

INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra

Editores

Capítulo 5



Investigaciones en educación matemática

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, editores

© Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, 2016

© Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2016

Av. Universitaria 1801, Lima 32, Perú

feditor@pucp.edu.pe

www.fondoeditorial.pucp.edu.pe

Diseño, diagramación, corrección de estilo
y cuidado de la edición: Fondo Editorial PUCP

Primera edición: octubre de 2016

Tiraje: 500 ejemplares

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2016-12807

ISBN: 978-612-317-201-5

Registro del Proyecto Editorial: 31501361601055

Impreso en Tarea Asociación Gráfica Educativa

Pasaje María Auxiliadora 156, Lima 5, Perú

ANÁLISE DE SITUAÇÕES DIDÁTICAS EM TERMOS DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO¹

Analysis of didactical situations in terms of probabilistic literacy

Cristiane Candido Luz Caberlim²
Cileida De Queiroz E Silva Coutinho³

RESUMO

O objetivo deste artigo é discutir a aprendizagem de probabilidade por meio de uma simulação computacional desenvolvida em um contexto geométrico, interpretando-a à luz do letramento probabilístico. A metodologia utilizada foi o estudo de caso. Foram propostas três situações didáticas, organizadas de forma que os conhecimentos visados fossem construídos progressivamente. Observou-se, como resultados, que não houve dificuldade na manipulação do software Cabri-Géomètre II, ainda que os alunos não tivessem contato prévio. A articulação entre o enfoque clássico e o frequentista no contexto geométrico contribuiu na construção dos significados e, em consequência, no desenvolvimento do letramento probabilístico.

Palavras-chave: probabilidade; letramento probabilístico; simulação computacional.

¹ Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT Parceria PUC-SP e PUC-PERU. FAPESP: 2013/23228-7; CNPq: 404411/2013-4

² Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP) – cristianecanluz@yahoo.com.br

³ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) – cileida@pucsp.br

ABSTRACT

The purpose of this article is to discuss probability learning by using computer simulation developed in a geometric context, interpreting it in the light of probabilistic literacy. The methodology used was the case study. Three didactic situations were proposed, organized so that the aimed knowledge was built progressively. As a result, it was observed that there was no difficulty manipulating the Cabri Geometry II software, even though students had no previous contact. The articulation between the classical and the frequentist focus on the geometric context contributed to the construction of meanings and, consequently, to the development of probabilistic literacy.

Keywords: *probability; probabilistic literacy; computer simulation.*

INTRODUÇÃO

Este artigo tem por objetivo discutir a aprendizagem de probabilidade a partir do uso de simulação computacional, no contexto de probabilidade geométrica, à luz da definição de letramento probabilístico desenvolvida por Gal (2005).

O estudo aqui apresentado faz parte de uma pesquisa de mestrado desenvolvida na PUC-SP, com o objetivo de diagnosticar invariantes operatórios mobilizados pelos alunos em situação de resolução de problemas, buscando elementos que permitiam uma proposta de modelo de construção de conceito (evolução de aprendizagem) articulando-os com os termos do letramento probabilístico.

Ao discutir-se a aprendizagem de probabilidade, estamos abordando muitas situações de importância social e podemos citar exemplos como: investimentos financeiros, previsão do tempo, loterias, análise de seguros, entre outros. Ressaltamos que, no Brasil, este conteúdo está inserido no currículo da educação fundamental desde 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Citamos particularmente o volume destinado ao terceiro e quarto ciclos, que destacam

a importância do conhecimento probabilístico dentro do conhecimento matemático e perante a sociedade:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1998, p.52).

As situações didáticas referenciadas neste artigo foram propostas por Caberlim (2015), a partir de uma adaptação daquelas estudadas em Coutinho (2001), articulando o enfoque clássico e frequentista da probabilidade em um contexto geométrico e utilizando simulação computacional.

