

# INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra

Editores

## Capítulo 15



*Investigaciones en educación matemática*

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, editores

© Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, 2016

© Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2016

Av. Universitaria 1801, Lima 32, Perú

[feditor@pucp.edu.pe](mailto:feditor@pucp.edu.pe)

[www.fondoeditorial.pucp.edu.pe](http://www.fondoeditorial.pucp.edu.pe)

Diseño, diagramación, corrección de estilo  
y cuidado de la edición: Fondo Editorial PUCP

Primera edición: octubre de 2016

Tiraje: 500 ejemplares

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,  
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2016-12807

ISBN: 978-612-317-201-5

Registro del Proyecto Editorial: 31501361601055

Impreso en Tarea Asociación Gráfica Educativa

Pasaje María Auxiliadora 156, Lima 5, Perú

# HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: CONSTRUINDO INTERFACES<sup>1</sup>

*History and Math Teaching:  
Building Interfaces*

Fumikazu Saito<sup>2</sup>

## RESUMO

Este artigo apresenta os principais pontos discutidos em seminários realizados no Programa de Maestria en Enseñanza de las Matemáticas, da Pontifícia Universidad Católica del Peru (PUCP), em outubro de 2014. Apresentamos uma proposta de articulação entre história da matemática, baseada em tendências historiográficas atuais, e ensino de matemática. Essa articulação tem por pressuposto o diálogo entre historiadores da matemática e educadores matemáticos com vistas a construção de uma interface entre história e ensino de matemática.

**Palavras-chave:** *história da matemática; educação matemática; interfaces.*

---

<sup>1</sup> Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT Parceria PUC-SP e PUC-PERU. FAPESP: 2013/23228-7; CNPq: 404411/2013-4

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) – fsaito@pucsp.br

**ABSTRACT**

This paper presents the main issues discussed in seminars carried out by the Master's Program in Mathematics Education of the Pontifical Catholic University of Peru (PUCP) in October 2014. We present a proposal to articulate the history of mathematics, based on current historiographical trends, and math teaching. This approach assumes a dialogue between historians of mathematics and mathematics educators in order to build an interface between history and mathematics.

**Keywords:** *history of mathematics; mathematics education; interfaces.*

**INTRODUÇÃO**

A história da matemática pode ser um instrumento importante para a formação docente na medida em que promove uma visão mais crítica em relação à matemática e à construção do conhecimento matemático. Utilizando-se de fontes adequadas e atualizadas, a história da matemática prepara o professor para lidar com as contingências não só relativas ao conteúdo matemático que deve dar conta, mas também a outros aspectos relativos ao processo de ensino de matemática. Apontamos, assim, para alguns pontos essenciais de ordem historiográfica e epistemológica com vistas a fundamentar as investigações que procuram alinhar teorias da didática matemática à história da matemática.

Este artigo encontra-se dividido em três partes, correspondendo a três momentos explorados nos seminários realizados no Programa de Maestria en Enseñanza de las Matemáticas, da Pontificia Universidad Católica del Peru (PUCP), em outubro de 2014. Na primeira parte, discorremos sobre as questões de ordem epistemológica a serem observadas na construção de interfaces entre história, ensino e aprendizagem de matemática. Na segunda, tecemos algumas considerações de ordem historiográfica da história da matemática. E, na terceira, apontamos para as questões de ordem epistemológica na interface entre história da matemática e educação matemática.

## **INTERFACES ENTRE HISTÓRIA, ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**

Várias propostas que procuram aproximar história da matemática e ensino de matemática têm sido apresentadas e apreciadas por educadores não só no Brasil, mas também no exterior. Tais propostas, além de fornecer subsídios para compreensão do papel da história no ensino, pontuam as diferentes vertentes pedagógicas e didáticas associando-as ao uso da história da matemática para propor novos caminhos de abordagem para o ensino.<sup>3</sup>

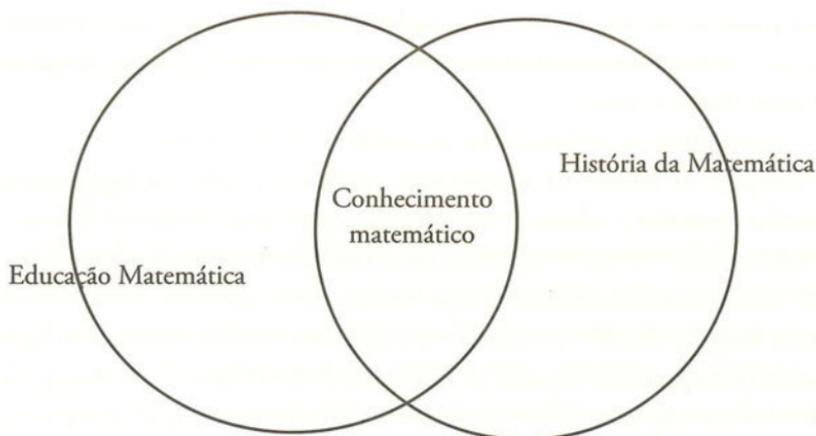
Entretanto, os estudos com o intuito de avaliar e trazer novas contribuições ao ensino de matemática resumem-se em sua maior parte apenas a ensaios e relatos de aplicações. Como bem observam Baroni e Nobre (1999), a viabilização das propostas que buscam articular história da matemática e ensino de matemática carece ainda de bases teóricas mais sólidas. De fato, os poucos estudos nesse sentido reduzem-se basicamente a explorar e discutir as potencialidades didáticas e pedagógicas da história sem considerar as diferentes problemáticas que encerram a aproximação de duas áreas de conhecimento distintas do ponto de vista epistemológico.

Como toda área de conhecimento, pesquisas e estudos em história da matemática dependem de especialistas. Desse modo, pesquisas e estudos em educação matemática que buscam articular história e ensino devem considerar a especificidade do campo de investigação da história da matemática, visto que educação matemática e história da matemática são duas áreas de conhecimento que possuem contornos bem definidos por diferentes métodos e objeto de investigação (Saito, Dias, 2013).

---

<sup>3</sup> Vide estudos publicados, por exemplo, em Fauvel e Van Maanen (2000); D'Ambrosio (2013); Mendes (2006, 2009, 2013); Mendes, Fossa e Nápoles (2006); Miorim & Vilela, 2009; Miguel et al (2009); Furinghetti (2007); Miguel & Miorim (2005); Miguel e Brito (1996).

A articulação entre história e ensino, portanto, requer que consideremos não só aspectos epistemológicos e metodológicos ligados à história da matemática, mas, também, à educação matemática. Nesse sentido, o diálogo entre historiadores da matemática e educadores da matemática faz-se essencial, visto que é preciso alinhar e adequar o que elas têm em comum, isto é, o conhecimento matemático (Saito, 2010, 2013a).



*Figura 1.* Articulação entre história da matemática e educação matemática (figura nossa).

O diálogo entre historiadores e educadores é necessário por duas razões: 1) para aproximar o educador matemático dos recentes desenvolvimentos da história da matemática, baseada em tendências historiográficas atuais; e 2) para sensibilizar o historiador da matemática envolvido com ensino de matemática a produzir material bibliográfico acessível aos educadores matemáticos. No que diz respeito à primeira, grande parte da produção em história da matemática, divulgada em livros didáticos, mídias e outras literaturas, está muito desatualizada, visto que esse material está ainda baseado numa perspectiva historiográfica que remonta o início do século XX. Com relação à segunda, a recente produção está voltada para especialistas em história da matemática. Embora se tenha

publicado muito material novo sobre a história da matemática nos últimos vinte anos, poucos estudos chegam ou chegarão ao professor. Desse modo, como o objetivo da articulação entre história e ensino não é fazer do professor um historiador, é preciso aproximar dois diferentes perfis para que seja publicado material bibliográfico mais acessível não só ao professor, mas também aos estudantes.

Podemos dizer que, para suprir a falta de material adequado, o próprio educador matemático procurou produzi-lo. De fato, muito da produção em história da matemática partiu da iniciativa do educador matemático que produziu interessantes e bons trabalhos em história. Contudo, por não ter a formação de historiador, muitos educadores não estão conscientes das escolhas historiográficas que fizeram, ou fazem, ao preparar e elaborar seus materiais.

Por «historiografia» devemos aqui entender a «escrita da história». O educador matemático deve estar ciente de que toda narrativa da história da matemática é historiograficamente orientada. Isso significa que as narrativas históricas não são neutras e são influenciadas por diferentes fatores ligados não só à formação, mas também à concepção de ciência de quem escreve a história.<sup>4</sup> É por isso que a história é sempre reescrita e reinterpretada de tempos em tempos, pois além de surgir novos documentos, os historiadores adotam novas abordagens metodológicas e historiográficas<sup>5</sup>.

