

# INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra

Editores

## Capítulo 3



*Investigaciones en educación matemática*

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, editores

© Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, 2016

© Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2016

Av. Universitaria 1801, Lima 32, Perú

[feditor@pucp.edu.pe](mailto:feditor@pucp.edu.pe)

[www.fondoeditorial.pucp.edu.pe](http://www.fondoeditorial.pucp.edu.pe)

Diseño, diagramación, corrección de estilo  
y cuidado de la edición: Fondo Editorial PUCP

Primera edición: octubre de 2016

Tiraje: 500 ejemplares

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,  
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2016-12807

ISBN: 978-612-317-201-5

Registro del Proyecto Editorial: 31501361601055

Impreso en Tarea Asociación Gráfica Educativa

Pasaje María Auxiliadora 156, Lima 5, Perú

## TAXA DE VARIAÇÃO NA ESCOLA BÁSICA: UM LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO<sup>1</sup>

*Rate of change in elementary school: a literature review*

Edson Rodrigues Da Silva<sup>2</sup>  
Maria José Ferreira Da Silva<sup>3</sup>

### RESUMO

Este é um levantamento bibliográfico acerca do estudo de taxa de variação na educação básica brasileira. O método utilizado foi a pesquisa bibliográfica, e os dados foram coletados nas bibliotecas de pós-graduação, sites de secretarias da educação e anais de congressos em Educação Matemática. Nossa busca centrou-se nos descritores «taxa de variação», «taxa de variação instantânea», «taxa de variação média», «taxa de variação na educação básica», «Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio», «derivada no Ensino Médio». Encontramos sete documentos oficiais que fazem alusões ao ensino de taxa de variação, e oito trabalhos que tratam do ensino e/ou da aprendizagem de taxa de variação na escola básica, cujos resultados dão indícios de que estudantes desse nível de escolaridade compreendem as ideias imersas no estudo de taxa de variação.

*Palavras-chave: Taxa de variação; Levantamento bibliográfico; Educação básica.*

---

<sup>1</sup> Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT Parceria PUC-SP e PUC-PERU

FAPESP: 2013/23228-7; CNPq: 404411/2013-4

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – professoredsonrodrigues@gmail.com

<sup>3</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – zeze@pucsp.br

## ABSTRACT

This is a bibliographical investigation on the study of rate of change in Brazilian basic education. The bibliographical research was used as the method, and the data were collected in post-graduate libraries, websites of the departments of education, and annals of congresses on mathematics education. Our search focused on the descriptors «rate of change», «instantaneous rate of change», «average rate of change», «rate of change in basic education», «Differential and Integral Calculus in high school», «derivative in high school». We found seven official documents that refer to the teaching of rate of change, and eight papers dealing with the teaching and/or learning of the rate of change in basic school, whose results show evidence that students of this educational level understand the ideas immersed in the study of rate of change.

*Keywords: Rate of change; Bibliographical investigation; Basic education.*

## INTRODUÇÃO

O ato de perceber quando uma representação gráfica cresce ou decresce dá-se quase que instantaneamente em um cidadão que tenha concluído a educação básica, mas para perceber o quão rápido esse gráfico cresce ou decresce, ou seja, para qualificar seu crescimento/decrescimento, faz-se necessário um conhecimento mínimo da noção de taxa de variação. «No mundo de hoje, não basta perceber o crescimento/decrescimento de uma função, mas determinar precisamente o quanto está crescendo/decrescendo» (Rezende 2003, p. 33)

Cientes que essa não é a realidade da maior parte da população brasileira, uma vez que a maioria dos cidadãos não tem discernimento para interpretar, por exemplo, um gráfico de intenção de votos divulgado em um meio de comunicação impresso, interessamo-nos em fazer um levantamento bibliográfico com o objetivo de suscitar um panorama atual do ensino de taxa de variação na escola básica brasileira.

Com esse intuito, e entendendo que a noção de taxa de variação deve fazer parte do conhecimento de todo cidadão, deparamo-nos

com oito pesquisas que versam a respeito dos processos de ensino e/ou de aprendizagem de taxa de variação no âmbito da escola básica, cuja maioria, em última instância, tem por finalidade a melhoria o ensino superior de Cálculo.

