

# INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra

Editores

## Capítulo 1



*Investigaciones en educación matemática*

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, editores

© Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, 2016

© Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2016

Av. Universitaria 1801, Lima 32, Perú

[feditor@pucp.edu.pe](mailto:feditor@pucp.edu.pe)

[www.fondoeditorial.pucp.edu.pe](http://www.fondoeditorial.pucp.edu.pe)

Diseño, diagramación, corrección de estilo  
y cuidado de la edición: Fondo Editorial PUCP

Primera edición: octubre de 2016

Tiraje: 500 ejemplares

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,  
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2016-12807

ISBN: 978-612-317-201-5

Registro del Proyecto Editorial: 31501361601055

Impreso en Tarea Asociación Gráfica Educativa

Pasaje María Auxiliadora 156, Lima 5, Perú

# A SIMETRIA ORTOGONAL EM ALGUMAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA ENSINO FUNDAMENTAL II<sup>1</sup>

*The orthogonal symmetry in some collections of math textbooks for Elementary Education II*

Cleusiane Vieira Silva<sup>2</sup>  
Saddo Ag Almouloud<sup>3</sup>

## RESUMO

Este artigo é parte de uma pesquisa de doutorado em andamento na qual investigamos a prática docente e sua influência na construção de conceitos geométricos, em um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da simetria ortogonal. Buscamos identificar qual é o tratamento dispensado em livros didáticos de Matemática quanto ao ensino da simetria ortogonal. Analisamos quatro coleções, apoiados na Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente nas noções de tarefa, técnica e tecnologia. Como principal resultado dessa análise, observamos que as generalizações matemáticas relacionadas à simetria ortogonal, como a conservação de propriedades, são pouco exploradas nas tarefas propostas nos livros didáticos e as validações de procedimentos e respostas requeridas ficam restritas ao senso comum.

**Palavras-chave:** *Livros didáticos. Simetria ortogonal. Organização Praxeológica.*

---

<sup>1</sup> Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT Parceria PUC-SP e PUC-PERU. FAPESP: 2013/23228-7; CNPq: 404411/2013-4

<sup>2</sup> Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - cleusianesilva@gmail.com

<sup>3</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) - saddoag@gmail.com

**ABSTRACT**

This article is part of a doctoral research in progress, in which we investigated the teaching practice and its influence in the construction of geometric concepts in a study on the teaching and learning of orthogonal symmetry. We aim to identify which is the treatment in some mathematics textbooks regarding the teaching of orthogonal symmetry. We have analyzed four collections of mathematics textbooks based on the Anthropological Theory of Didactic, specifically on the notions of task, technique and technology. As the main outcome of this analysis, we observed that the mathematical generalizations related to orthogonal symmetry, like the conservation of properties, remain underused in the tasks proposed in didactic textbooks, and the required validations of the procedures and responses are restricted to common sense.

**Keywords:** *Didactic books. Orthogonal symmetry. Praxeological organization.*

**INTRODUÇÃO**

Recurso importante nos processos de ensino e de aprendizagem e, muitas vezes, a principal fonte de consulta de professores, o livro didático pode nos dar alguns indícios sobre o ensino de determinado conteúdo, sobretudo a simetria ortogonal. A importância desse recurso tomou uma dimensão ainda maior depois da implementação da política pública de distribuição de livros por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD<sup>4</sup>). No guia de livros didáticos PNLD 2014 para o Ensino Fundamental II, escolhemos as coleções de livros de matemática para alunos do 6º ao 9º anos aprovadas para o triênio 2014-2016. Observamos por intermédio da análise dos conteúdos abordados em cada uma das coleções que a simetria (em particular simetria ortogonal) é contemplada em todas as 10 coleções aprovadas. A seguir apresentamos um quadro cujo objetivo é destacar a importância dada à simetria nessas coleções:

---

<sup>4</sup> Este guia apresenta as coleções de livros didáticos de matemática aprovadas para o triênio 2014-2016, além de uma resenha sobre cada coleção aprovada e os critérios de avaliação das mesmas.