Como já mencionamos, as histórias da matemática disponíveis aos professores e ao público em geral estão baseadas numa perspectiva historiográfica que remonta o início do século XX. Estas são narrativas que privilegiam aspectos internos à própria área de conhecimento, encadeando linear e progressivamente as diversas etapas e descobertas matemática. E mesmo as abordagens mais contextualizadas, que procuram fundamentar o conhecimento matemático em aspectos sociais,

---

<sup>4</sup> Sobre historiografia da história da matemática e da ciência, consulte: Beltran, Saito e Trindade (2014); Saito (2012) e Alfonso-Goldfarb e Beltran (2004).

<sup>5</sup> Cf. a esse respeito: Nobre (2014); Bromberg e Saito (2010) e Goulding (2010).

econômicos e políticos, reduzem o processo da construção do conhecimento a narrativas históricas do progresso do conteúdo matemático.

Com isso, entretanto, não queremos dizer que essa forma de escrever a história esteja errada ou equivocada. Como veremos mais adiante, esse tipo de narrativa tinha um propósito: por meio dele, estudiosos de matemáticas buscaram justificar a matemática no seu processo de institucionalização e, no início do século XX, ficou conhecido entre os historiadores e educadores como «história presentista».

As narrativas históricas presentistas são aquelas iluminadas pela matemática do presente. Nessa perspectiva historiográfica, o historiador «pinça» no passado somente o que lhe é familiar, deixando de lado outros aspectos do desenvolvimento do conhecimento (que, na realidade foram importantes) por serem incompreensíveis do ponto de vista matemático moderno. Essa forma de escrever a história, entretanto, encerra dois problemas, pois a história da matemática: 1) é apresentada como a história dos conceitos matemáticos que foram se aprimorando desde *priscas eras* até hoje; e 2) não apresenta o processo da construção do conhecimento matemático, visto que narra apenas a história daquilo que deu certo, ou seja, dos resultados.

Uma história presentista é sempre linear e progressista, visto que procura reconstruir o processo histórico tendo em vista a matemática do presente. Assim, ao buscar no passado a origem ou a gênese de um conceito matemático moderno, o historiador acaba encadeando cada descoberta matemática (supostamente relacionada a esse conceito matemático moderno) de forma lógica e cronológica, como se os protagonistas da história estivessem conscientes desse processo. A construção do conhecimento, dessa maneira, reduz-se apenas a organizar cada descoberta matemática, atribuindo-a a um personagem, sem considerar o contexto e a contingência histórica. São características dessa perspectiva historiográfica aquelas histórias que buscam localizar no passado os «precursores» e «pais», enfileirando artificialmente vários matemáticos até chegar ao presente. Esse percurso dá a impressão de que só existiu

um único caminho que a matemática deveria trilhar de forma contínua e progressiva, reforçando a ideia de uma «história dos vencedores». Mais ainda, como observam Bromberg e Saito (2010, p. 52), visto que a história da matemática está embasada na história do mundo ocidental, ela se tornaria essencialmente eurocêntrica.

Podemos dizer que uma narrativa «presentista» não favorece o ensino (nem a aprendizagem da matemática) por meio da história, pois os estudantes e os futuros docentes não são colocados diante de questões epistemológicas ligadas à construção do conhecimento. Isso porque esse tipo de narrativa mascara, na verdade, um processo de construção de conhecimento «pronto e acabado» na medida em que se baseia apenas em «descobertas matemáticas». É como se o edifício, ou a planta de um prédio, já fosse conhecido (isto é, dado), antes mesmo de ser construído. Ao dar ênfase ao caráter heurístico do desenvolvimento da matemática, esse tipo de história parte do pressuposto de que o edifício da matemática (ou pelo menos seu «projeto») já se encontra delineado, bastando apenas que seu conteúdo seja descoberto e explicitado.

Isso, entretanto, não significa que não houve descobertas matemáticas ao longo da história, mas que essas descobertas precisam ser contextualizadas historicamente sem perder de vista o mapa do conhecimento do passado. Assim, frente a essa vertente, historiadores da matemática, juntamente com historiadores da ciência, têm se esforçado em renovar alguns pressupostos historiográficos<sup>6</sup>. Particularmente, o grupo HEEMa (História e Epistemologia na Educação Matemática/PUCSP) tem buscado recursos nas atuais tendências historiográficas da História da Ciência para suprir a carência de metodologias de abordagem e análise<sup>7</sup>. Essa nova proposta, que busca articular três esferas de análise (historiográfica, epistemológica e contextual), tem privilegiado

---

<sup>6</sup> Vide, por exemplo, Roque (2012) e Saito (2012).

<sup>7</sup> HEEMa - <http://heema.org>

a contextualização não só dos documentos, mas também da formação e classificação das diferentes áreas de conhecimento (Figura 2)<sup>8</sup>.

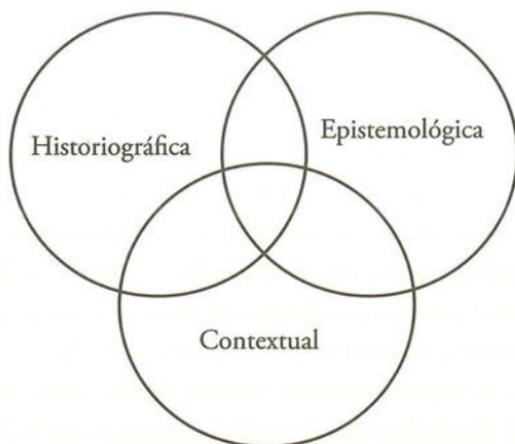


Figura 2. As três esferas de análise (figura nossa)

Nessa vertente, encontram-se estudos que buscam compreender o desenvolvimento do conhecimento matemático como processo e não como encadeamento de resultados (Saito, Dias, 2011). A vantagem dessa abordagem historiográfica repousa no fato de que, ao situar a matemática do passado no passado, buscando-se analisar cada etapa do desenvolvimento do conhecimento matemático segundo uma rede de relações devidamente contextualizada, faz emergir do próprio processo histórico novas questões epistemológicas que podem ser exploradas pelo educador matemático. Compartilhando dessa proposta historiográfica, estudos realizados pelo grupo HEEMa têm enfatizado a possibilidade de «flagrar», no processo da construção do conhecimento, a formação do objeto matemático, buscando compreender o movimento do pensamento no momento de sua formação.

<sup>8</sup> Cf.: Alfonso-Goldfarb (2008) e Alfonso-Goldfarb, Ferraz & Waise (2013). Discorreremos sobre as três esferas de análise mais adiante.

Assim, o grupo tem primado em analisar os objetos matemáticos de maneira contextualizada, sem encerrá-los em modelos epistemológicos pré-definidos, de modo a fazer emergir novos objetos de análise na historicidade, tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática. Ao se pautar nesses processos, o grupo busca compreender não só a natureza do conhecimento matemático, mas também os meios de sua apropriação e as diferentes formas de sua difusão e transmissão, reorientando a visão do que são os objetos da matemática. O estudo do processo histórico, dessa maneira, conduz a uma linha interpretativa diferenciada que propicia a abordagem do mesmo objeto por outra perspectiva, uma vez que, ao captar o movimento da construção do conhecimento, revela, no próprio processo, os nexos conceituais em torno do objeto matemático localizado no tempo e no espaço.

Podemos dizer que a história da matemática, entendida nesses termos, temporaliza e contextualiza o objeto matemático, que livre das malhas formais da matemática (aquela axiomatizada), é restituído ao seu processo de construção. Do ponto de vista epistemológico, entretanto, isso significa balizar adequadamente o que é histórico e o que é lógico (e, portanto, formal) na construção do conhecimento. Ou seja, é preciso considerar historicamente o encadeamento das descobertas matemáticas sem reduzi-las a uma organização lógica e formal dos conteúdos, visto que tal organização (e também a discussão epistemológica a respeito desse conteúdo) é sempre posterior.

Desse modo, embora devamos reconhecer que uma descoberta matemática, de fato, antecede a outra cronologicamente, a relação entre uma e outra não pode ser entendida como causalmente determinada, tal como compreende a história presentista. Voltaremos a discorrer a esse respeito mais adiante. Basta aqui ter em consideração que o que se descobre antes nem sempre está numa relação de causa e efeito com a

descoberta seguinte, visto que quem estabelece essa relação entre «anterior» e «consequente» na narrativa histórica é o historiador.

Portanto, nenhuma narrativa da história é neutra, visto que depende do contexto em que se encontra o historiador. Nesse sentido, a história da matemática não está pronta e acabada de modo que não pode ser reduzida a um repositório fixo de informações em que o educador matemático poderia buscar recursos para articular história em sala de aula. É preciso antes repensar não só o papel da história da matemática no ensino de matemática, mas também considerar outros aspectos que aproximem as concepções historiográficas do historiador e didáticas do educador (Figuras 3)<sup>9</sup>.

A aproximação dessas concepções é desejável para que a interface entre história e ensino contemple as questões epistemológicas que estão na base na construção do conhecimento matemático. Para tanto, o grupo HEEMa vem fazendo esforços para articular história e ensino de matemática considerando dois aspectos: 1) o contexto do desenvolvimento dos conceitos matemáticos e 2) o movimento do pensamento na formação desses mesmos conceitos (Saito, Dias, 2013). A interface entre história e ensino aqui proposta, dessa maneira, procura articular dialeticamente o histórico e o lógico na construção do conhecimento, tendo em vista uma história da matemática baseada em pressupostos historiográficos mais atualizados, como abordamos a seguir.

