—, que he mencionado con anterioridad.[109] «La vista jamás ha indicado al alma que un dedo sea el contrario de un dedo», observa Sócrates, después de haber excluido que la posición de los tres dedos —en un extremo, al centro o al otro extremo— o el hecho de que sean blancos o negros, gruesos o delgados, impida a la vista captar cada uno de los dedos como un dedo.[110] Esta es la situación saludable que «no provoca, ni estimula al pensamiento».[111] En la situación opuesta, el ojo no capta lo grande y lo pequeño tan distintamente, como para considerar indiferente la recíproca posición de los dedos —en un extremo, en el otro extremo, en el centro. También el tacto y, en general, todos los sentidos tienen la facultad de advertir sensaciones contrarias, provocando la impresión de que lo percibido es, simultáneamente, una cierta cosa y su contraria: por ejemplo, grande y pequeña, ligera y pesada, y así por el estilo. «En tales casos» —dice Sócrates[112]— «es necesario que el alma se encuentre en duda acerca de qué significa tal sensación» —y le toca «un trabajo de interpretación absurdo»— ἄτοποι αἱ ἑρμενεῖαι, «que requiere de un examen detenido».[113]

El alma es puesta a prueba: debe examinar con detenimiento «si cada cosa manifestada (por los sentidos) es una, o más bien dos».[114] Y lo hace, estimulando λογισμόν τε καὶ νοήσιν. Si la vista capta dos cosas, cada una aparecerá distinta y una.[115] Es decir: si el alma reconoce que hay dos cosas, reconoce al mismo tiempo que cada una de ellas es una en sí misma, y distinta de la otra; reconocer dos cosas significa reconocer, al mismo tiempo, la oposición entre uno y otro que caracteriza cada una de ellas en relación a la otra. En este momento, la νόησις interviene para separar los opuestos: separa las dos cosas, pensándolas cada una independientemente de la otra —cosa que es posible, porque de otro modo las dos cosas no habrían sido reconocidas como dos cosas, sino como *una* cosa.[116]

La νόησις obra del mismo modo también a propósito de lo grande y de lo pequeño: el ojo los ve indiferenciados, la νόησις, al contrario, los ve (ἰδεῖν) distintos el uno del otro. De aquí surge en nosotros la exigencia de preguntarnos qué es lo grande y, luego, qué cosa lo pequeño. «Y justamente así» —observa Sócrates concluyendo— «hemos llamado a algo inteligible, y a algo visible».[117] La misma distinción entre inteligible y sensible es el resultado de la acción de

[109] *Ibíd.*, 523 b5-6.
[110] *Ibíd.*, 523 d5-6.
[111] *Ibíd.*, 523 d8-e1.
[112] *Ibíd.*, 524 a6-7.
[113] *Ibíd.*, 524 b1-2.
[114] *Ibíd.*, 524 b3-4.
[115] *Ibíd.*, 524 b7-8: ἕτερον τε καὶ ἕν.
[116] *Ibíd.*, 524 b10-c1.
[117] *Ibíd.*, 524 c13.

separación que la νόησις opera sobre contrarios que se presentan juntos: como sucede en la percepción de dos objetos, o en la de un objeto grande y pequeño.

4. *La aplicación del símil a la unidad aritmética*

Del mismo modo ocurre en la aritmética y en la «logística» —finalmente citadas por su nombre—.[118] Sócrates propone una analogía entre «el número y lo uno» y los dos casos de sensación ilustrados anteriormente.[119] Recordemos que la situación «saludable», que no estimula el pensamiento, era aquella en que cada uno de los dedos era captado, de manera satisfactoria, simplemente como un dedo. Análogamente, si con la vista o con otro sentido se capta de manera satisfactoria lo uno en sí y por sí, lo uno no puede ser ὁλκὸν ἐπὶ τὴν οὐσίαν —fuerza remolcadora hacia el ser, expresión que recuerda el pasaje donde lo que llamaba el poder auroral del *máthema* buscado consistía, justamente, en el ser ὁλκὸν ἀπὸ τοῦ γιγνομένου ἐπὶ τὸ ὄν— fuerza remolcadora del devenir hacia el ser.[120] Para tener este poder, lo uno debe ser advertido de manera semejante al objeto de las sensaciones que captan los contrarios juntos: debe ser advertido siempre unido a su contrario, «de modo tal que parezca uno no más que su contrario».[121] Solo frente a una situación de este tipo, con la exigencia de distinguir las cosas, el alma empieza a tener dudas y a investigar: pone en acción al pensamiento, y se pregunta, antes que nada, qué cosa es, por sí, lo uno. Solo en ese caso la μάθησις que se ocupa de lo uno se revela como una de las disciplinas capaces de conducir y hacer girar al alma hacia la contemplación del ser.