**Quadro 1**

**Importância dada à simetria nos livros didáticos aprovados no PNLD 2014**

Coleções aprovadas no PNLD 2014	Livros da coleção em que aparece	Está associada aos conteúdos
Descobrimo e aplicando a Matemática	6º ano	Figuras geométricas espaciais e planas; simetria de reflexão;
	7º ano	Figuras geométricas, medida de ângulos, ângulos: entre retas, em polígonos, na circunferência;
Matemática Bianchini	7º ano	Simetria de reflexão; ângulos: complementares, suplementares, opostos pelo vértice;
	8º ano	Ângulos – medidas de ângulo – circunferência; simetria: axial, de rotação.
Matemática ideias e Desafios	6º ano	Polígonos: ladrilhamento; simetria axial;
	7º ano	Simetria axial
	8º ano	Simetria axial: eixo de simetria; distância de ponto a reta; simetria central; movimentos rígidos no plano: reflexão, translação e rotação de movimentos rígidos e congruência de figuras geométricas planas; Padrões e ladrilhamentos;
Matemática Imenes & Lellis	6º ano	Simetria de reflexão - números simétricos
	7º ano	Ângulos – medidas de ângulo – circunferência; simetria: axial, de rotação;
	8º ano	Ângulos formados por retas paralelas e transversais; polígonos; quadriláteros; simetrias;
	9º ano	Desigualdade triangular; simetria; desenho em perspectiva;

Coleções aprovadas no PNLD 2014	Livros da coleção em que aparece	Está associada aos conteúdos
Matemática: teoria e Contexto	6º ano	Ângulos; polígonos; circunferência e círculo; paralelepípedos; prismas e pirâmides; simetria axial;
	7º ano	Ângulo - medida de ângulos - retas perpendiculares; triângulos; polígonos regulares; simetrias: axial, de rotação, central; localização no plano; representação em perspectiva;
Praticando Matemática	6º ano	Triângulos, quadriláteros; polígonos regulares – perímetro – circunferências; simetria de reflexão;
Projeto Arariba Matemática	6º ano	Sólidos geométricos: poliedros e corpos redondos; figuras geométricas planas; vistas – gráfico de coluna, simetria de reflexão;
Projeto Telaris Matemática	7º ano	Poliedros e corpos redondos: elementos, classificação; polígonos convexos; vistas; simetria de reflexão, gráficos;
	9º ano	Figuras geométricas semelhantes; semelhança de polígonos; transformações geométricas: translação, reflexão, rotação, homotetia – gráficos de setores;
Projeto Velear Matemática	8º ano	Simetrias de: reflexão, rotação e translação; mosaicos e ornamentos.
Vontade de saber Matemática	6º ano	Polígonos: classificação; triângulos e quadriláteros; circunferência e círculo; simetria de reflexão;
	7º ano	Ampliação, redução e reprodução de figuras; simetria: reflexão, rotação;
	9º ano	Simetria de rotação; simetria de translação, simetria de reflexão;

Fonte: quadro elaborado pelos autores com base no Guia do PNLD 2014

Notamos, por meio do quadro 1, que a simetria ortogonal aparece sempre relacionada a outros conteúdos de geometria, por exemplo, na classificação de polígonos, e na maioria das vezes, em mais de um livro da coleção. Assim, entendemos ser importante fazer uma análise sobre o tratamento dado à simetria ortogonal em alguns livros didáticos de matemática para o Ensino Fundamental II, isto é, como este conteúdo é introduzido, quais são os tipos de problemas e de técnicas propostas aos mesmos. As coleções de livros didáticos alvos de nossa análise foram escolhidos utilizando dois critérios:

- A coleção escolhida e adotada pela escola alvo da pesquisa de doutorado segundo o guia do PNLD para o triênio 2011-2013;
- As coleções escolhidas (primeira, segunda e terceira opções) por esta escola segundo o guia do PNLD para o triênio 2014-2016,

A análise dessas coleções nos ajudará a compreender, em parte, algumas questões referentes à realidade que cerca o ensino da simetria ortogonal no sistema de ensino.