Frente a essa realidade, e convictos que as ideias fundamentais do Cálculo não devem ser exploradas exclusivamente em função do ensino superior de Cálculo, mas sim como ferramentas que possam auxiliar a população no exercício da sua cidadania, também voltamos nossa atenção ao tratamento dado por alguns documentos oficiais à taxa de variação.

## **REVISÃO DE LITERATURA**

Para realizar o levantamento bibliográfico utilizamos o método de pesquisa bibliográfica do tipo estado da arte, que consiste em «expor resumidamente as principais ideias já discutidas por outros autores que trataram do problema, levantando críticas e dúvidas, quando for o caso» (Gerhardt e Silveira 2009, p.66). De acordo com Fonseca (2002), essa metodologia incide no levantamento de referências e dados teóricos já analisados e publicados com a finalidade de reconhecer e recolher informações e resultados referentes a uma problemática que se procura elucidar e solucionar.

Nesse sentido, a escolha metodológica nos auxiliou na definição dos procedimentos de captação, avaliação e elaboração dos resumos da literatura encontrada, e nos orientou na busca por trabalhos que tratam do ensino e/ou aprendizagem de taxa de variação exclusivamente no âmbito da educação básica, além de nos auxiliar na busca por documentos oficiais que versam a respeito do ensino de taxa de variação.

Iniciamos o trabalho elegendo as palavras-chave que utilizaríamos na busca por materiais nos bancos de dados dos programas de pós-graduação da PUC-SP, UNESP, UNICAMP, USP, UFJF, UFRJ, no banco de teses da CAPES, na revista da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), nos sites de secretarias de educação estaduais,

no site do MEC, bem como em anais de congressos nacionais e internacionais, RELME, CERME, CIAEM, ENEM, EREM, SIPEMAT. As palavras-chave utilizadas emergiram do tema de pesquisa, foram elas: «taxa de variação», «taxa de variação instantânea», «taxa de variação média», «taxa de variação na educação básica», «Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio», «derivada no Ensino Médio».

Em um primeiro momento, deparamo-nos com muitos trabalhos que tratam do estudo de taxa de variação, todavia, como nosso interesse estava em trabalhos que o fizessem exclusivamente no âmbito da escola básica, esse foi nosso primeiro filtro. Feito isso, selecionamos oito trabalhos: dois artigos, cinco dissertações e uma tese.

Dos artigos encontrados, a pesquisa de Silva e Silva (2015) trata do processo de ensino e aprendizagem de taxa de variação instantânea por estudantes do Ensino Médio, enquanto a pesquisa de Guedes e Assis (2009) versa a respeito da aceitação de um grupo de professores em se explorar rudimentos de Cálculo em sua sala de aula. Todas as dissertações encontradas, Spina (2002), André (2008), Pereira (2009), Silva (2012) e Matos (2013), desenvolveram seqüências de ensino para trabalhar taxa de variação no âmbito do Ensino Médio. A tese de Rezende (2003) versa a respeito das dificuldades de natureza epistemológica do ensino de Cálculo.

Assim sendo, separamos as pesquisas em duas categorias: a primeira foi composta por aquelas que trabalharam com estudantes, e a segunda, pelas que trabalharam com professores ou que são ensaios teóricos.

A partir dessa divisão, procuramos evidenciar os pontos comuns, discrepâncias, dúvidas e críticas em cada categoria, além das possíveis relações entre as duas categorias.

Assim sendo, nos próximos itens apresentaremos um recorte de alguns documentos oficiais que versam a respeito do estudo de taxa de variação, e um resumo das pesquisas encontradas para, ao final, apresentarmos um panorama atual do ensino de taxa de variação na escola básica brasileira.

## **TAXA DE VARIAÇÃO EM DOCUMENTOS OFICIAIS**

Os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, que têm por finalidade direcionar o ensino «no sentido de se produzir um conhecimento efetivo, de significado próprio, não somente propedêutico» (BRASIL 2000, p. 6), orientam que o estudo dos diversos ramos matemáticos deve propiciar ao estudante «o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo» (Brasil, 2000, p. 41).