En este momento, esperaríamos —y habría sido perfecta— una aplicación, en la aritmética y en la «logística», de los dos ejemplos expuestos con anterioridad: contar dos cosas, considerar si una cosa es *grande* o *pequeña*. En cambio, Sócrates introduce una nueva oposición —la que se da entre la unidad y la multiplicidad indefinida— y, además, no lo hace con términos explícitos.

A la observación de Sócrates, según la cual es necesario que lo uno se presente en modo tal de parecer uno no más que su contrario, para que tenga el poder de remolcar hacia la verdad[122] sigue el comentario de Glaucón: «En efecto, nosotros vemos la misma cosa como una cosa y como infinitas cosas en la multiplicidad»[123] —comentario que Sócrates conduce del «ver cosas unas y múltiples» al estudio de la unidad y del número—. Aunque es muy expeditivo: subraya solamente que «lo que vale para lo uno vale también para todos los números».[124] Sócrates, pues, sugiere que tanto lo uno, como cada número, parecen uno e infinitamente múltiple. Pero no dice *cómo* se verifica esto.

---

[118] *Ibíd.*, 525 a9-10.

[119] Me concentro en 524 d2-525 b10.

[120] *Ibíd.*, 521 d3.

[121] *Ibíd.*, 524 e2 ss.

[122] *Ibíd.*, 524 e2 ss.

[123] *Ibíd.*, 525 a4-5.

[124] *Ibíd.*, 525 a6-7.

La explicación más simple sería obviamente que lo uno resulta siempre uno y múltiple, probablemente porque cada unidad es una, pero hay infinitas unidades: esto debería ser válido también para cada número, que es uno pero infinitamente múltiple, porque es ese número dado, pero es infinitamente repetible. En este momento, sin embargo, no es ofrecida tal explicación,[125] ni otra alguna.

Sócrates, por el contrario, llega apuradamente a una conclusión: «logística» y «aritmética»,[126] que se ocupan íntegramente del número, conducen «de manera extraordinaria»[127] a la verdad; es posible, entonces, que se encuentren entre los μαθήματα que se estaban buscando, porque es necesario que los llegue a conocer tanto el hombre de guerra —por las τάξεις[128]— como el filósofo, para alcanzar el ser, alejándose del devenir. «Caso contrario» —agrega Sócrates— «de nada le vale ser λογιστικός».[129]

La conclusión es desproporcionada respecto a lo que la precede. Antes de ver cómo Sócrates, a continuación, resuelve esta desproporción, es oportuno ofrecer una breve aclaración del modo como, para Platón, la aritmética y la «logística» «se ocupan íntegramente del número».[130] Prestando especial atención a un pasaje del *Gorgias* y a otro del *Cármides*,[131] se llega a la conclusión de que la aritmética consiste en el estudio teórico de los números —entendidos como números enteros positivos— y de sus propiedades, mientras la «logística» consiste en el estudio teórico de las relaciones entre los números y de las propiedades de tales relaciones.

5. *El «extraordinario» poder de conducir a la verdad de la aritmética y de la «logística»*

A continuación, Sócrates advierte la necesidad de fundamentar un poco mejor el *extraordinario* poder de conducir hasta la verdad, que ha atribuido a la aritmética y sobre todo a la «logística» —al punto que exhorta a imponer por ley la enseñanza de la «logística» a quien aspira a los máximos cargos públicos.[132] ¿Cómo desarrolla esta justificación? Explicando, de manera polémica, cómo *no* debe ser concebido el carácter uno y múltiple que es pertinente al uno y a cada número. Y, al interior de esta explicación polémica, emerge que lo uno y los números no son realidades físicas, sino más bien objetos de la διάνοια.[133]

Sócrates se enfrasca en una polémica contra quien cultiva la «logística» con fines prácticos, ajenos a la guerra; pero mucho más que sus viles fines, Sócrates critica el hecho de que aquellos practiquen la «logística» empíricamente, admi-