### **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES HISTORIOGRÁFICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**

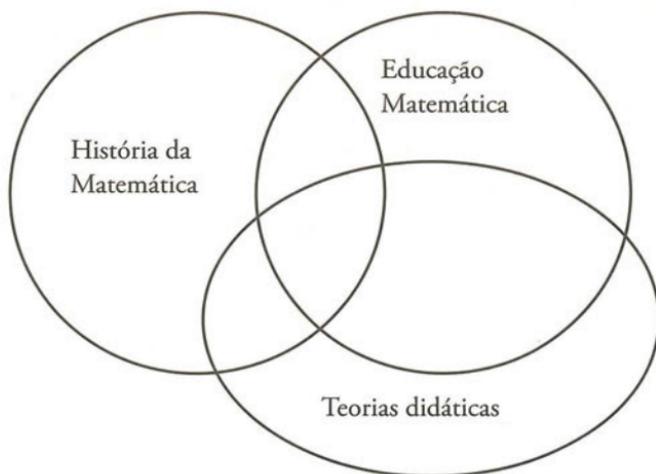
Como mencionamos anteriormente, a historiografia é o estudo crítico do fazer histórico, ou seja, dos pressupostos da «escrita da história». Nos últimos trinta anos, a história da ciência e da matemática passaram a reavaliar seu campo de estudos e de investigação, procurando renovar

---

<sup>9</sup> A esse respeito, consulte: Beltran (2009).

tais pressupostos. Contudo, muitos desses estudos baseados em novas propostas e abordagens historiográficas ainda não chegaram aos educadores em geral<sup>10</sup>.

Com isso, entretanto, não queremos dizer que a história da matemática presente em grande parte do material didático disponível aos professores ou aqueles veiculados por diferentes meios de divulgação esteja errada, mas que as narrativas dessas histórias, as quais denominaremos a partir de agora como «tradicionalistas», estão ancoradas em pressupostos historiográficos que remontam o início do século XX. Assim, mais do que «erradas», elas estão desatualizadas em relação aos novos estudos históricos pautados em tendências historiográficas atuais.



*Figura 3. Historiografia e teorias didáticas (figura nossa)*

---

<sup>10</sup> Sobre as novas perspectivas historiográficas da história da ciência e da matemática, consulte: Roque (2014); Beltran, Saito e Trindade (2014); Saito (2012); Mann (2011); Gray (2011); Alfonso-Goldfarb (2009); Golinski (2005); Alfonso-Goldfarb e Beltran (2004); Alexander (2002, 2006); Gavrouglu, Christiadis e Nicolaidis (1994).

Para compreendermos a diferença essencial entre essas duas historiografias, uma de vertente tradicional e outra, atual, vamos recorrer à própria «história da história da matemática» que, em grande parte, teve relação com a história da ciência. Para tanto, devemos iniciar fazendo-nos a seguinte pergunta: a história da matemática é a história de que «matemática»?

Para responder a essa pergunta é preciso considerar que aquilo que hoje reconhecemos como matemática, ou seja, a matemática moderna, teve sua origem por volta dos séculos XVI e XVII. Isso porque não podemos nos referir às áreas do conhecimento, anteriores ao século XVIII, como disciplinas específicas, visto que antes do século XIX ainda não havia «cientistas» e «matemáticos» profissionais embora existisse um corpo de conhecimentos que possamos reconhecer como «ciência» e «matemáticas» (Alfonso-Goldfarb, 1994). Desse modo, para respondermos à pergunta anterior, precisamos considerar alguns aspectos ligados à institucionalização da matemática como área autônoma de conhecimento, pois a história da matemática que nos interessa é a história dessa matemática moderna que começou a dar seus primeiros passos em direção à especialização moderna por volta do século XVI.

Isso, entretanto, não quer dizer que não existiram matemáticas anteriores a esse período, nem que elas não sejam importantes e não mereçam nossa atenção. Sem dúvidas, podemos encontrar conhecimentos matemáticos no antigo Egito, na Mesopotâmia, na antiga Grécia e na Idade Média que contribuíram para o desenvolvimento da matemática moderna. Entretanto, tais conhecimentos são vistos pelos historiadores atuais como fontes (antigas e medievais) que, interpretadas à luz de novas concepções filosófica, teológicas e estéticas, favoreceram a construção novas ideias, técnicas e conteúdos matemáticos a partir do século XVI.

Podemos dizer que esse processo, do ponto de vista histórico, não foi contínuo e natural, visto não encontrarmos indícios e evidências de que essas matemáticas antigas se desenvolveram de forma linear e

contínua até chegar aos dias de hoje. Na verdade, foram os estudiosos de matemáticas dos séculos XV, XVI e XVII que se apropriaram dos conhecimentos matemáticos antigos e deram-lhes novas interpretações sob uma perspectiva essencialmente matemática, passando a investir na construção de uma grande área de conhecimento que deveria ser assentada sobre novas bases.

Em linhas gerais, esse movimento coincide com o processo que conduziu à ciência moderna. Nesse sentido, foi ligada a essa nova ciência (da qual fazia parte as matemáticas antigas e medievais) que a história da matemática ganhou impulso. Assim, muito mais do que mera narrativa histórica, a história da matemática (e também da ciência) era uma justificativa da ciência e da matemática que estava se formando e tinha, portanto, o perfil do debate que estava gerando essa formação (Alfonso-Goldfarb, 1994; Debus, 2004).

Desse modo, a distinção entre uma matemática mais antiga e outra, moderna, está relacionada ao processo da construção de uma nova expressão de conhecimento em que os conteúdos das matemáticas, antiga e medieval, foram apropriados pelos protagonistas da ciência moderna e reorganizados num contexto muito diferente em que tais conteúdos foram pensados e elaborados. Contudo, deve-se ressaltar que a passagem de uma expressão de conhecimento a outra não se fez porque a ciência e a matemática antigas eram inferiores, imprecisas e menos verdadeiras em relação à moderna. Devemos aqui observar que a ciência e a matemática moderna não são aprimoramentos de uma ciência e matemática antigas, visto que elas não só colocavam diferentes questões, mas também expressavam diferentes preocupações referentes à natureza, às técnicas e ao homem. Elas são distintas porque se encontravam ancoradas em diferentes concepções de ciência.

É importante termos em conta que os estudiosos nos séculos XV, XVI e XVII estavam bem familiarizados com a ciência de sua época, como nós hoje estamos com a nossa ciência do século XX. Estudiosos como Galileu Galilei (1564-1642), René Descartes (1596-1650),

Johannes Kepler (1571-1630) e Isaac Newton (1643-1727), por exemplo, formaram-se numa «escola» cujo modelo estava ainda ancorado numa antiga concepção de ciência, ou seja, aristotélica. Embora esses estudiosos tenham impulsionado o movimento que culminaria na ciência moderna, suas ideias, entretanto, em parte eram novas e, em parte, antigas.

Desse modo, estudos recentes em história da ciência têm revelado que, mais do que rompimento total com o passado, a ciência moderna parece ter se constituído numa tensão entre saberes antigos e modernos, entre as novas possibilidades de conhecer a natureza (proporcionada por diferentes ideias que os estudiosos começaram a ter acesso naquela época) e o conhecimento estabelecido que, embora fosse criticado, não fora totalmente descartado de uma hora para outra.

Assim, de um lado, antigos conhecimentos, que estavam de alguma maneira perdidos ou tinham sido ignorados, tornaram-se acessíveis aos estudiosos daquela época. A recuperação de antigas doutrinas pitagóricas, platônicas, neoplatônicas, herméticas, entre tantas outras, juntamente com os conhecimentos das artes em geral, que era transmitido oralmente, deu margens a diferentes debates acerca das novas formas de investigar a natureza. De outro lado, novos conhecimentos adquiridos na recém-descoberta América e proporcionados pelas novas rotas marítimas ao extremo oriente começaram a bombardear os estudiosos da natureza por todos os lados, dando a impressão de que o mundo era muito maior do que antes se imaginava<sup>11</sup>.

Podemos dizer que, a partir do século XV, estudiosos da natureza e de outros segmentos do conhecimento começaram a resgatar não só antigos «saberes», mas também a recolher toda sorte de conhecimentos ligadas à natureza e às «artes». Isso foi em grande medida resultado de um interesse renovado pelos textos clássicos e pela valorização das artes manuais.

---

<sup>11</sup> Sobre este assunto, consulte especialmente estudos de Debus (1996) e de Rattansi (2004).

Vale lembrar que a veneração pelos antigos e a recuperação de textos originais de Aristóteles, Ptolomeu, Galeno entre muitos outros, foram características daquele período. Assim, a leitura desses textos e o confronto com as traduções e comentários feitos pela escolástica, expressão de conhecimento dos finais da Idade Média, conduziram, posteriormente, a um intenso debate.