Nesse sentido, é proposto que o ensino de Matemática se dê por meio de «um conjunto de temas que possibilitem o desenvolvimento das competências almeçadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos» (Brasil, 2002, P. 120), para isso, sugere-se três eixos estruturadores a serem desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do Ensino Médio: Álgebra: números e funções; Geometria e Medidas; Análise de dados.

É no eixo da Álgebra, subdividido em duas unidades temáticas: variação de grandezas e trigonometria, que vislumbramos o estudo de taxa de variação na escola básica.

Quanto ao estudo de taxa de variação, o Currículo de São Paulo recomenda que seja iniciado no Ensino Fundamental e continuado durante o Ensino Médio, e propõe que «o destaque dado às taxas de variação pode servir de base para uma apresentação das primeiras noções de Cálculo» (São Paulo 2010, p. 38). De acordo com esse documento, «a noção de taxa de variação, ou seja, a medida da rapidez com que uma das grandezas interdependentes varia em relação à outra, será destacada como um prelúdio ao estudo do Cálculo» (São Paulo 2010, p. 43).

Todavia, apesar deste discurso, o Currículo de São Paulo afirma que não introduz nominalmente o estudo do Cálculo no âmbito da escola básica por considerá-lo um tema distanciado da prática docente, ou seja, o Currículo considera que os professores da educação básica não

estão aptos a ensinar as ideias imersas no estudo do Cálculo para seus alunos.

Indo ao encontro das orientações pautadas no Currículo de São Paulo, o Currículo de Pernambuco (2012) faz menções ao ensino de taxa de variação desde os anos finais do Ensino Fundamental permeando por todos os anos do Ensino Médio. De acordo com o Currículo, um momento propício para a exploração da taxa de variação é a partir do trabalho com a geometria analítica, onde

os significados geométricos de coeficientes de equações (da reta e da circunferência), de retas paralelas, perpendiculares, tangentes e secantes, podem contribuir bastante para a compreensão das relações entre a geometria e a álgebra. [...] Assim, as articulações da geometria analítica com outras áreas da matemática escolar podem ser exploradas de forma proveitosa. Por exemplo, as ideias como crescimento, decrescimento, taxa de variação de uma função, inclinação de um gráfico, entre outras, podem ser relacionadas com o estudo das diferentes funções abordadas no Ensino Médio. (p. 122)

O Currículo do Acre sugere que o estudo de taxa de variação seja mobilizado como gerador de condições para que os alunos aprendam e desenvolvam as capacidades de interpretar e descrever as características fundamentais de representações gráficas de funções polinomiais.

Nesse mesmo sentido, também em consonância com as propostas dos Currículos de São Paulo e Pernambuco, o Currículo do Piauí propõe que o estudo de taxa de variação seja iniciado logo na 1ª série do Ensino Médio, de modo que possa auxiliar o estudante na interpretação do comportamento gráfico de determinadas funções, classificando-as quanto ao seu crescimento ou decrescimento e na identificação de seus pontos de máximos e de mínimos.

Já o Currículo de Mato Grosso (2012) orienta que, quando o aluno tem necessidade de novas ferramentas de cálculo ou de novas teorias, deve-se possibilitar-lhe «ir além do conhecimento trivial, oriundo de



operações elementares», e sugere, ainda, que sejam explorados centros de interesses que permeiem desde a evolução do conceito de derivada até seu potencial uso em situações concretas. Segundo esse documento, as ideias matemáticas imersas no estudo do Cálculo Diferencial e Integral

devem ser incentivadas quando surgirem o contexto e a oportunidade no momento educacional e sempre abordado de maneira conceitual, nunca como uma técnica em si (cálculo pelo cálculo enquanto conteúdo). Dessa forma o ensino pode dar condições, ao jovem, para integrar-se adequadamente à sociedade. (p. 147)

No Currículo de Minas Gerais, é sugerido que a taxa de variação seja explorada no contexto do estudo de funções elementares, que possibilita «discutir problemas que envolvam a questão da taxa de variação através da análise de notícias que falam de crescimento rápido ou lento, desaceleração» (Minas Gerais 2010, p. 70). Para isso, são propostas discussões de problemas que envolvam proporcionalidade e a utilização de recursos computacionais, para construir tabelas e gráficos, comumente utilizados por meios de comunicação.