### **ANÁLISE DAS QUATRO COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS ESCOLHIDAS**

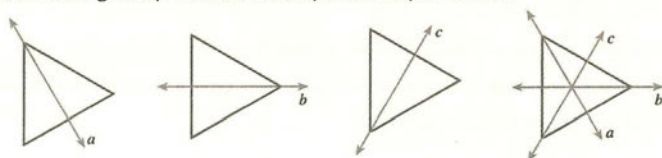
A noção de simetria ortogonal é introduzida nos livros didáticos levando em consideração a etimologia da palavra e a noção de espelhamento e sobreposição como pode ser verificado na figura 1.

*A palavra **simetria** vem do grego e quer dizer "justa proporção". Você pode verificar se uma figura é simétrica traçando um eixo, dividindo a figura em duas partes iguais. Se as duas partes, assim divididas, forem exatamente iguais e puderem se sobrepor, a figura será simétrica.*

*Figura 1. Coleção 1, 2009, p. 304*

Outra forma de introduzir a ideia de simetria ortogonal abordada nas quatro coleções é por intermédio de uma atividade lúdica de cunho intuitivo. Estas envolvem principalmente, a manipulação de figuras por meio de dobradura. Os autores aproveitam as atividades desse tipo para definir intuitivamente eixo de simetria como uma de linha reta, que divide a figura em duas partes com mesma forma e mesma dimensão como se uma fosse a imagem refletida em um espelho da outra. A definição de figura simétrica e assimétrica deriva da definição de eixo de simetria. A palavra forma nesta definição intuitiva parece remeter à aparência da figura. Em alguns casos são apresentados no corpo do texto ou na lista de exercícios alguns polígonos e seus eixos de simetria como podemos conferir na figura 2:

Observe o triângulo equilátero abaixo, reproduzido quatro vezes.



Note que as retas  $a$ ,  $b$  e  $c$  são eixos de simetria desse triângulo. Por isso, dizemos que o triângulo equilátero tem 3 eixos de simetria.

Figura 2. Coleção 2, 2011, p. 166

Esse autor apresenta ainda, outros polígonos e propõe aos alunos uma discussão sobre a diferença entre o número de eixos de simetria do quadrado e do losango. O autor utiliza esta reflexão para definir polígono regular utilizando a noção de eixo de simetria como «todo polígono que tem o número de lados igual ao número de eixos de simetria é denominado polígono regular» (Coleção 2, 2011, p.166). Reconhecemos a habilidade do autor em fazer a conexão entre a noção de polígono regular e eixo de simetria, mas avaliamos que esta seria um tipo de definição que poderia ser estabelecida pelo próprio aluno por meio de um conjunto de situações cujas tarefas o levasse a tal conclusão.



## **A ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA**

Para a análise dos livros didáticos, utilizamos a noção de organização praxeológica proposta por Chevallard (1998), segundo o qual, o postulado básico da Teoria Antropológica do Didático estabelece que toda atividade humana é realizada segundo um modelo único resumido pela palavra praxeologia. De forma simplificada, «um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa forma uma organização praxeológica (ou praxeologia) pontual» (Almouloud, 2007, p.117). Segundo Artaud (1988), para que um tipo de tarefa didática T possa viver no sistema de ensino, é necessário que exista um conjunto de técnicas que permitam realizar T, tecnologias relativas a estas técnicas (um discurso que permita justificar as técnicas) e por fim uma teoria que é a explicação da tecnologia.

Ao analisarmos as tarefas propostas nos livros didáticos, levamos em consideração as técnicas desenvolvidas pelos autores. Sendo assim construímos nossa ferramenta de análise de acordo com o conjunto de critérios apresentados por Chevallard (1998). Para fim de melhor entendimento colocamo-los na forma de questões. Quanto aos tipos de tarefa temos os seguintes critérios.

Critério de identificação: os tipos de tarefas estão claramente apresentados e identificados? As tarefas em torno da noção de simetria ortogonal são interligadas a outros conteúdos matemáticos ou independentes? As tarefas são compostas de situações que permitem gerar por meio de seu sistema de variáveis problemas culturalmente conhecidos gerando assim conhecimentos? As tarefas são representativas de um *corpus* de conhecimentos localizados em torno da simetria ortogonal efetivamente disponível, suficientemente numeroso e de adequado grau de dificuldade?