Mas, ao lado dessas traduções e comentários, outra literatura rica em tratados que apresentavam procedimentos empregados em várias artes também exerceu grande influência na maneira de se fazer ciência e matemática. Isso esteve associado à valorização das artes mecânicas proporcionada pelas profundas modificações que sofrera a posição social dos artesãos. Modificações essas que estiveram ligadas à ascensão da burguesia e à consolidação das monarquias nacionais que implicou na passagem da condição de mero artesão para a de burguês (Rossi, 1989).

Devemos tomar o cuidado de não entender «artes» nos séculos XV, XVI e XVII como «belas-artes». Naquela época, «arte» (*ars*) tinha um sentido mais lato, ligado à prática e à experiência, visto que esse termo designava as artes mecânicas e ao trabalho manual em oposição às artes liberais (em essência, voltada à reflexão teórica)<sup>12</sup>. O conhecimento das artes em geral permitia ao estudioso manipular a natureza por meio de acurada observação e experimentação. Os artesãos e toda sorte de artífices tinham conhecimentos das propriedades de diferentes plantas, metais, minerais, animais etc. que possibilitavam manipular a matéria e obter perfumes, remédios, tintas, e outros instrumentos e produtos úteis ao homem. O crescente interesse por esse tipo de conhecimento conduziu muitos artesãos e estudiosos da natureza a publicarem todo tipo de literatura, fosse para valorizar as artes como campos de conhecimento, fosse para disseminar conhecimentos que permitissem operar e controlar os fenômenos naturais.

---

<sup>12</sup> A esse respeito, vide estudos de Smith (2004, 2006); Long (2000, 2001, 2005); Rossi (1989).

Mas essa literatura de caráter mais operativo esteve também associada ao interesse renovado dos estudiosos da natureza pelas matemáticas antigas. Tal interesse, entretanto, não esteve relacionado apenas ao desenvolvimento da geometria ou da álgebra por exemplo. Seu efeito se fez sentir de dois modos: de um lado, fomentou o desenvolvimento de um enfoque matemático da natureza e, de outro, deu origem às investigações ocultistas relacionadas ao misticismo dos números. A recuperação de textos neoplatônicos, cabalísticos e herméticos da antiguidade tardia de teor «místico» e religioso justificaram, desse modo, novas práticas, tais como a da magia natural no século XVI, que estimulou novas maneiras de investigar a natureza baseando-se na observação, na experimentação e nas matemáticas (Saito, 2008a, 2008b, 2011).<sup>13</sup>

Podemos dizer que foi num profícuo diálogo com o conhecimento do passado (herdados e recuperados) que a ciência e a matemática modernas encontraram seu caminho e procurou renovar suas bases. No entanto, deve-se salientar que esse movimento não foi um fenômeno estritamente europeu. Novas ideias trazidas do oriente, principalmente aquelas desenvolvidas pelos árabes, também contribuíram para o surgimento da ciência e da matemática modernas.

Cabe observar que, após a queda do Império Romano por volta do século V, o ocidente latino teve pouco acesso ao conhecimento grego e de outras civilizações antigas, tais como aquelas egípcias e mesopotâmicas, que ficaram nas mãos dos árabes. Por um longo período, os árabes traduziram, comentaram e interpretaram antigos escritos, principalmente gregos, e introduziram novidades em diferentes segmentos do conhecimento. Lenta e gradativamente, desde a Idade Média, esses conhecimentos passaram para o ocidente latino em forma de manuscritos. Estudos nos campos da matemática, da medicina, da astronomia e da alquimia, por exemplo, passariam a ser conhecido pelos estudiosos

---

<sup>13</sup> Cf. também Rossi (2006a, 2006b), Eamon (1996), Webster (1993), Zambeli (1991), Shea (1991), Shumaker (1989) e Vickers (1986).

latinos gradativamente, influenciando posteriormente a ciência e a matemática modernas.

Mas, além da ciência árabe, a exploração marítima a partir do século XVI introduziu novos conhecimentos proporcionados pela descoberta de novas culturas nunca antes imaginadas ou vistas pelos europeus. O intenso comércio marítimo propiciado pela descoberta das Américas e da rota para o oriente introduziu «novas» plantas e animais nos herbários e bestiários, já muito comuns entre os estudos medievais. Associado a essas novidades, houve ainda intercâmbio de conhecimentos em astronomia, navegação, agricultura, medicina etc. com povos nativos das Américas e outros já considerados «antigos» que se encontravam no extremo oriente. Esse intercâmbio ainda se intensificou em séculos posteriores e contribuiu para introduzir novas ideias no corpo de conhecimentos sobre a natureza e o homem compartilhado por estudiosos europeus. Além disso, novas técnicas e procedimentos passaram a ser desenvolvidos a partir daquela época, visto que a navegação, as artes militares, a arquitetura entre muitos outros segmentos de conhecimento e setores da sociedade requeriam novas soluções para os novos problemas que emergiram naquela época. Esses novos conhecimentos passaram a receber atenção especial de príncipes e governantes que investiram em muitos desses novos desdobramentos do conhecimento. Entretanto, no que diz respeito à ciência e à matemática modernas, é preciso considerar que esses conhecimentos não estavam harmoniosamente organizados e nem as ideias e os princípios que explicavam a natureza e o homem eram concordantes entre si.

O confronto dessas diferentes ideias ligadas às matemáticas e à natureza (que muitas vezes não eram comportadas pela ciência vigente naquela época) gerou calorosos debates conduzindo muitos estudiosos da natureza a rever os pressupostos e as bases da ciência aceita até então. Nesse particular, é importante ter em conta que o motor desses debates, entretanto, não foi de natureza estritamente epistemológica, filosófica, científica, metodológica ou religiosa, como comumente se pensa.

Sem dúvidas, a ciência moderna é diferente da ciência que a antecederia, porém essa diferença deve ser entendida num contexto em que todas essas mesmas questões de natureza epistemológica, filosófica, científica, metodológica, religiosa, entre muitas outras, estavam em jogo. Aliás, os protagonistas da ciência moderna nem sabiam ao certo a que tipo de ciência se chegaria, embora todos estivessem envolvidos num mesmo «projeto».

A ciência e a matemática modernas, portanto, não surgiram de um dia para outro, nem a partir de uma única proposta. Elas foram se moldando lenta e gradativamente em meio a diversos debates em que questões de diferentes naturezas, que não estão necessariamente relacionadas ao conhecimento científico e matemático no sentido estrito, tal como hoje entendemos, se entrelaçaram. Como o edifício do conhecimento não poderia ser simplesmente escorado, estudiosos da natureza passaram a propor diferentes caminhos, buscando organizá-lo e assentá-lo em bases sólidas e firmes. Nascia aí um projeto que se consolidaria no século XIX (ou pelo menos era o que os cientistas pensavam) quando, então, a matemática, a física, a química e a biologia finalmente adquiriram feições modernas.

Como mencionamos anteriormente, os protagonistas da ciência moderna criticaram o modo de fazer de ciência de seus antecessores. Crítica essa que deve ser contextualizada, observando-se as contingências de uma época em que outros aspectos não só ligados à sociedade, mas também ao conhecimento estavam em profunda transformação como nunca antes visto, especialmente no ocidente latino.

Essas mudanças provocaram intensos debates de natureza teológica, filosófica e epistemológica em vários segmentos da sociedade e do conhecimento. Isso porque, como observamos antes, o mundo parecia ser muito maior do que se imaginava e o conhecimento até então herdado pela tradição não parecia ser total. A crescente sensação de que a ciência antiga não abarcava mais a totalidade do conhecimento do mundo conduziu estudiosos de todos os segmentos do conhecimento a tomarem a iniciativa de avançar e de conhecer melhor a natureza. Isso significava

que a «verdadeira ciência» ainda estaria por vir. Inaugurava-se, assim, a ideia de progresso do conhecimento e os estudiosos da natureza, a partir do século XVII, investiram seus esforços em direção a um conhecimento total acerca do mundo (Rossi, 2000).

Esses estudiosos e outros interessados na «nova ciência» encontravam-se nas academias e sociedades que, desde o século XV, eram locais em que aqueles que tinham conhecimentos práticos e, outros de formação erudita, se encontravam e debatiam a respeito do conhecimento em geral. A ciência e a matemática modernas nasceram, assim, de um esforço colaborativo em que não só professores universitários, médicos, juristas e teólogos, mas também o artesão, os praticantes de matemáticas, o pintor, o escultor, o arquiteto entre muitos outros discutiram e debateram sobre o conhecimento da natureza. Nessas reuniões apresentavam-se novas experiências, experimentos, instrumentos, aparatos e outros procedimentos de se fazer ciência.

Com o objetivo de divulgar para disseminar novos conhecimentos, essas sociedades e academias tiveram papel importante na institucionalização da ciência e da matemática modernas, visto que era nesses locais que o conhecimento passava a ser produzido. É nesse contexto que a história da ciência e da matemática tiveram papel essencial no processo não só de disseminação do conhecimento, mas também da construção do edifício científico e matemático, pois, em nome do progresso do conhecimento, passaram a justificar o próprio processo que conduziu à especialização moderna. Desse modo, podemos dizer que a história era mais do que mera narrativa, visto que era parte integrante do processo da construção do conhecimento. Era a história que evidenciava o progresso do conhecimento, convertendo-a num discurso legitimador da ciência e matemática modernas ao longo do século XVIII.