---

[125] Explicación que se puede encontrar en 526 a3; y también en Platón. *Filebo*, 56 e2.
[126] Platón. *República*, VII, 525 a9.
[127] *Ibíd.*, 525 b2: ὑπερφυῶς.
[128] *Ibíd.*, 525 b4.
[129] *Ibíd.*, 525 b6.
[130] *Ibíd.*, 525 a9-10.
[131] Platón. *Gorgias*, 451 b; *Cármides*, 166 a.
[132] Platón. *República*, VII, 525 b11-c1.
[133] *Ibíd.*, 525 b11-526 c4.

tiendo el fraccionamiento de la unidad y la existencia de números fraccionarios. Para ellos, la unidad, que es un cuerpo físico, puede dividirse en 2 partes, 3 partes, 4 partes y así por el estilo, y, por tanto, también los números —que son compuestos por unidades— pueden fraccionarse del mismo modo. Pero no es este tipo de multiplicidad el que la «logística» debe contemplar junto a la unidad, en cada uno de sus objetos.

Avanzaré gradualmente. Sócrates expresa su aversión —ya mencionada— hacia la «logística» de los comerciantes y de los mercaderes. En primer lugar, reafirma, por contraste, que es necesario cultivar la «logística» con fines cognoscitivos, «hasta alcanzar, *con la* νόησις, la contemplación de la naturaleza de los números».[134] El μάθημα περὶ τοὺς λογισμούς[135] se revela muy útil «para conducir con fuerza al alma hacia lo alto» —es decir, del devenir al ser— «y a obligarla a razonar (διαλέγεσθαι) sobre números en sí mismos».[136]

Pero con una condición: no considerar la simultaneidad de los contrarios de la unidad y de la multiplicidad, en lo uno o en cada número, como una unidad que se fracciona en múltiples o, incluso, en infinitas partes, a la manera de un cuerpo físico.

Los expertos, en efecto, se burlan y rechazan a quien en sus propios razonamientos pretenda dividir la unidad, como si se tratase de un cuerpo físico. Peor aun: más se empeña uno en dividir la unidad, más ellos la multiplican, porque se preocupan por hacer aparecer lo uno como uno, y no como muchas partes.[137] El discurso me parece el siguiente: quien considera la unidad de naturaleza empírica y, por tanto, divisible como todo cuerpo físico, la divide por ejemplo en mitad, en tercios, en cuartos y así por el estilo. De esta manera, produce, números fraccionarios: 1/2, 1/3, 1/4. Para restablecer la unidad —que debe ser indivisible y no tener partes— los expertos multiplican las divisiones de la unidad: 1/2 por dos, por ejemplo, o 1/3 por tres, y de la multiplicación de las divisiones obtienen de nuevo la unidad. Obviamente, interrogados acerca de cuáles son los números materia de su discurso: —números en los que cada unidad es puesta como idéntica a la otra, totalmente indiferente de la otra y carente de partes—, ellos responderían que se trata de números que solo pueden ser objeto de la διάνοια —números que no se pueden manejar de otro modo.[138]

Sócrates se siente satisfecho. Considera que ha mostrado como el μάθημα en cuestión —la «logística» teórica— «corre el riesgo de convertirse en imprescindible para nosotros», porque obliga al alma «a hacer uso de la νόησις para dirigirse a la verdad».[139] Glaucón aprueba, e insiste aun en el hecho de que la «logística» tiene un *fuerte* poder constrictivo para el alma.[140]

---

[134] *Ibíd.*, 525 c2-3.
[135] *Ibíd.*, 525 d1.
[136] *Ibíd.*, 525 d5-7.
[137] *Ibíd.*, 525 d6-e4.
[138] *Ibíd.*, 526 a1-7.
[139] *Ibíd.*, 526 a8-b2.
[140] *Ibíd.*, 526 b4.

Sin embargo, no se ha dicho —ni se mencionará en las siguientes líneas— cómo efectivamente se realiza, en el caso de lo uno y de los números, la situación de presencia simultánea de los contrarios, lo uno y la multiplicidad indefinida, que sirve de estimulo a la νόησις.