Critério das razões de ser: que interesses as tarefas relacionadas à simetria ortogonal colocam em evidência? Ficam explícitas as razões de ser dessas tarefas?

**Crítério de Pertinência:** as atividades propostas nas tarefas fazem aparecer as propriedades matemáticas relacionadas à simetria ortogonal; a tarefa faz surgir algum tipo de generalização do ponto de vista matemático?

Segundo Chevallard (1998), as técnicas seguem os mesmos critérios que as tarefas, isto é, as técnicas que envolvem a noção de simetria ortogonal (dobradura, espelhamento, sobreposição, utilização de malhas quadriculadas, construções geométricas, demonstrações) propostas nos livros didáticos são realmente desenvolvidas ou apenas esboçadas? As técnicas são apresentadas com adequada evolução de acordo com o grau de maturidade do alunado ou se mantêm estáveis? São suficientemente inteligíveis? Seu escopo é satisfatório?

Quanto ao bloco teórico-tecnológico, para cada técnica relacionada à simetria ortogonal apresentada foi realmente oferecida uma justificativa ou esta é considerada como tacitamente dada, natural, evidente ou popular? As formas de justificação dadas são fechadas às formas canônicas em matemática? São adaptadas às condições? Os resultados tecnológicos são disponibilizados e na verdade otimamente explorados?

A seguir apresentamos a análise de duas tarefas, uma de reconhecimento de figura que eixo de simetria e a outra de construção de figura simétrica, retiradas dos livros didáticos analisados. Nessa análise, destacamos o tipo de tarefa, as técnicas disponibilizadas pelos autores, o discurso teórico-tecnológico em torno de cada situação.

**Situação 1:** Entre as figuras geométricas representadas a seguir, quais possuem eixo de simetria?

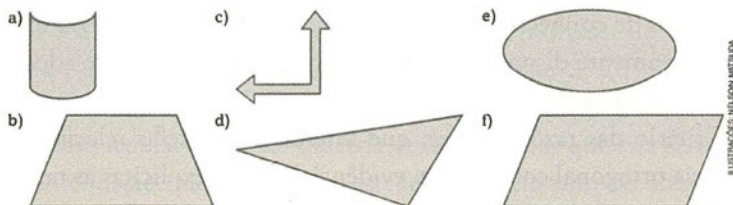


Figura 3. Coleção 2, 7º ano, p. 167

- Tarefa: Identificar em caso de existência os eixos de simetria das figuras.
- Técnica: As técnicas para solucionar cada uma das sub-tarefas podem ser consideradas as mesmas, o que diferencia cada solução são os procedimentos de aplicação. As técnicas desenvolvidas no livro incluem dobradura, espelhamento e sobreposição. Identificaremos cada sub-tarefa como T seguido da letra que identifica a figura. Para T(a) e T(b) dobra-se o papel onde a figura se encontra desenhada verticalmente ao meio e observa-se que as duas partes da figura irão se sobrepor. Encontra-se o eixo de simetria exatamente na dobra construída. A outra técnica envolve a utilização de um espelho plano colocado perpendicularmente ao papel onde a figura encontra-se desenhada na posição vertical no meio da figura, observa-se que a figura aparece completa novamente e o eixo de simetria deve ser localizado sob o espelho. Para T(c) a dobra do papel ou o espelho plano, nesse caso, deve ser localizado entre as duas setas da figura no sentido oblíquo de forma que a figura possa ser dividida em duas partes sobrepostas e congruentes. No caso de T(d) e T(f), após algumas tentativas de dobrar o papel ou colocar o espelho plano onde a figura está desenhada, de forma que se divida em duas partes congruentes e opostas, perceber-se que a figura (d) não possui eixo de simetria. Para T(e), como a figura tem dois eixos de simetria, é possível encontrá-los dobrando o papel onde a figura está localizada verticalmente ou horizontalmente de forma que as duas partes da figura sejam congruentes e sobrepostas. Por outro lado, também é possível utilizar o espelho como em T(a) e T(b).
- Discurso teórico-tecnológico: a justificativa aplicada à técnica é o conceito de simetria relacionado ao significado da palavra, isto é, correspondência, em grandeza, forma e posição relativa de partes situadas em lados opostos de uma linha ou plano médio.