Como se observa, o estudo de taxa de variação está presente em documentos oficiais que direcionam e organizam o ensino de matemática no Brasil e em alguns estados brasileiros. Assim, no item seguinte apresentaremos resultados de pesquisas que tratam do estudo de taxa de variação na escola básica, a fim de identificarmos os caminhos que estão seguindo para, finalmente, apresentarmos um panorama atual do ensino de taxa de variação na escola básica brasileira.

## **TAXA DE VARIAÇÃO EM PESQUISAS**

André (2008) elaborou e aplicou uma sequência de atividades para um grupo de estudantes do Ensino Médio com o objetivo de trabalhar a ideia de derivada a partir da mobilização das ideias de taxa de variação média e instantânea.

Para isso, a autora fundamentou-se nas teorias de David Tall, especificamente, na Teoria de Imagem de Conceito, e na teoria de Raiz Cognitiva, que é definida «como sendo um conceito âncora que o aprendiz encontra facilidade para compreender, e que, ainda assim, forma uma base a partir da qual a teoria pode ser construída» (André 2008, p. 18). Segundo a autora os procedimentos metodológicos caracterizam-se pelo instrumento formulado para atingir o objetivo primeiro de sua pesquisa, que foi dividido em quatro etapas com finalidades específicas.

A primeira etapa explorou a noção de variação de uma função por meio do estudo da relação de interdependência entre duas grandezas, a segunda apresentou a «taxa de variação média (TV<sub>m</sub>) como uma razão das variações de duas grandezas» e mostrou «que esta mesma (TV<sub>m</sub>) pode oferecer uma análise imprecisa do comportamento de uma função num determinado intervalo», a terceira conceituou taxa de variação instantânea a partir da noção de retidão local com o auxílio do software Graphmatica, e a última explorou a derivada a partir do estudo da taxa de variação instantânea.

Após percorrer as quatro etapas, os estudantes realizaram uma atividade final de cunho avaliativo, que ocorreu uma semana após o desenvolvimento da última etapa, cujos resultados evidenciaram que os alunos mobilizaram os conhecimentos adquiridos na sequência de ensino, pois, de acordo com a pesquisadora, todos os participantes tiveram um bom desempenho e compreenderam a ideia de derivada ainda que intuitivamente.

Pereira (2009) também elaborou uma sequência de ensino para um grupo de estudantes do Ensino Médio, cuja finalidade era levá-los a perceber «a taxa de variação instantânea enquanto aproximações sucessivas da taxa de variação média com intervalos cada vez menores e, como consequência disso, a reta tangente enquanto aproximação de retas secantes» (Pereira 2009, p. 71). Para isso, o autor baseou-se em pressupostos da Engenharia Didática e no mesmo referencial teórico

utilizado por André (2008), as Teorias de Imagens de Conceitos e Raiz cognitiva.

A sequência de ensino foi composta por um teste diagnóstico, cujo objetivo foi verificar/constatar o entendimento dos estudantes do conceito de função, e por um conjunto de atividades, cujo objetivo primeiro era a «inserção das ideias do Cálculo no Ensino Médio» (Pereira 2009, p. 165).

O autor constatou que a maioria dos sujeitos de sua pesquisa alcançou os objetivos almejados. Ao fazer essa constatação e considerar a forma com que os alunos progrediram durante a realização da sequência de ensino, o autor considerou validada sua sequência, e concluiu que estudantes do Ensino Médio são capazes de compreender a ideia de derivada enquanto aproximações cada vez menores da taxa de variação.

Com base no mesmo referencial teórico utilizado por Pereira (2009) e André (2008), o trabalho de Matos (2013) teve por objetivo investigar a compreensão das ideias de derivada e integral por um grupo de estudantes da terceira série do Ensino Médio a partir da mobilização de ferramentas disponíveis no WolframAlpha e no Geogebra.