A esse respeito é preciso considerar que «histórias» da matemática sempre foram escritas desde a Antiguidade, mas foi a partir do século XVIII que vemos surgir grandes compêndios, tal como *Cronica de matematici: overo Epitome dell'istoria delle vite loro*, de Bernardino Baldi (1553-1617).

Essa obra, originalmente escrita no século XVI, foi publicada postumamente em 1707. Nela o autor buscou recensear matemáticos desde a antiguidade até o século XVII, dedicando uma breve biografia a cada um deles.

Na mesma época e no mesmo estilo, encontramos ainda outra importante obra intitulada *Historia matheseos universae*, publicado por Johann Christoph Heilbronner (1706-1745) em 1742. Esta obra de Heilbronner e aquela outra de Baldi, que são bem descritivas, procuravam apresentar um recenseamento das principais ideias matemáticas associando-as a seus descobridores.

Em linhas gerais, essa forma de escrita histórica de cunho biográfico e linear influenciou uma geração de historiadores até os dias de hoje. Contudo, o grande modelo de história da matemática foi, provavelmente, *Histoire des mathématiques* de Jean-Étienne Montucla (1725-1799), cujos quatro volumes foram publicados entre os anos de 1799 e 1802. Diferentemente de outras obras anteriores, a história da matemática de Montucla apresenta-se como um estudo sistematizado do pensamento matemático. Em *Histoire des mathématiques* encontramos, além das datas e nomes, o desenvolvimento das ideias e dos problemas matemáticos.

Esse modelo linear de escrita histórica, que privilegia apenas os aspectos internos e técnicos ligados à área de conhecimento matemático, consolidou-se no início do século XX, com a volumosa obra de história da matemática, intitulada *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, publicada em quatro volumes por Moritz Benedikt Cantor (1829-1920) entre 1880 e 1908. A influência dessa historiografia foi tão grande que encontramos traços dela em outras obras de história da matemática hoje bem conhecidas, tais como *History of Mathematics* de Florian Cajori (1859-1930), *Introdução à história da matemática* de Howard Eves, *História da Matemática* de Carl B. Boyer e *History of Mathematics* de David E. Smith.

Mas, diferentemente da obra de Montucla, por exemplo, o grande compêndio de história da matemática de Cantor (1880 e 1920), que foi publicado em finais do século XIX e início do XX, passou a ter outro papel. Embora a obra apresentasse aspectos similares às histórias da matemática do século anterior, valorizando o progresso do conhecimento matemático, a história da matemática passou a servir mais como um adorno, que ilustrava o desenvolvimento da matemática desde suas origens até aquela época, do que como discurso legitimador.

De finais do século XIX ao início do XX, a história começou, gradativamente, a perder seu papel no processo da construção do conhecimento científico e matemático. Isso ocorreu porque a ciência e a matemática passaram a se especializar, constituindo-se em campos de conhecimento específicos. Surgia aí o cientista (de diversas áreas de conhecimento) e o matemático profissionais que estavam preparados para tratar de sua própria área de conhecimento. Nesse contexto, a história da ciência e da matemática tinha pouco a contribuir, visto que os novos desdobramentos da ciência e da matemática, principalmente no início do século XX, revelaram não só problemas lógicos inéditos, mas também complicações na estrutura do edifício científico e matemático que o modelo histórico pouco ajudava para solucioná-las.

Desse modo, novas propostas voltadas para a reflexão em filosofia da ciência e da matemática deixariam a história à margem, recorrendo a ela apenas para ilustrar as próprias ideias filosóficas. Mais do que a história, a filosofia, dessa maneira, parecia ser mais adequada para dar conta das discussões e propor novos caminhos para a reflexão científica em geral. Surgiu, desse modo, uma espécie de «cientista-filósofo» ou «cientista-historiador» (bem como um «matemático-filósofo» ou «matemático-historiador») cuja ordem do dia era assentar a ciência e a matemática sobre bases sólidas para garantir o aprimoramento do conhecimento científico e matemático. Nesse contexto, mesmo quando valorizada, a história servia apenas como repositório fixo de informações, em que o filósofo da ciência ou da matemática, pinçava

convenientemente exemplos para justificar seus pressupostos e propósitos filosóficos. Do mesmo modo, o historiador de formação filosófica buscou reconstruir a história da ciência e da matemática partindo de noções filosófica pré-concebidas. Ao proceder dessa maneira, o historiador limitava-se apenas a uma abordagem epistemológica do conhecimento deixando à margem outros aspectos não formais que foram essenciais para o desenvolvimento da ciência e da matemática (Beltran, Saito, Trindade, 2014; Saito, 2013b). Assim, a partir daí, tornou-se muito comum encontrar o par de campos «História e Filosofia da Matemática», pelo menos até a década de 1980.

Mas, atualmente, a história da matemática não se confunde mais com a filosofia da matemática. Embora não possamos estabelecer uma clara fronteira entre eles, visto que a história da matemática muitas vezes recorre à filosofia da matemática e vice-versa, é notório que o objeto de investigação e as motivações da filosofia da matemática é distinto dos da história da matemática (Beltran, Saito, Trindade, 2014).

A filosofia da matemática está mais preocupada com os aspectos formais do conhecimento matemático e dedica, dessa maneira, pouca atenção às questões de contingência histórica. Diferentemente, a história da matemática se ocupa dos processos que move o conhecimento em sua historicidade sem sobrepor a tal processo qualquer normativa filosoficamente preconcebida.

A história da matemática, embasada nas tendências historiográficas atuais, procura compreender o processo de apropriação e de transmissão de conhecimento matemático, inclusive em seus aspectos formais, devidamente contextualizados. Assim, em vez de adotar uma perspectiva normativa e filosófica, estudos em história da matemática têm insistido na necessidade de contextualizar o conhecimento científico e matemático, procurando compreender a ciência e as matemáticas do passado tal como elas eram vistas no passado, e não como elas deveriam ser vistas segundo uma perspectiva filosófica preconcebida.

Para compreendermos a natureza da ciência e da matemática, por meio de seu processo de construção histórico, é preciso avançar além da própria caracterização formal da ciência e da matemática modernas. É por essa razão que as vertentes atualizadas da história da matemática evitam sobrepor as malhas formais da filosofia e do conhecimento matemático moderno sobre o processo histórico, procurando compreender a produção do conhecimento em seu contexto. Segundo essa perspectiva histórica, não basta apenas reconhecer, por exemplo, quem elaborou o cálculo, ou quais foram as técnicas matemáticas empregadas para resolver determinados problemas matemáticos no passado. Para captar o processo, é necessário compreender o movimento que fez o conhecimento no passado para que o cálculo fosse elaborado, ou para que certas técnicas fossem empregadas para resolver problemas matemáticos. Ou seja, é preciso saber quais os conhecimentos que estavam disponíveis aos estudiosos numa determinada época, visto que a construção de conhecimento está mais relacionada ao processo de apropriação (que implica em escolhas) do que de transmissão dos conteúdos.

Como mencionamos anteriormente, nem todos os conhecimentos antigos estavam disponíveis, por exemplo, aos estudiosos medievais, visto que parte desses conhecimentos, principalmente aqueles que foram desenvolvidos no período anterior aos romanos, não chegaram até o ocidente latino antes do século X. A transmissão de conhecimento, portanto, nunca foi direta, mas passou por intermediários que o modificaram, acrescentando ou suprimindo suas partes. Além disso, no processo de apropriação desses conhecimentos, os estudiosos fizeram escolhas motivados por diferentes razões não só epistemológicas, mas também estéticas, filosóficas, éticas e teológicas. Essas escolhas que implicam tanto a aceitação, quanto o descarte de uma fonte antiga de conhecimento, podem ser motivadas por fatores extramatemáticos, conduzindo o estudioso de matemática a diferentes resultados.

O movimento da história, portanto, não é linear, visto que o conhecimento produzido numa época pode continuar a ser transmitido ou ser interrompido, para ser posteriormente recuperado. É nesse processo de «continuidades e discontinuidades» de ideias (um vai e vem constante) que um novo conhecimento é construído para ser incorporado a um conjunto de conteúdos, que estão organizados conforme critérios estabelecidos por uma comunidade de pensadores. E são esses mesmos critérios que conduzem também o historiador a organizar suas narrativas, visto que é o historiador que estabelece as relações entre os eventos na história (Saito, 2013b). Assim, como veremos a seguir, a articulação entre ensino de matemática e a história da matemática, baseada em tendências historiográficas atualizadas, pode contribuir para a formação mais crítica do professor de matemática, uma vez que a história, compreendida nesses termos, dá acesso ao processo da construção do conhecimento e desmistifica uma visão linear e progressista de conhecimento.