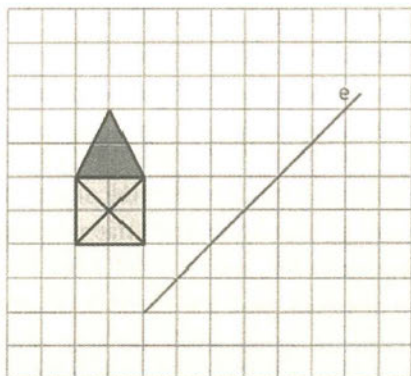
Observamos para a situação 1, quanto ao tipo de tarefa, que o objetivo da mesma esta claramente apresentado, isto é, identificar as figuras que possuem eixo de simetria. Apesar de o autor utilizar figuras geométricas planas com características diferentes, ele não as explora com o intuito que o sujeito tenha a possibilidade de estabelecer conexões dessas características com a simetria ortogonal. O sujeito é estimulado a apenas fazer observações superficiais para executar a tarefa. Além disso, a atividade não propõe que o sujeito apresente argumentos sobre o porquê, de identificar ou não as figuras como simétricas, o que restringe a possibilidade de construção de conhecimento por parte dos mesmos. O fato da classificação das figuras em grupos de figuras planas diferentes, segundo suas características, não ser explorado não explicita, de forma clara a razão de ser de cada uma das sub-tarefas.

Quanto ao critério de pertinência, a situação 1 não oferece condições para que o sujeito faça conjecturas e tente validá-las mesmo que seja localmente. Nesse caso, a definição e as propriedades matemáticas podem não ser percebidas.

Sobre as técnicas, a simetria ortogonal é introduzida no livro didático como reflexão, dessa forma o espelhamento e a dobradura são as principais técnicas desenvolvidas pelo autor e disponíveis para o sujeito utilizar na execução da tarefa. Para a tarefa apresentada na situação 1, as técnicas são adequadas e estão de acordo como o grau de maturidade do alunado.

O discurso teórico tecnológico por sua vez permanece restrito ao senso comum, A justificação é dada por meio de observações visuais, relacionadas ao espelhamento e da manipulação por meio da dobradura. Esta explicação está ligada principalmente ao significado da palavra simetria.

**Situação 2:** Faça um desenho como este em uma folha de papel quadriculado. A partir dele, obtenha outro, realizando um movimento de reflexão em relação ao eixo e.



*Figura 4.* Coleção 3, livro do 8º ano, p. 127.

- Tarefa: obter sobre a malha quadriculada a figura simétrica à figura dada com relação ao eixo  $e$ .
- Técnica 1: marcar os pontos sobre os vértices da figura geométrica. Dobrar a folha de papel sobre a reta  $e$ , encontrar os pontos simétricos aos pontos marcados na figura inicial. Ligar os pontos simétricos encontrados por meio de segmentos de reta. Verificar se as figuras-objeto e simétrica obtidas foram sobrepostas.
- Técnica 2: marcar sobre a malha quadriculada alguns pontos referenciais da figura. Utilizar a malha quadriculada para encontrar as retas perpendiculares ao eixo passando pelos pontos marcados. Marcar sobre esta reta do lado oposto ao eixo os pontos simétricos. Ligar os pontos simétricos por meio de segmentos de reta e revelar a figura simétrica.
- Técnica 3: destacar os principais pontos da figura dada. Em seguida, por esses pontos traçar, utilizando régua e compasso, as retas perpendiculares ao eixo de simetria  $e$ . Utilizando um compasso, marcar o ponto simétrico a cada um dos pontos correspondentes destacados na figura dada nas retas perpendiculares

construídas, observando que a distância de cada um destes pontos ao eixo de simetria é igual à distância de seus pontos correspondentes destacadas na figura dada ao eixo de simetria e.