Para atingir este objetivo, e com base nos pressupostos do método de Experimento de Ensino, que trata, especificamente, de experimentos referentes a aprendizagem e ao raciocínio matemático de estudantes, o pesquisador elaborou e aplicou uma sequência de ensino para seis estudantes da terceira série do Ensino Médio, desenvolvida em quatro encontros presenciais.

No primeiro encontro os participantes exploraram a sintaxe do WolframAlpha. No segundo, foram aplicadas as atividades que contemplavam o estudo da derivada a partir da noção de taxa de variação. No terceiro encontro, as atividades enfatizaram o cálculo da medida da área formada pela curva que representa uma função  $f$  com os eixos coordenados e sua relação com a ideia de integral. E no último, foram aplicadas as atividades referentes ao Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), em que se desejava «analisar as principais dificuldades

e compreensões emergentes na abordagem do TFC e ainda enriquecer a imagem do conceito de derivada e integral» (Matos 2013, p. 121).

Por meio do confronto entre as soluções apresentadas, as verbalizações e as atitudes dos estudantes frente às atividades propostas, o autor pôde afirmar que, «após alguns exemplos do que seja uma razão e uma taxa de variação, os participantes mostraram ter construído boa imagem do conceito de derivada» e que a noção de integral, estudada como a medida da área formada pela curva que representa uma função  $f$  qualquer com os eixos coordenados «parece ter ficado fortemente impregnado na imagem do conceito dos alunos», pois, «a partir de certo momento, em qualquer atividade que se falava em cálculo de área, instantaneamente algum aluno a relacionava com a integral» (Matos 2013, p. 148).

Desse modo, ao final de seu trabalho, o pesquisador concluiu que estudantes do Ensino Médio são capazes de construir significado para a noção de derivada como a taxa de variação instantânea de uma função  $f$  em um ponto qualquer de seu domínio, além de terem condições de compreender a ideia de integral e as ideias imersas no TFC.

Diferente das pesquisas supracitadas, que se embasaram nas Teorias de Imagem de Conceito e Raiz cognitiva, os trabalhos de Silva (2012) e Silva e Silva (2015) fundamentaram-se na Teoria de Registros de Representação Semiótica, que enfatiza a diversidade e a articulação de diferentes registros de representação nas atividades matemáticas, e na Teoria das Situações Didáticas (TSD), que «foi desenvolvida por Guy Brousseau no intuito de modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos» (Almouloud, 2007, p. 31).

Com base nesse referencial teórico e, fundamentados em pressupostos da Engenharia Didática, os autores elaboraram e aplicaram uma sequência didática para um grupo de estudantes da 3ª série do Ensino Médio, cuja finalidade era levá-los a construir significado para a ideia de taxa de variação instantânea a partir da mobilização da taxa de variação.

A sequência didática foi aplicada em quatro encontros. O primeiro tinha por finalidade explorar as ideias básicas de taxa de variação, o segundo consistiu em construir com os estudantes «conhecimentos referentes à noção de taxa de variação instantânea, a partir da noção de taxa de variação média» (Silva 2012, p. 98), o terceiro explorou a ideia de taxa de variação instantânea (taxa de variação em um ponto), e o último, objetivou levar os estudantes a perceber que a taxa de variação da taxa de variação de uma função polinomial de 2º grau é constante.

Feito isso, e por meio do confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*, os autores consideraram validada a sequência didática, e concluíram que estudantes do Ensino Médio têm condições de construir significado para a ideia de taxa de variação instantânea por meio de uma abordagem intuitiva da noção de taxa de variação. Além disso, os pesquisadores também concluíram que «a construção de significado para a ideia de taxa de variação instantânea deu-se somente por meio da mobilização simultânea dos registros de representação algébrica, gráfica e tabular» (Silva 2012, p. 131), e afirmaram que o processo de ensino e aprendizagem de taxa de variação instantânea na escola básica deve ser pautado em situações de ensino que permitam a coordenação entre dois, ou mais registros de representação simultaneamente.