METODOLOGIA E QUADRO TEÓRICO

A metodologia utilizada por Caberlim (2015) foi um estudo de caso que têm o intuito de conhecer bem uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer unidade social. Busca-se compreender o «como» e os «porquês», evidenciando características próprias, nos aspectos que interessam ao pesquisador. A pesquisa de Coutinho (2001), que originou o estudo desenvolvido por Caberlim, foi uma engenharia didática desenvolvida com alunos franceses que cursavam o primeiro ano do ensino médio.

No Brasil, o conjunto de atividades que compunham as situações didáticas de Caberlim (2015) foi aplicado a 15 alunos do 3º ano do Ensino Médio de um Colégio da rede privada da cidade de São Paulo e assumimos a hipótese de que, independente de sua formação escolar anterior, já tiveram contato com situações de caráter aleatório.

O propósito foi conduzi-los a um processo de observação e análise do componente de imprevisibilidade intrínseco nas atividades propostas. Sete protocolos foram analisados, construídos a partir dos diálogos e produção dos sete alunos que participaram de todas as atividades. O software utilizado foi o Cabri-Géomètre II, em associação com a planilha eletrônica Excel.

Para análise dos dados coletados, Caberlim (2015) utilizou a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1990; 1998) e o Letramento Probabilístico proposto por Gal (2005). Neste artigo discutiremos os aspectos relativos a esse segundo referencial.

Gal (2005) designa por letramento probabilístico um processo que envolve um conhecimento mais aprofundado dos construtos teóricos da ciência em análise e de sua epistemologia. Trata-se de uma formação técnica do domínio das linguagens e ferramentas mentais usadas para o desenvolvimento científico:

O termo letramento tem sido tradicionalmente associado com o nível de habilidades de leitura e escrita que as pessoas necessitam para o mínimo funcionamento em sociedade. Por associação, o uso de «letramento» quando comparado com um termo denotando uma área de atividade humana (por exemplo, «letramento computacional») pode provocar uma imagem do conjunto minimal de habilidades básicas esperadas para todos os cidadãos nessa área, se opondo ao conjunto de habilidades mais avançadas que apenas algumas pessoas podem alcançar (Gal, 2005, p.41-42, tradução nossa).

Para análise das situações didáticas desenvolvidas neste estudo foram utilizados os seguintes componentes do letramento probabilístico:

Elementos de conhecimento

1. Grandes ideias: Variação, Aleatoriedade, Independência Previsibilidade e Incerteza.
2. Figurando probabilidades: maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.

3. Idioma: Os termos e os métodos utilizados para comunicar sobre chance.
4. Contexto: Compreender o papel e as implicações de questões probabilísticas e mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público.
5. Questões críticas: questões para refletir sobre quando se lida com probabilidades.

Elementos disposicionais

1. Postura crítica.
2. Crenças e atitudes.
3. Sentimentos pessoais sobre a incerteza e o risco (por exemplo, a aversão ao risco) (Gal, 2005, p.46, tradução nossa).

Neste contexto, os resultados observados são analisados com intuito de uma discussão mais específica no que se refere à habilidade de leitura e escrita na comunicação de resultados que envolvem probabilidades.

SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Para o desenvolvimento do processo de aprendizagem e coleta de dados relativos ao letramento probabilístico construído ao longo desse processo, foram propostas três situações didáticas, organizadas de forma a que os conhecimentos visados fossem construídos paulatinamente e com complexidade crescente. Buscava-se assim que a abordagem priorizasse a construção conceitual dos conceitos envolvidos. Vale aqui ressaltar que as pesquisas que envolveram a análise da abordagem de probabilidade em livros didáticos, particularmente (Coutinho, 2013), indicam a tendência para o aspecto tecnicista e procedimental.

Cada situação era constituída de duas atividades que se articulavam, exceto a última delas, na qual uma única atividade era proposta como forma de aplicação dos conhecimentos construídos nas situações anteriores.