Discurso teórico-tecnológico: A definição de simetria ortogonal levando-se em consideração que a imagem de um ponto B com relação à uma reta  $r$  é o ponto  $B'$  (simétrico de B) não pertencente a  $r$ , tal que  $r$  é a mediatriz do segmento  $\overline{BB'}$ , logo  $r \perp \overline{BB'}$  e  $d(r, B) = d(r, B')$ .

Quanto ao tipo de tarefa, para a situação 2, observamos que a finalidade desta é claramente apresentado, ou seja, obter sobre a malha quadriculada a figura simétrica à figura dada com relação ao eixo  $e$ . Implicitamente a tarefa está interligada a outros conteúdos, por exemplo, ângulos e construção de retas perpendiculares. Essa ligação permite ao sujeito relacionar objetos  $e$ , por meio dessa relação construir conhecimentos. Observamos ainda, que a tarefa é representativa de um *corpus* de conhecimentos localizados em torno da simetria ortogonal está efetivamente disponível e de adequado grau de dificuldade. Quanto à razão de ser da tarefa e pertinência, o autor espera que o sujeito perceba as propriedades e construa a definição de simetria ortogonal, mas não propõe que a cada passo da construção da figura simétrica o sujeito argumente sobre os mesmos, o que poderia explicitar as propriedades e os elementos necessários para construir a definição.

Verificamos que as técnicas 1, 2 e 3 apresentadas para a construção da figura simetria na situação 2, estão totalmente desenvolvidas no 8º livro da coleção 3. Observamos ainda, que estas são apresentadas com adequado nível de evolução e de acessível compreensão dos sujeitos, aos qual o livro didático se destina.

Quanto ao bloco teórico-tecnológico, para cada uma das técnicas relacionadas à cima o autor apresenta gradualmente uma justificativa que tem início com a proposta de observações da natureza e construções humanas por meio da arte, relacionadas ao significado da palavra simetria, passa pela definição de distância entre ponto e reta

e fim a construção da figura simétrica utilizando compasso e régua. Observamos que as explicações e justificativas dadas são adaptadas às condições, de forma que o alunado construa o conceito de simetria ortogonal, inicialmente por meio da visualização e da manipulação de figuras simétricas, e por fim na construção das mesmas em que é levada em consideração a definição e as propriedades da simetria ortogonal. Contudo, o autor não propõe uma iniciação dedutiva para justificar a figura construída.

### **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE NOSSA ANÁLISE**

Com relação ao conjunto de critérios que estabelecemos para analisar os livros didáticos, percebemos, quanto ao tipo de tarefa, que em todas as quatro coleções analisadas, estas estão interligadas de forma superficial a outros conteúdos geométricos como ângulos, congruência de figuras geométricas planas e as demais isometrias, mais que o *corpus* de conhecimento envolvidos nas tarefas poderia ser ampliado. São utilizados textos históricos e apelo a observações da utilização da simetria ortogonal na arte e atividades quotidianas do homem, como é o caso de revestimentos e azulejos por meio de mosaicos para justificar as tarefas propostas. As generalizações matemáticas relacionadas à simetria ortogonal como a conservação de propriedades são pouco exploradas nas tarefas propostas.

As técnicas (dobradura, espelhamento e sobreposição) necessárias para a resolução de algumas das tarefas são totalmente desenvolvidas nos livros. Somente em uma coleção de livros há a apresentação de outras técnicas como a construção geométrica por intermédio de instrumentos de desenho geométrico. Observarmos que nas coleções em que a simetria ortogonal é tratada em mais de um livro, o conteúdo retorna nos livros de anos posteriores com os mesmos tipos de situações-problema e são apresentadas as mesmas técnicas para desenvolver as tarefas propostas nas situações.

Quanto ao discurso teórico tecnológico, na maioria das vezes este fica restrito a uma justificativa aceita no senso comum, por intermédio da observação e reconhecimento, sem que explicações que levem em conta definições e propriedades matemáticas relacionadas à simetria ortogonal sejam efetivamente desenvolvidas no livro do aluno. Podemos observar nas orientações didáticas no manual do professor do livro do 8º ano da coleção 3 (2012) que o autor expõe os seguintes argumentos para apresentar, no livro didático, os conceitos geométricos apenas de forma intuitiva.