Apesar de Spina (2002) também ter desenvolvido um trabalho com estudantes do Ensino Médio com o objetivo de explorar a noção de derivada nesse nível de escolaridade, sua pesquisa difere das já citadas, porque não está clara, sua fundamentação teórica e sua pesquisa não consiste em uma sequência de ensino, como fizeram os autores já citados, mas sim um processo de modelagem matemática.

Assim, entendendo que «o sucesso de um modelo matemático resulta da capacidade de representar e manipular o conhecimento qualitativo e quantitativo das variáveis envolvidas e as formas de interação entre elas» (Spina 2002, p. 23), seu trabalho consistiu na criação de um modelo adequado de alvéolo para o melhor armazenamento de mel por abelhas.

Escolhido o tema, e a partir de algumas atividades introdutórias em consonância com as conjecturas e inferências levantadas pelo grupo de estudantes a respeito de um modelo de «alvéolo ideal», a autora desenvolveu o processo de modelagem a fim de levá-los a construir a ideia de derivada a partir da mobilização da noção de função.

Feito isso, e após ter explorado as ideias envolvidas no estudo de máximos e mínimos, de taxa de variação e de ter mobilizado a ideia de derivada no estudo do crescimento populacional de uma colmeia de abelhas, a autora constatou que, ao final da pesquisa, todos os estudantes interpretaram a derivada como a taxa de variação instantânea de uma função  $f$  em um ponto  $P$  de seu domínio.

Diferente das pesquisas supracitadas, que tratam do processo de ensino e aprendizagem de algumas ideias do Cálculo no âmbito da escola básica, Rezende (2003, p. 9) realizou um ensaio teórico com o objetivo de «mostrar que parte significativa dos problemas de aprendizagem 'do atual' ensino de Cálculo é de natureza essencialmente epistemológica».

Para o autor, o problema do ensino superior de Cálculo não está na «falta de base» dos estudantes egressos da educação básica, e sim a ausência das ideias fundamentais do Cálculo nos ensinamentos fundamental e médio. Segundo o pesquisador, as ideias balizadoras do Cálculo são evitadas, ignoradas, ou tratadas superficialmente pelos professores da educação básica.

Frente a essa realidade, e entendendo que a origem das dificuldades no ensino de Cálculo encontra-se em outros contextos, que transcendem seu próprio espaço-tempo local, Rezende (2003) usou cinco dualidades essenciais do Cálculo e de seu ensino para identificar as dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica do ensino de Cálculo. A análise evidenciou, em última instância, um único lugar-matriz destas dificuldades: «o da omissão/evitação das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de Matemática em sentido amplo» (Rezende 2003, p. 402).

Tendo em vista as dificuldades constatadas, o autor propõe que o primeiro grande passo para solucionar os problemas referentes ao ensino e aprendizagem do Cálculo, é «fazer emergir o conhecimento do Cálculo do ‘esconderijo forçado’ a que este está submetido no ensino básico» (Rezende 2003, p. 402). Para isso, sugere que o ensino básico de Matemática não seja processado somente por meio de suas vias tradicionais (via da aritmética, via da álgebra e via da geometria), deve-se acrescentar uma quarta via, que o autor denomina de «via da mecânica», por meio da qual a variabilidade e o movimento podem ser incorporados à arquitetura do conhecimento matemático abordado nesse nível de escolaridade. Dessa forma, o autor pretende não somente preparar o educando para o ensino superior de Cálculo, mas também permitir que o Cálculo desempenhe seu papel na construção do conhecimento matemático deste estudante e, principalmente, melhorar o próprio ensino de Matemática como um todo.

Nota-se, com isso, que o pesquisador não propõe a antecipação do Cálculo estudado no ensino superior para a escola básica, e sim, que as ideias fundamentais do Cálculo participem da tecedura do conhecimento matemático abordado na educação básica.

A pesquisa de Guedes e Assis (2009) foi a única que trabalhou exclusivamente com professores. Os autores realizaram um estudo com 30 professores de matemática da cidade de Natal – RN, com o objetivo de verificar se o ensino das ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral era aceita pelos professores do Ensino Médio. Para isso, verificou se os professores pesquisados ministravam rudimentos de Cálculo em sua sala de aula para, ao final, apontar os motivos que os exclui ou não de sua prática docente.