SITUAÇÃO «A» - URNA DE BERNOULLI

Atividade A_1 : Atividade introdutória, com intuito de levar os alunos ao reconhecimento de uma experiência aleatória, diferenciando experiências reprodutíveis e não reprodutíveis. Para isso, foram entregues fichas aos alunos participantes e, após responderem às questões propostas, foi feita uma socialização das discussões e institucionalização local (experiência aleatória)

Atividade A_2 : busca o reconhecimento da configuração de «Urna de Bernoulli» como um modelo de experiência aleatória. Para isso, entregou-se aos participantes um pote contendo 50 contas coloridas (algumas azuis e outras vermelhas), sem que o aluno soubesse a proporção entre as duas cores. A tarefa consistia em realizar um sorteio, com reposição, observando a cor da conta sorteada. O sorteio deveria ser repetido um grande número de vezes para que se introduzisse a discussão sobre a estabilização das frequências a partir da comparação entre os resultados de cada dupla de alunos com os resultados apresentados pela pesquisadora (1000 repetições do sorteio). O objetivo foi o de preparar a abordagem do enfoque frequentista de probabilidade.

SITUAÇÃO «B» URNA DE PIXELS (DESENVOLVIDA EM AMBIENTE COMPUTACIONAL)

Atividade $B1$: O intuito é que os alunos relacionem o «sorteio» de pixels em uma região pré-determinada (no caso, no interior de um retângulo, conforme Figura 1), realizado pelo software, com o sorteio de uma conta em um pote que foi realizado na atividade A_2 . Solicitou-se aos alunos que determinassem a probabilidade de que o pixel sorteado estivesse no interior do retângulo AEFD, o que se esperava que fizessem pela determinação da razão entre as áreas de AEFD e ABCD.

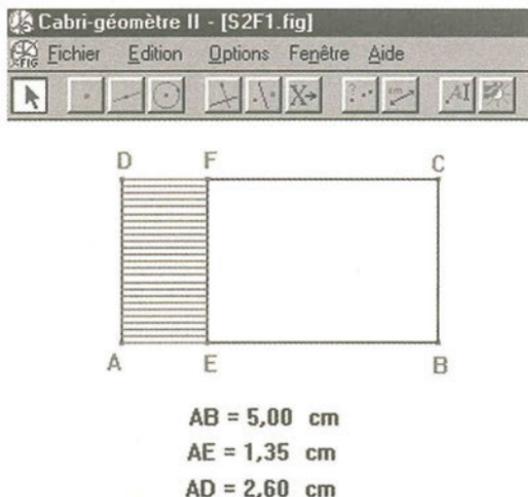


Figura 1. Construção no Cabri II comparação das áreas

Atividade B2: O intuito foi de introduzir um dispositivo computacional como uma ferramenta de simulações de experimentos aleatórios, comparando o valor da probabilidade determinado *a priori* com a frequência estabilizada de sucessos obtidos experimentalmente, ou seja, relacionando a probabilidade geométrica com o enfoque frequentista. Na tela do Cabri II (Figura 2), uma macro-construção gera um ponto ao acaso e o associa a um resultado dicotômico (0 ou 1). Esse resultado alimenta uma tabela do próprio Cabri II que, por sua vez, é «transferida» para uma planilha Excel que fornece a série de frequências relativas acumuladas de forma a que o aluno possa observar a estabilização de tal série.