Además, el discurso se concentra más que nada en la «logística», dejando de lado la aritmética.[141] Por tanto, no es suficiente la explicación que se había propuesto como hipótesis, esto es: lo uno es uno, pero, dado que es infinitamente repetible, es también infinitamente múltiple. Y no es suficiente porque es una explicación que vale para los números singularmente considerados —que son objeto de la aritmética—, antes que para las relaciones entre números—que son objeto de la «logística».

Hay además otra razón que, a mi parecer, hace que la explicación propuesta como hipótesis resulte insuficiente. Es una explicación respecto de la cual se podría repetir la expresión ya usada por Sócrates a propósito del contar 1, 2, 3...: Φαῦλον, una tontería, una banalidad.[142] Por el contrario, aquí se subraya la grandísima *dificultad* de la «logística»: «sin embargo, creo, entre las cosas que producen más fatiga a quien las aprende y las cultiva, no podrías encontrar fácilmente una, ni muchas, como esta»;[143] tanta dificultad, que se aconseja su enseñanza solo a los ἄριστοι.[144]

6. *La gran dificultad de la «logística» teórica: algunos ejemplos*

Me pregunto, entonces, para concluir: ¿cuáles pueden ser, en Platón, los muy difíciles ejemplos de «logística» teórica, donde uno y número «se presenten», cada uno «uno, no más que múltiple» —y en general con los caracteres opuestos que hemos encontrado en los textos leídos?

Se puede encontrar una respuesta permaneciendo al interior del *curriculum* matemático de la *República* y también, en un caso, saliendo de ella. En el *curriculum* de la *República*, la sección dedicada a la geometría[145] no contiene ejemplo alguno que nos pueda ayudar, pero si nos dirigimos a la sección paralela del *curriculum* presentada en *Leyes*, encontramos una referencia importante: la referencia a la demostración de la existencia de magnitudes inconmensurables.[146]

En el resto del *curriculum* matemático de la *República* aparecen además dos referencias interesantes: una sobre el cálculo de intervalos astronómicos, la otra sobre el cálculo de relaciones armónicas.[147] Estos cálculos y, sobre todo, la demostración de la inconmensurabilidad son casos de ἀνταναίρεσις; incluso, en

[141] Esto vale sobre todo desde 525 b11 a 526 c4.

[142] *Ibíd.*, en 522 c5.

[143] *Ibíd.*, 526 c1-3.

[144] *Ibíd.*, 526 c5-6.

[145] *Ibíd.*, 525 c8-527 c11.

[146] Platón. *Leyes*, VII, 817 e5-820 e7, en especial, 820 b3-c9.

[147] Consúltese: Platón. *República*, 529 d1-5 y 531 c1-4, respectivamente.

cuanto a la demostración de la inconmensurabilidad, estamos ante al caso más típico y estudiado de ἀνταναίρεσις en la matemática antigua.[148]

7. *Conclusión*

Me parece que se puede concluir que las matemáticas de las que habla Platón en el *curriculum* de estudios bosquejado en el libro VII de la *República* son precisamente las matemáticas caracterizadas por el desarrollo teórico del cálculo antanairético, en toda la variedad y complejidad de sus casos. Estas matemáticas, practicadas con fines teóricos y dirigidas a objetos inteligibles, forman al filósofo-político, y a cada hombre cabal, remolcando su alma desde el devenir hacia el ser. En consecuencia, es el ejercicio de este tipo de matemáticas el γυμνάζειν μαθήμασιν πολλοῖς que prepara para el μέγιστον μάθημα: también ejercitando el intelecto en la elaboración teórica de los diversos cálculos antanairéticos —una actividad que puede ser muy difícil y fatigosa—, se alcanza la contemplación del sol; son, pues, estas matemáticas la aurora que preludia el surgimiento del sol y el pleno día. Además, este mismo tipo de matemáticas —en cuanto labor intelectual en la que conviven exactitud y aproximación, finito e infinito, diversidad y unidad, en general, potentes contrastes, a partir de los cuales despega la νόησις— corresponde a la διάνοια del «símil de la línea». Y, por último, claramente, este tipo de matemáticas, las matemáticas de la ἀνταναίρεσις, tiene el poder de liberar de las cadenas al hombre prisionero en la caverna y de convertirlo, gradualmente, desde lo que se genera y se corrompe a lo que siempre es.

(Trad. de Carlos Kohatsu)

148 *Cf.* Fowler. *The Mathematics...*, pp. 31-34, 106-120, 294-308; Zellini. *Gnomon...*, 162-197.