A fim de atingir este objetivo, e entendendo que as ideias do Cálculo devem ser trabalhadas no Ensino Médio, os autores aplicaram um questionário uniformizado, composto por questões fechadas e por algumas «perguntas mistas, em que existiam quesitos de respostas já prontos para o professor escolher as mais adequadas segundo sua opinião» (Guedes e Assis 2009, p. 6).

Cada questionário foi dividido em blocos, formados por um tema específico composto por cinco perguntas que foram respondidas por todos os professores. Os resultados revelaram «que a maioria dos professores participantes da pesquisa concorda que o ensino de elementos de Cálculo seria importante para o aluno do Ensino Médio» (Guedes e Assis 2009, p. 10) e ainda que há vários motivos pelos quais os professores da educação básica não ensinam as ideias fundamentais do Cálculo em sua sala de aula. Dentre eles Guedes e Assis (2009) a falta de qualificação dos professores para ensinar Cálculo e o baixo nível de conhecimento matemático que os estudantes dispõem ao ingressar no Ensino Médio.

No que se refere aos professores de Matemática do Ensino Médio que já estão inseridos no mercado de trabalho, muitos deles há vários anos, a pesquisa constatou que mais de 80% dos participantes se consideraram despreparados para ensinar esse assunto no Ensino Médio, um dado preocupante, uma vez que se espera que um professor de Matemática Licenciado seja capaz de ensinar os elementos do Cálculo de forma básica. (p. 11)

Além disso, a pesquisa também contatou que muitos professores não conhecem ou têm uma interpretação equivocada dos Parâmetros Curriculares Nacionais, «alguns chegam a afirmar que os parâmetros PCN já trazem o currículo de matemática do ensino médio todo pronto e que o professor tem que o seguir a risca» (Guedes e Assis 2009, p. 12).

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas pesquisas analisadas, nota-se, claramente, uma preocupação com o estudo de taxa de variação no âmbito da educação básica, e todos os documentos oficiais analisados fazem, direta ou indiretamente, alusões ao ensino de taxa de variação.



As pesquisas de André (2008), Pereira (2009), Spina (2002), Matos (2013), Silva (2012) e Silva e Silva (2015) evidenciaram a possibilidade de se explorar a taxa de variação como precursora da ideia de derivada no Ensino Médio. Seus resultados dão indícios de que estudantes da escola básica podem construir significado para a noção de derivada por meio da mobilização das ideias imersas no estudo de taxa de variação. A pesquisa de Rezende (2003), apesar de não ser direcionada especificamente à educação básica, evidenciou a necessidade de se estudar as ideias fundamentais do Cálculo nesse nível de escolaridade não somente por conta do ensino superior de Cálculo, mas também, para ampliar o próprio ensino de Matemática.

Em termos de referencial teórico, os trabalhos de André (2008), Pereira (2009) e Matos (2013) apoiam-se em teorias cognitivas, especificamente nas ideias de David Tall, para quem o ensino de Matemática não deve ser focado somente na construção formal de um conceito, e sim nas ideias e relações presentes na abordagem pedagógica deste conceito. Já os trabalhos de Silva (2012) e Silva e Silva (2015) apoiam-se na Teoria das Situações Didáticas - TSD e na Teoria de Registros de Representação Semiótica, enquanto o trabalho de Spina (2002) baseia-se em estudos teóricos metodológicos de Modelagem, no sentido de Bassanezi. No entanto, acreditamos que outros resultados poderiam ser obtidos a partir de outras teorias.

Uma vez que os trabalhos e os documentos analisados evidenciaram uma preocupação em relação ao ensino de taxa de variação na educação básica, e os resultados observados indicam a necessidade de se explorar as ideias imersas no estudo do Cálculo nesse nível de escolaridade e, principalmente, que estudantes da escola básica são capazes de compreendê-las, permanece o questionamento do por que não se trabalham as ideias fundamentais do Cálculo na educação básica.