O tratamento intuitivo dado aos conceitos de geometria como idealização geométrica dos objetos do mundo físico recebe continuidade neste volume, tendo como pressuposto que o conhecimento é resultado da elaboração e reelaboração constantes dos conceitos. [...] A análise e o uso de padrões disponibilizam, aos alunos, recursos que favorecem o estudo das características e propriedades de um movimento em geometria (transformações geométricas) e possibilitam destacar as que são consideradas relevantes e observar as que coincidem. Com isso, os alunos poderão ensaiar possíveis organizações e tentar verificar se elas se conservam em todos os casos. (p. 38)

Em nenhuma das quatro coleções de livros analisadas, identificamos um tratamento do objeto matemático simetria ortogonal no sentido de transição da validação perceptiva para a dedutiva por parte dos alunos, isto é, não tem nenhuma iniciação de justificativa por meio de demonstração.

Em sua pesquisa Lima (2006), ao analisar manuais escolares adotados na França, classificou os seguintes tipos de problemas (tarefas) propostos nestes manuais:

reconhecimento de figuras simétricas com relação a uma reta  $d$ ; reconhecimento dos eixos de simetria; construção de figuras simétricas (à mão livre, sobre o papel quadriculado, com os instrumentos



de desenho); construção de eixos de simetria (à mão livre, sobre o papel quadriculado, com os instrumentos de desenho); (LIMA, 2006, p. 59, tradução nossa).

Além dos tipos de tarefa relacionados pela autora, acrescentamos por intermédio de nossa análise das quatro coleções analisadas: a identificação da conservação de algumas propriedades geométricas, identificação de pontos simétricos em uma figura plana e a criação padrões decorativos por meio de simetria axial. No quadro 2 apresentamos os tipos tarefas e a quantidade de cada uma delas por livro<sup>5</sup> em cada coleção analisada.

**Quadro 2**  
**Quantidade por tipo de tarefas propostas nos livros didáticos analisados sobre simetria ortogonal**

Tipos da Tarefa	Diversificação da tarefa	Coleção 1		Coleção 2		Coleção 3		Coleção 4		Total
		L7	L8	L7	L8	L7	L8	L7	L8	
		Reconhecer eixos de simetria	Com a utilização da malha quadriculada		6					
	Sem a utilização da malha quadriculada	1	4	3	1	15			24	
Reconhecer figuras simétricas	Com a utilização da malha quadriculada							1	1	
	Sem a utilização da malha quadriculada		11	1	2	2	5		21	

<sup>5</sup> Para identificar os livros de cada coleção codificamos por L (livro) seguido por um número que representa o ano, por exemplo, L7 significa livro do 7º ano.

Tipos da Tarefa	Diversificação da tarefa	Coleção 1		Coleção 2		Coleção 3		Coleção 4	Total
		L7	L7	L8	L7	L8	L8		
Construir eixos de simetria	À mão livre	1	2		3		5		11
	Com instrumentos de desenhos		1						1
Construir figuras simétricas	À mão livre		4				5		9
	Sobre a malha quadriculada		20	2	1	5	1		29
	Com instrumentos de desenhos		3			4	3		10
Identificação da conservação de algumas propriedades em figuras planas	Por meio de instrumentos de desenho		1						1
	Por meio da malha quadriculada		5			2			7
	Sem a utilização de malha quadriculada			7		4			11
Identificar pontos simétricos em uma figura plana	Por meio de instrumentos de desenho					2			2
	Sobre a malha quadriculada					3			3
	Sem a utilização de malha quadriculada		1			5			6
Criar padrões decorativos por meio de simetria axial	A mão livre ou com instrumentos de desenho geométrico	1	1			2	1		5
Total		3	59	10	9	30	36		147