### **A INTERFACE ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Em linhas gerais, há um consenso entre historiadores da matemática e educadores matemáticos a respeito do papel da história no ensino. Segundo eles, a história da matemática contribui no processo de formação docente em três aspectos: 1) propicia a compreensão de que a matemática é resultado de atividade intelectual humana ao invés de um corpo de conhecimento dado ou um conjunto de técnicas de resolução de problemas matemáticos; 2) reorienta a visão do que vem a ser a matemática e conhecimento matemático na medida em que o estudo do processo histórico conduz a uma linha interpretativa diferenciada, propiciando a abordagem dos objetos matemáticos por outra perspectiva e, assim, contribuindo para sua melhor compreensão; 3) alarga as fronteiras da disciplina matemática, estabelecendo uma relação dela com outros segmentos do conhecimento (Saito, Dias, 2013).

Esses três aspectos convergem para a ideia de que história da matemática promove uma visão mais crítica em relação à matemática e à construção do conhecimento matemático. Utilizando-se de fontes adequadas e atualizadas, a história da matemática prepararia o docente para lidar com as contingências não só relativas ao conteúdo matemático que deve dar conta, mas também a outros aspectos relativos ao processo de ensino e aprendizagem de matemática na medida em que propicia o docente a (re)significar e a levantar discussões sobre diferentes modelos de conhecimento, preparando-o para questões epistemológicas mais relevantes (Saito, 2013b).

Isso, entretanto, não quer dizer que devemos ensinar matemática pela história, nem repetir o percurso histórico da formação de um conceito matemático, mas buscar, no processo histórico, o movimento do pensamento no contexto da formação desse conceito. Ao aproximarmos a história e o ensino, não propomos que a pesquisa histórica seja a do professor. A articulação que aqui propomos busca construir diferentes interfaces, levando-se em consideração aspectos epistemológicos e metodológicos, ligados à história da matemática e à educação matemática, por meio da aproximação das concepções historiográfica do historiador e didática do educador (Beltran, 2009).

Convém aqui observar que não estamos nos referindo a obstáculos epistemológicos, nem reforçando as teses recapitulacionistas<sup>14</sup>. A nossa proposta tem primado em analisar os objetos matemáticos epistemologicamente contextualizados. A vantagem desse procedimento repousa na possibilidade de fazer emergir novos objetos de análise na historicidade, tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática.

---

<sup>14</sup> Miguel e Miorim (2004) sintetizam as principais tendências de articulação entre história da matemática e ensino de matemática.

Desse modo, a interface aqui proposta não tem o propósito de «reproduzir» ou «simular» um ambiente «científico ou matemático» para que o discente «refaça» os mesmos passos do matemático pesquisador. Diferentemente, ela busca articular questões (epistemologicamente contextualizadas), que emergem no processo da construção do conhecimento, com diferentes propostas didáticas (também devidamente contextualizadas) da educação matemática, considerando dialeticamente dois movimentos: 1) o contexto do desenvolvimento dos conceitos matemáticos e 2) o movimento do pensamento na formação desse mesmo conceito (Saito, Dias, 2013).

Por contexto devemos entender a rica trama do tecido histórico de que o conhecimento matemático é parte. Faz parte dessa trama não só o conhecimento, mas também os critérios e as ações que permitem construí-lo. Assim, do ponto de vista histórico, a epistemologia deve também ser contextualizada, uma vez que ela é atravessada por problemáticas bem diversas, estabelecendo múltiplas relações com a matemática e sua história.

Devemos considerar que a epistemologia é o estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados das diversas ciências. Sua principal característica é a reflexão sobre a argumentação dos processos do conhecimento que se desenvolve sobre um pano de fundo em que se entrelaçam diferentes concepções de ciência e outras posições de natureza ética, estética, filosófica, religiosa, política, ideológica etc. Assim, é sobre esse cenário que devemos situar as diferentes epistemologias para podermos compreendê-las em seu aspecto mais essencial, tomando-se o cuidado de não extraí-las de seu contexto de modo a subtrair-lhes a historicidade que lhes é inerente, uma vez que toda epistemologia é formulada e desenvolvida em meio a posições conflituosas que conduzem a controvérsias (Saito, Bromberg, 2010; Carrilho, 1991; Canguilhem, 1977).

Portanto, ao articular história e ensino, é importante considerar os diferentes vieses epistemológicos em que determinado objeto

matemático é ou foi compreendido, pois épocas diferentes constroem epistemologias diferentes, visto que estão ancoradas em um modelo de conhecimento diferente. Desse modo, a articulação entre história e ensino deve também considerar a *episteme* de uma época (Foucault, 2000, 1999), isto é, um conjunto de ações, regras, critérios e conhecimento (que pode se afigurar como uma verdadeira epistemologia numa época), compartilhado por um grupo de pessoas no tempo e no espaço, que legitimam e validam um pretense conhecimento. É por meio da compreensão do significado do objeto matemático em outra malha de relações epistêmicas que nos permite (re)significar os objetos matemáticos.

É, nesse sentido, que temos nos esforçado em delinear os contornos epistemológicos implicados no processo da construção do conhecimento na história. Esses aspectos epistemológicos não são acessíveis ao docente ou ao educador matemático à primeira vista, visto que eles emergem da análise contextualizada dos documentos que é tarefa do historiador (Saito, 2012a). Além disso, considerando-se que os discentes normalmente têm poucos conhecimentos de história e praticamente nenhum de filosofia, abordar conteúdos históricos e filosóficos de forma explícita nos materiais didáticos e mesmo em propostas de ensino e aprendizagem de matemática pode deslocar o educador de seu principal propósito com a história. Ou seja, propostas de articulação entre história e ensino que busquem restringir o papel da história apenas como recurso que propicia ao educando o acesso aos aspectos sociais, culturais e históricos no desenvolvimento de um conceito ou objeto matemático não o conduz a uma compreensão contextualizada dos mesmos. Para tanto, é necessária uma história da matemática que avalie e analise o objeto matemático considerando não só as questões de natureza interna, mas também externa que estão implicadas na própria gênese de tais objetos, tal como discorreremos anteriormente.

Assim, episódios da história da matemática podem servir de porta de acesso a questões epistemológicas mais relevantes por meio das quais

seria possível elaborar uma metodologia de abordagem que viabilizasse a articulação entre história e ensino. Isso, entretanto, não significa que devamos buscar um método único que possibilite tal articulação. Estudos e análises preliminares conduziram-nos a concluir que a articulação entre história e ensino requer também estabelecer um diálogo entre diferentes teorias didáticas da matemática e as atuais perspectivas historiográficas.

Tal diálogo, entretanto, deve ser devidamente contextualizado. Devemos compreender as teorias didáticas atendem a uma determinada demanda de conhecimento que é aceito (no seu sentido mais forte, cientificamente válido). Assim, é preciso também contextualizar historicamente as diferentes vertentes teóricas a que se refere o educador, levando-se em consideração a concepção de ciência em que se encontra ancorada (figura 3). A interface entre história e ensino, dessa maneira, deve considerar não só aspectos historiográficos e epistemológicos, mas também didáticos.

Assim, a articulação dos objetos matemáticos na interface deve, portanto, considerar sobretudo os aspectos epistemológicos envolvidos no processo da construção do conhecimento matemático. E, nesse sentido, como bem sabemos, a história da matemática é rica em procedimentos, métodos, técnicas e algoritmos que permitem resolver diferentes problemas matemáticos. Mas articular história e ensino não significa se apropriar desses elementos e aplicá-los em sala de aula e sim compreendê-los em seu contexto de modo a flagrar os nexos conceituais em torno do objeto matemático, devidamente localizados no tempo e no espaço.

Portanto, devemos ter muita cautela ao utilizar um documento original e transportar as ideias e os elementos nele apresentados ao presente. Isso porque tais ideias e elementos estão ancorados numa concepção de conhecimento de uma época. Utilizar, por exemplo, as antigas definições de reta, ponto e segmento dos antigos para ensinar matemática nos dias de hoje não faz sentido, visto que o professor deve

dar conta da matemática institucionalizada no século XIX e não ensinar uma matemática, por exemplo, de 400 AEC<sup>15</sup>.

O que é mais importante ter em conta na interface não são objetos matemáticos em si, nem os procedimentos, métodos, técnicas ou algoritmos, mas o processo da construção desses objetos, métodos, técnicas ou algoritmos historicamente contextualizados. Para tanto, é necessário que o historiador e o educador tenham em vista o mesmo objeto, visto que o movimento na interface é em essência dialético. O docente, ao se apropriar do conhecimento histórico, (re)significa os objetos matemáticos, pois o contato com o processo da construção desse mesmo objeto na história promove um deslocamento de concepções familiares para outras bastante incomuns. Esse deslocamento e a dialética proporcionada pela articulação entre duas diferentes concepções (do passado e do presente) favorecem a reconstrução das ideias matemáticas já preconcebidas e sedimentadas pelo docente, fazendo-o (re)significar o mesmo objeto. Nesse movimento, o objeto matemático é desconectado das malhas formais e reintegrado ao processo de sua elaboração, fazendo o docente tomar consciência de que a formalização é também uma construção (Saito, Dias, 2013).