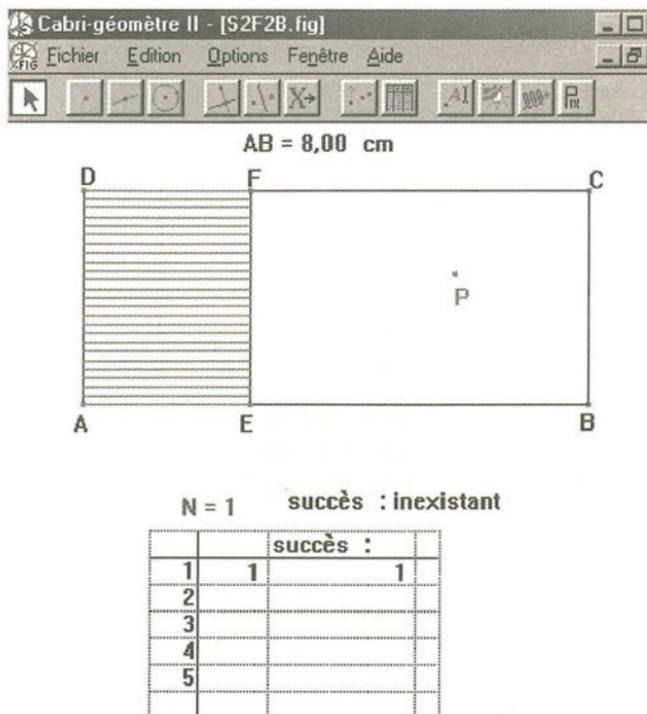


Figura 2. Macro-construção no Cabri II para simular o sorteio de um pixel ao acaso

A situação trabalhou a probabilidade geométrica articulando o enfoque clássico e o enfoque frequentista da probabilidade, em associação com o proposto na situação A: reconhecimento de uma experiência aleatória e de um modelo de urna de Bernoulli: sorteio aleatório com dois resultados possíveis, sucesso e fracasso. Esperava-se que os alunos associassem um pixel com uma conta colorida dentro do pote.

SITUAÇÃO «C» FRANC-CARREAU

O jogo *Franc-Carreau* consiste no lançamento de uma moeda sobre um piso ladrilhado para que se observe sua posição final após imobilização. Os jogadores apostam sobre tal posição: ela se imobilizará inteiramente sobre um único ladrilho (posição *Franc-Carreau*) ou sobre os rejuntas – apostava-se sobre o número de rejuntas tocados pela moeda imobilizada. Segundo Coutinho (2001), este jogo foi estudado pela primeira vez em 1733 por um naturalista e matemático francês, Georges-Louis Leclerc, o conde de Buffon e é apresentado por Badizé et al (1996, apud Coutinho 2001) como uma proposição para introdução às probabilidades com alunos de 11-12 anos de idade.

O jogo *Franc-Carreau* foi trabalhado por meio de uma macro-construção no ambiente Cabri-Géomètre II, em processo de simulação do mesmo tipo utilizado na situação B: do ponto ao acaso a um resultado dicotômico, do resultado para a tabela Cabri II e da tabela para o Excel. A tela para manipulação dos alunos é apresentada na Figura 3.



Figura 3. Macro-construção no Cabri Géomètre II e planilha eletrônica para simular o jogo *Franc-Carreau*

A análise das produções e discursos coletados na referida pesquisa, foram analisados quando os alunos participantes mobilizaram o conhecimento probabilístico na resolução dos problemas propostos.

RESULTADOS OBSERVADOS

Alguns dos resultados apontados por Caberlim (2015) são identificados na sequência.

No que se refere à percepção de reprodutibilidade, os alunos conseguiram discernir o acaso (reprodutível) da contingência (não reprodutível). Articularam os enfoques clássico e frequentista da probabilidade de forma adequada para a resolução do problema proposto. Observamos também a apropriação do conhecimento sobre a experiência de Bernoulli (um experimento aleatório que admite apenas dois resultados: o sucesso e o fracasso). Estes resultados relacionam-se com os elementos do letramento probabilístico: «questões críticas» para refletir sobre quando se lida com probabilidades, e ao elemento «disposicional»: postura crítica. Assim, inferimos a relação destes com o desenvolvimento do letramento probabilístico permitindo inferir, analisar o desenvolvimento do letramento probabilístico dos alunos. Gal denominou como *Big Ideas* referindo-se à Variação, Aleatoriedade, Independência e Previsibilidade (Caberlim & Coutinho, 2015, p. 3).