Fonte: elaborado pelos autores

Analisando o quadro 2, constatamos que, entre os tipos de tarefas e técnicas exploradas na maioria das vezes nos livros didáticos, os procedimentos privilegiados para a construção de figura simétrica são aqueles que utilizam a malha quadriculada. Os autores dessas coleções teriam provavelmente considerado a malha quadriculada como facilitadora da aprendizagem do aluno. Contudo, os estudos de Grenier (1988) apontam que as respostas nos itens sobre o papel quadriculado não eram mais bem-sucedidas que as respostas sobre o papel branco, isto é, o papel quadriculado induz o sujeito a levar em conta os pontos particulares da figura. Além disso, como já apontado em estudos anteriores, (Grenier, 1988) num estudo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, Silva e Almouloud (2013) numa investigação realizada com professores em formação, foram observadas nas respostas dos sujeitos, procedimentos de contagem sobre as linhas horizontais ou verticais, procedimentos que são falsos quando o eixo de simetria tem direção oblíqua à folha.

O quadro 2 ainda nos leva a ponderar que a utilização de instrumentos de desenhos para construir figuras simétricas ou eixos de simetria é pouco explorada nas situações apresentadas nos livros, o que pode ocasionar a não construção por parte dos alunos de conceitos geométricos envolvidos nas tarefas propostas.

## **CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS**

O conjunto de critérios estabelecidos para analisar as tarefas propostas nos livros didáticos escolhidos permitiu evidenciar alguns aspectos em torno do ensino da simetria ortogonal. Um exemplo é a forma intuitiva como a simetria ortogonal é apresentada, observamos que o aluno não é instigado a questionar ou discutir sobre os procedimentos adotados nas tarefas propostas. Esse fato pode ocasionar numa restrição ao desenvolvimento do pensamento geométrico, principalmente com relação à escolha das técnicas, o que pode influenciar diretamente a forma como estes alunos justificam essas técnicas.

Desse modo, a análise de livros didáticos contribuiu, em parte, para nossa compreensão da realidade que cerca o ensino da simetria ortogonal, além de apontar algumas variáveis a serem consideradas pelo professor no momento da construção, análise e aplicação de uma seqüência de ensino. Como por exemplo, a proposta de tarefas que explorem as definições e propriedades matemáticas relacionadas à simetria ortogonal seja por meio de exercícios que envolvam técnicas como dobradura, espelhamento e decalque ou por meio de construções geométricas com a utilização de instrumentos de desenho.

Acreditamos que ao apresentar tarefas apenas de forma intuitiva e voltada na grande maioria das vezes para contextos externos a matemática, sobretudo com alunos que estejam cursando os últimos anos do Ensino Fundamental II, pode posteriormente desencadear no aparecimento de dificuldades de validação dos procedimentos que envolvam pensamento lógico-dedutivo.

## REFERÊNCIAS

- Almouloud, S. Ag. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba. Editora UFPR.
- Artaud, M. (1988) Introduction a l'approche ecologique du didactiques: l'ecologique des organisations mathematiques et didactiques. *Anais da la neuvème école d'ete de didactiques des mathematiques*, 9. 1988, Hougate, Bailleul. Hougate, p. 101-134.
- Bianchini, E. (2011). *Matemática: Bianchini, 7º ano*. Editora Moderna, São Paulo.
- Bianchini, E.. (2011). *Matemática: Bianchini, 8º ano*. Editora Moderna, São Paulo.
- Bigode, L. A. J. (2012). *Matemática*. 8º ano. Projeto Velear. 1º ed. São Paulo: Scipione.

- Brasil, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica (2013). Guia de livros didáticos - PNLD 2014: Anos finais do Ensino Fundamental - Matemática. Brasília.
- Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique*. Recuperado em 03 dez 2013 de: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse\\_des\\_pratiques\\_enseignantes.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf).
- Giovanni Junior, J. R.; Castrucci, B (2009). *A conquista da Matemática*, 7º ano. Edição Renovada – São Paulo: FTD.
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Tese (doutorado em Didática da Matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França.
- Lima, I. (2006). *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. 2006. Tese (doutorado em Didática da Matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França.
- Mori, I. & Onaga, D. S. (2012). *Matemática: ideias e desafios*. 8ºano. 17ª ed. São Paulo: Saraiva.
- Silva, C. V & Almouloud, S. Ag. (2013). Um estudo sobre as concepções de professores com relação à simetria ortogonal. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, julho de 2013. Curitiba, SBM. CD-ROM.