Um exemplo disso é a atividade didática elaborada a partir do tratado *Del modo di misurare* de Cosimo Bartoli, publicada em 1564 (Saito, Dias, 2011). Esse tratado, como muitos outros disseminados nos séculos XVI e XVII ensina, entre outras coisas, como medir distâncias em diferentes situações utilizando diferentes instrumentos matemáticos. Para o desenvolvimento da atividade foram escolhidos, dentre os muitos instrumentos ali apresentados, três que eram muito comuns naquela época: o quadrante geométrico, o quadrante num quarto de círculo e o báculo (Saito; Dias, 2013)<sup>16</sup>. Essa atividade, elaborada na interface

---

<sup>15</sup> Há alguns anos atrás, Grattan-Guinness alertou-nos a esse respeito, vide: Grattan-Guinness (2004). Vide também Saito (2012b).

<sup>16</sup> Sobre a proposta da atividade e seus resultados podem ser consultados em: Dias e Saito (2010a, 2010b) e Saito e Dias (2011).

entre história e ensino de matemática, não teve por objetivo explicar, nem justificar, por meio da história, as dificuldades encontradas pelos participantes da atividade. A história da matemática foi articulada (entre outros propósitos) para promover uma reflexão sobre o significado da medida de modo a levantar questões epistemológicas acerca da medição. Podemos dizer que por meio dessa atividade de construção e uso de instrumentos, os participantes puderam visualizar parcialmente práticas e técnicas antigas de medição, flagrando no processo os aspectos conceituais fundamentais para se compreender o que é uma medida.

Um desses aspectos, por exemplo, refere-se à relação entre o sujeito, o instrumento e o ente a ser medido. Diferentemente dos modernos instrumentos, que geralmente realizam a medida com a mínima interferência de quem os manuseia (como uma régua, por exemplo), esses instrumentos requeriam não só destreza de quem os manuseava, como também de conhecimentos matemáticos relativos à medida. A medida, portanto, era obtida (ou melhor, calculada) a partir da distância em que se encontravam o observador e o ente a ser medido. Nesse processo, o observador, o instrumento e o ente medido faziam parte de um só conjunto de ações que revela importantes aspectos ligados ao ato de medir. Assim, os instrumentos matemáticos, a geometria e outros segmentos do conhecimento das artes, que estiveram na origem dos modernos instrumentos de medida, apontaram para um rico cenário que nos conduziu a refletir não só sobre as diferentes técnicas, mas também o conhecimento matemático ligado à medida. Esse cenário nos permitiu levantar questões de natureza epistemológica a respeito do significado de grandeza numérica e geométrica visto que nos deu acesso a diferentes práticas matemáticas do passado (Saito, 2013c, 2014).

Como já mencionamos, não encontramos matemáticos profissionais, nem matemática no sentido que hoje compreendemos antes do século XIX. Como bem observa Roux (2010), a matemática até meados do século XVIII não era um corpo autônomo e unificado de conhecimentos, mas um conjunto «práticas matemáticas», que tinham ou

não preocupações essencialmente matemáticas. A compreensão dessas diferentes práticas matemáticas e, portanto, do conhecimento matemático nelas mobilizado e construído, nos dá acesso a diferentes questões epistemológicas que podem ser exploradas pelo educador matemático. A história da matemática articulada aos propósitos da educação matemática tem, assim, a história como ponto de partida para resignificar os conteúdos matemáticos, considerando-se os diferentes modelos de conhecimento. A interface, dessa maneira, não busca apenas elaborar atividades didáticas que articulem história e ensino, mas sim promover por meio delas uma visão mais crítica em relação à matemática e ao conhecimento matemático.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A história da matemática faz parte (ou, pelo menos deveria fazer) da formação do futuro docente, visto que, historicamente, sempre teve papel essencial no processo de transmissão, apropriação e disseminação de conhecimentos matemáticos. Papel este que a história perdeu em meados do século XIX, para ser posterior e gradativamente retomado por volta da década de 1930. Muito das realizações matemáticas que hoje conhecemos, deveu-se em grande parte a esse processo de construção do conhecimento em que a história da matemática esteve sempre presente.

Em linhas gerais podemos divisar dois grandes momentos nesse processo. Num primeiro, em que a história da matemática esteve ligada ao nascimento de uma nova ciência por volta dos séculos XVI e XVIII, justificando o processo de sua formação que acabaria por se consolidar em meados do século XIX, quando se definiram campos de investigação específicos e especializados, tal como são ainda hoje reconhecíveis. Num segundo, em que a história perdeu seu papel e foi substituída, para dar conta das questões de ordem epistemológica sobre os fundamentos de uma nova área pela filosofia da matemática,

quando a própria matemática procurou se firmar como área autônoma e unificada de conhecimento. A história, nesse contexto, passou a ser totalmente acessória e, assim, continuou até meados da década de 1930, quando questões de ordem didática se tornaram centrais no debate a respeito da transmissão, da disseminação e da apropriação de conhecimentos matemáticos. A agenda do dia, a partir de então, era investir na formação de futuros matemáticos para garantir e manter de pé a grande área matemática.

É curioso que foi no momento em que a formação do professor de matemática tornou-se centro dos debates que a história da matemática voltou a ser valorizada. Entretanto, a história da matemática continuou a dar ênfase apenas aos desdobramentos internos do desenvolvimento do conhecimento, mas privilegiando agora apenas os conteúdos estritamente matemáticos, pois ela deveria dar conta, junto com a filosofia da matemática, da coerência interna do discurso matemático. Esse cenário, entretanto, mudou gradativamente entre as duas grandes guerras mundiais, quando não só a matemática, mas também a ciência como um todo teve que prestar contas consigo mesma e com o público, reavaliando seu papel do ponto de vista ético. Nesse contexto, questões de ordem social, política, econômica e religiosa foram incorporadas gradativamente às narrativas históricas.

A ciência e a matemática, dessa maneira, deixaram de ser neutras e, no que diz respeito ao seu ensino, educadores, cientistas e matemáticos procuraram redimensionar seus propósitos e redefinir o perfil do professor de matemática e de ciência. Da mesma maneira, a história da matemática procurou renovar seus pressupostos historiográficos e metodológicos, abandonando uma visão linear e progressista do desenvolvimento do conhecimento matemático, de modo a dar uma dimensão social, política, ética, econômica, religiosa, cultural etc. às questões de ordem epistemológica. E é exatamente nesse aspecto que o grupo HEEMa tem investido suas investigações, ou seja, procurando elaborar diferentes ações na interface entre história e ensino de matemática.

## REFERÊNCIAS

- Alexander, A. R. (2002). *Geometrical Landscape: The Voyages of Discovery and the Transformation of Mathematical Practice*. Stanford: Stanford University Press.
- Alexander, A. R. (2006). Introduction: Mathematical Stories. *Isis* 97, 678-682.
- Alfonso-Goldfarb, A. M. (1994). *O que é história da ciência?*. São Paulo: Brasiliense.
- Alfonso-Goldfarb, A. M. (2003). Como se daria a construção de áreas interface do saber. *Kairós* 6 (1), 155-66.
- Alfonso-Goldfarb, A. M. (2008). Simão Mathias Centennial: Documents, Methods and Identity of History of Science. *Circumscribere* 4, 1-4.
- Alfonso-Goldfarb, A. M. & Beltran, M. H. R. (orgs.). (2004). *Escrevendo a História da Ciência: tendências, propostas e discussões*. São Paulo: Educ; Ed. Livraria da Física; FAPESP.
- Alfonso-Goldfarb, A. M.; Ferraz, M. H. M. & Waisse, S. (2013). Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência. *Acervo*, 26(1), 42-53.
- Baldi, B. (1707). *Cronica de matematici: overo Epitoe dell'istoria delle vite loro*. Urbino: Angelo Antonio Monticelli.
- Baroni, R. L. S. & Nobre, S. (1999). A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: Bicudo, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Ed. da UNESP; COMPED; INEP.
- Bartoli, C. (1564). *Cosimo Bartoli Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene....* Venezia: Francesco Franceschi Sanese.
- Beltran, M. H. R. (2009). História da ciência e ensino: algumas considerações sobre a construção de interfaces. In: Witter, G. P. & Fujiwara, R. (orgs.). *Ensino de ciências e matemática: análise de problemas*, 179-208. São Paulo: Ateliê Editorial.