No que se refere à definição de probabilidade, os alunos construíram a relação entre a ideia de razão e o enfoque clássico de probabilidade; delimitaram o espaço amostral de forma intuitiva, reconheceram uma experiência aleatória e associaram ao seu cotidiano. Responderam as questões propostas das atividades no contexto de probabilidade geométrica articulando-as com o enfoque clássico e frequentista da probabilidade sem dificuldades de manipular o simulador computacional. Nos termos do letramento probabilístico relacionam-se com os elementos de conhecimento, maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.

Todas as respostas fornecidas pelos alunos nas situações didáticas articularam-se com os elementos de conhecimento do letramento probabilístico, denominados termos e métodos utilizados para comunicar sobre a chance (linguagem corrente utilizada para descrever as respostas

e justificá-las, a qual foi sendo mais apropriada conforme o progresso das situações propostas) e o contexto que possui a compreensão do papel e as implicações de questões probabilísticas e mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público (Caberlim & Coutinho, 2015, p.3).

Em síntese, observou-se que foi possível verificar uma abordagem que não tenha como ponto de partida situações de equiprobabilidade favorecendo a construção do conceito de probabilidade. Percebeu-se que a articulação entre o enfoque clássico e o enfoque frequentista permitiu a não observação do erro conceitual de assumir a frequência relativa de um evento como sua probabilidade, a partir de um número muito pequeno de repetições da experiência aleatória.

No Brasil, os materiais didáticos sugerem «algumas» repetições de um experimento para sugerir o valor da probabilidade, gerando obstáculo à aprendizagem. Entendemos obstáculo como um conhecimento já estabilizado pelo sujeito e que dificulta novas aprendizagens. Ressaltamos a limitação nos materiais didáticos, aos contextos de equiprobabilidade, pois pesquisas referenciadas por Caberlim (2015) apontam para um obstáculo importante: na ausência de informações, todos os eventos são equiprováveis.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo buscamos discutir a aprendizagem de probabilidade a partir da utilização da simulação computacional, analisando-a sob a ótica do letramento probabilístico.

Não foram observadas dificuldades de manipulação do dispositivo construído para a simulação computacional, embora os alunos participantes não conhecessem anteriormente o software Cabri-Géomètre II. Verificamos que, de fato, este funcionou como um facilitador na resolução das atividades.

Caberlim (2015) destacou o não conhecimento por parte dos alunos a respeito do enfoque frequentista da probabilidade, mas a proposta da articulação com o enfoque clássico no contexto geométrico auxiliou a construção dos conhecimentos visados quando analisados segundo os termos do letramento probabilístico proposto por Gal (2005).

Observamos a existência de poucas pesquisas tratando da articulação entre os enfoques clássico e frequentista e também a sua abordagem em materiais didáticos destinados ao Ensino Básico. Acreditamos que essa limitação contribui para dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade.

Apontamos ainda a importância de uma abordagem em contextos diferentes, como o geométrico. Acreditamos que o processo estabelecido pela ordem das situações didáticas propostas auxiliaram na reflexão e no desenvolvimento de um vocabulário com apreensão de conhecimentos nos termos do letramento probabilístico.

REFERÊNCIAS

- Brasil (1998). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática*. Brasília: MEC. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Consultado em 15/08/2014.
- Brasil (2000). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – Matemática*. Brasília: MEC. Recuperado de ftp://ftp.fnde.gov.br/web/pcn/05_08_matematica.pdf Consultado em 10/09/2015.
- Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, 33-115.
- Caberlim, C.C.L. (2015). *Letramento Probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos*. Dissertação de Mestrado (mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

- Caberlim, C.C.L. & Coutinho, C.Q.S. (2015). *Simulação computacional para a aprendizagem de probabilidade*. Publication in IASE (2015) Satellite Conference. Rio de Janeiro, Brazil.
- Coutinho, C. Q. S. (2001). Introduction aux Situations Aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-Géomètre II. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Gal, I. (2005). Towards «Probability Literacy» for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: Graham A. Jones (Ed.). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. New York: Springer Science + Business Media.