Os resultados da pesquisa de Guedes e Assis (2009) apresentam uma possível resposta para este questionamento. Para eles, os professores da educação básica consideram-se despreparados para trabalhar

rudimentos de Cálculo em sua sala de aula, o que vai ao encontro da afirmação do Currículo de São Paulo, de que não introduz as ideias do Cálculo na grade de conteúdos da educação básica por considerá-las distanciadas da prática docente.

Todavia, é sabido que os currículos dos cursos de matemática (licenciatura ou bacharelado) de toda Instituição de Ensino Superior Brasileira devem contemplar uma grade de conteúdos comuns, em que a disciplina Cálculo Diferencial e Integral é obrigatória, conforme foi estabelecido nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, promulgada em 2001. Mas, por que então os professores de matemática da educação básica não estão aptos a ensinar rudimentos de Cálculo Diferencial e Integral? Visto que todos já estudaram Cálculo em suas graduações. Faltam-lhe conhecimentos específicos? Quais?

Uma resposta para esses questionamentos foi apresentada por Rossini (2006), para quem os conteúdos estudados nos cursos de Cálculo de toda licenciatura não se articulam com o que é feito em sala de aula. De acordo com Soares (1997, citado por Rossini, 2006), «não há espaço, dentro da formação específica do licenciando para que ele seja exposto, de maneira sistemática e coerente, à matemática que vai ensinar, com um olhar voltado especificamente para a sua formação profissional». (p. 280).

Entendemos que o professor da educação básica ou não tem algum dos conhecimentos específicos (matemáticos) para o ensino de taxa de variação ou faltam-lhe conhecimentos didáticos e pedagógicos que o auxiliem em sua prática docente.

Até o momento, não encontramos trabalhos que tratem da base de conhecimentos necessários para o professor ensinar taxa de variação na educação básica, o que está nos levando a aprofundar nossa revisão de literatura no intuito de identificarmos qual seria essa base.

## REFERÊNCIAS

- Acre. (2010). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Caderno 1- Matemática*. Rio Branco: SEE.
- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR.
- André, S. L. da C. (2008). *Uma proposta para o ensino do conceito de derivada no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- Brasil. (2000). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEMT.
- Brasil. (2002). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEMT.
- Fonseca, J. J. S. (2002). *Metodologia da pesquisa científica*. Fortaleza: Editora da UEC.
- Gerhardt, T. E; Silveira, D. T. (2009). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS.
- Guedes, A. G.; Assis, M. M. A. (2009). *Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio: uma análise nas escolas de ensino médio da cidade do Natal/RN*. Anais II EREM, Natal.
- Matos, L. S. (2013). *Compreensões sobre derivada e integral com o uso de um cas on-line: um estudo com alunos do terceiro ano do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora.
- Mato Grosso. (2010). *Orientações Curriculares: Área de Ciências da Natureza e Matemática*. Cuiabá: SEDUC-MT.
- Minas Gerais. (2010). *Proposta Curricular de Matemática: Ensinos Fundamental e Médio*. Belo Horizonte: SEE.

- Pereira, V. M. C. (2009). *Cálculo no Ensino Médio: Uma Proposta para o Problema da Variabilidade*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- Pernambuco. (2012). *Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*. Recife: SEE.
- Piauí. (2013). *Matrizes Curriculares do Ensino Médio*. Teresina: SEE.
- Rezende, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo. São Paulo.
- Rossini, R. (2006). *Saberes Docente Sobre o Tema Função: Uma Investigação das Praxeologias*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.
- São Paulo. (2010). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias*. São Paulo: SEE.
- Silva, E. R. (2012). *Uma proposta para o ensino da noção de taxa de variação no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC/SP. São Paulo.
- Silva, E. R.; Silva, M. J. F. (2015). *Da taxa de variação média à taxa de variação instantânea: uma proposta no âmbito do Ensino Médio*. Anais XIV CIAEM, Chiapas, México.
- Spina, C. O. C. (2002). *Modelagem Matemática no Processo Ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Unesp – São Paulo.