- Beltran, M. H. R.; Saito, F. & Trindade, L. S. P. (2014). *História da ciência para formação de professores*. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC.
- Bromberg, C. & Saito, F. (2010). A história da matemática e a história da ciência. In: Beltran, M. H. R.; Saito, F. & Trindade, L. S. P. (orgs.). *História da ciência: tópicos atuais*, 47-71. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES.
- Cajori, F. (2007). *História da Matemática*. São Paulo: Ciência Moderna.
- Cantor, M. B. (1880-1908). *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Leipzig: Von B. G. Teubner.
- Canguilhem, G. (1977). *Ideologia e racionalidade nas ciências da vida*. Lisboa: Edições 70.
- Carillho, M. M. (ed.). (1991). *Epistemologia: Posições e Críticas*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- D'Ambrosio, U. (2013). Por que e como ensinar história da matemática. *Rematec* 12, 7-21.
- Debus, A. G. Ciência e história: o nascimento de uma nova área. In: Alfonso-Goldfarb, A. M. & Beltran, M. H. R. (orgs.). (2004). *Escrevendo a História da Ciência: tendências, propostas e discussões historiográficas*, 13-40. São Paulo: Educ; Ed. Livraria da Física; FAPESP.
- Dias, M. S. & Saito, F. (2010a). A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli. In: *Anais Congresso Internacional – PBL 2010: Aprendizagem baseada em Problemas e Metodologias Ativas de Aprendizagem – Conectando pessoas, idéias e comunidades (8 a 11 de fevereiro de 2010, São Paulo, Brasil)*. São Paulo: Pan American Network of Problem Based Learning/USP.
- Dias, M. S. & Saito, F. (2010b). O ensino da matemática por meio de construção de instrumentos de medida do século XVI. In: *Anais do X Encontro Paulista de Educação Matemática: X EPPEM*, 1-4. São Carlos: SBEM/SBEM-SP.

- Dias, M. S. & Saito, F. (2011). História e ensino de matemática: o báculo e a geometria. In: *Anais do Profmat 2011 e XII SIEM (Seminário de Investigação em Educação Matemática) – Lisboa: 5 a 8 de setembro de 2011*, 1-11. Lisboa: Associação dos professores de matemática.
- Eamon, W. (1996). *Science and the Secrets of Nature. Books of Secrets in Medieval and Early Modern Culture*. Princeton; New Jersey: Princeton University Press.
- Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Ed. da UNICAMP.
- Fauvel, J., Van Maanem, J. (2000). *History in mathematics education: an ICMI study*. Dordrecht: Kluwer.
- Foucault, M. (1999). *As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas*. 8ª ed. São Paulo: Martins Fontes.
- Foucault, M. (2000). *A arqueologia do saber*. 6ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 66, 131-143.
- Gavrouglu, K.; Christianidis, J. & Nicolaidis, E. (eds.). (1994). *Trends in the Historiography of Science*. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic.
- Golinski, J. (2005). *Making natural knowledge: Constructivism and the History of Science*. Chicago; London: Chicago University Press.
- Goulding, R. (2010). *Defending Hypatia: Ramus, Saville, and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History*. Dordrecht: Springer.
- Grattan-guinness, I. (2004). The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. *Historia Mathematica* 31, 163-185.
- Gray, J. (2011). History of Mathematics and History of Science Reunited? *Isis* 102, 511-517.
- Heilbronner, J. C. (1706-1742). *Historia matheseos universae, a mundo condito seculum P.C.N. XVI praecipuorum mathematicorum, vitas, dogmata, scripta & manuscripta complexa*. Leipzig: Joh. Friderici Gleditschii.

- Long, P. O. (2000). Invention, Secrecy, and Theft: Meaning and Context in the Study of Late Medieval Technical Transmission. *History and Technology* 16, 223-241.
- Long, P. O. (2001). *Openness, Secrecy, Authorship: Technical Arts and the Culture of Knowledge from Antiquity to the Renaissance*. Baltimore, London: The Johns Hopkins University Press.
- Long, P. O. (2005). The Annales and the History of Technology. *Technology & Culture*, 46(1), 177-186.
- Mann, T. (2011). History of Mathematics and History of Science. *Isis* 102, 518-526.
- Mendes, I. A. (2006). *Matemática e investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. Natal: Flecha do Tempo.
- Mendes, I. A. (2009). *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.
- Mendes, I. A. (2013). História no Ensino da Matemática: Trajetórias de uma epistemologia didática. *Rematec* 12, 66-85.
- Mendes, I. A.; Fossa, J. A. & Nápoles, J. E. (2006). *A história como um agente de cognição na educação matemática*. Porto Alegre: Sulinas.
- Miguel, A. & Brito, A. J. (1996). A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. *Caderno Cedes* 40, 47-61.
- Miguel, A. & Miorim, M. A. (2004). *História na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Miguel, A. & Miorim, M. A. (2005). *História na Educação Matemática: Propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Miguel, A. et. al. (2009). *História da matemática em atividades didáticas*. 2a. ed. São Paulo: Livraria da Física.
- Miorim, M. A.; Vilela, D. S. (eds.). (2009). *História, Filosofia e Educação Matemática*. Campinas: Alinea.
- Montucla, J.-É. (1799-1802). *Histoire des mathématiques dans laquelle rend compt de leur progrès depuis leur origine jusqu'à nou jours...* 4 vols. Paris: H. Agasse.

- Nobre, S. (2004). Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. *Ciência e Educação*, 10(3), 531-543.
- Rattansi, P. Hermetismo e revolução científica. In: Alfonso-Goldfarb, A. M. & Beltran, M. H. R. (Orgs.). (2004). *Escrevendo a história da ciência: tendências, propostas e discussões*, 41-48. São Paulo: Educ.
- Roque, T. (2012). *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Rossi, P. (1989). *Os filósofos e as máquinas, 1400-1700*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Rossi, P. (2000). *Naufrações sem espectador: a ideia de progresso*. São Paulo: Ed. UNESP.
- Rossi, P. (2006a). *Francis Bacon: da magia à ciência*. Londrina; Curitiba: Eduel; Ed. da UFPR.
- Rossi, P. (2006b). *Il tempo dei maghi: Rinascimento e modernità*. Milano: Raffaello Cortina Editore.
- Roux, S. (2010). Forms of Mathematization (14th-17th Centuries). *Early Science and Medicine* 15, 319-337.
- Saito, F. (2008a). O experimento e a matemática: o estudo das lentes segundo a perspectiva de Giambattista della Porta (1535-1615). *Circumscribere: International Journal for the History of Science* 4, 83-101.
- Saito, F. (2008b). Geometria e Óptica no século XVI: a percepção do espaço na perspectiva euclidiana. *Educação Matemática Pesquisa*, 10(2), 386-416.
- Saito, F. (2010). História da Ciência e Ensino: em busca de diálogo entre historiadores da ciência e educadores. *História da Ciência e ensino: construindo interfaces* 1, 1-6.
- Saito, F. (2011). *O telescópio na magia natural de Giambattista della Porta*. São Paulo: Educ; Ed. Livraria da Física; FAPESP.
- Saito, F. (2012a). History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework. *Educação Matemática Pesquisa*, 14(3), 363-385.

- Saito, F. (2012b). Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos «matemáticos» do século XVI. In: Silva, M. R. B. da & Haddad, T. A. S. (eds.). *Anais do 13 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia – FFLCH USP – 03 a 06 de setembro de 2012*, 1099-1110. São Paulo: EACH/USP.
- Saito, F. (2013a). História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: *Actas VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 3979-3987. Montevideo: FISEM/SEMUR.
- Saito, F. (2013b). ‘Continuidade’ e ‘descontinuidade’: o processo da construção do conhecimento científico na História da Ciência». *Educação e Contemporaneidade. Revista da FAEEBA* 22 (39), 83-194.
- Saito, F. (2013c). Instrumentos e o ‘saber-fazer’ matemático no século XVI», *Revista Tecnologia e Sociedade* 18 (especial), 101-112.
- Saito, F. (2014). Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. *Rematec*, 9(16), 25-47.
- Saito, F. & Bromberg, C. (2010). História e Epistemologia da Ciência. In: Beltran, M. H. R.; Saito, F. & Trindade, L. S. P. (Orgs.). *História da Ciência: tópicos atuais*, 101-118. São Paulo: Ed. Livraria da Física/CAPES.
- Saito, F. & Dias, M. S. (2011). *Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI*. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática.
- Saito, F. & Dias, M. S. (2013). Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação* 19 (1), 89-111.
- Shea, W. (1991). *The Magic of Numbers and Motion: The Scientific Career of R. Descartes*. New York: Science History Publ.

- Shumaker, W. (1989). *Natural Magic and modern science: four treatises 1590-1657*. Binghamton; New York: Center for Medieval and Early Renaissance Studies.
- Smith, D. E. (1923). *History of Mathematics*. 2 vols. Boston: Ginn and Co.
- Smith, P. H. (2006). Art, Science, and Visual Culture in Early Modern Europe. *Isis* 97, 83-100.
- Smith, P. H. (2004). *The Body of the Artisan: Art and Experience in the Scientific Revolution*. Chicago; London: The University of Chicago Press.
- Vickers, B. (ed.). (1986). *Occult and Scientific Mentalities in the Renaissance*. Cambridge; London; New York: Cambridge University Press.
- Webster, C. (1993). *De Paracelso a Newton: La magia en la creación de la ciencia moderna*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Zambeli, P. (1991). *L'ambigua natura della magia: filosofi, streghe, riti nel Rinascimento*. Milano: Il Saggiatore.