

INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra

Editores

Capítulo 13



Investigaciones en educación matemática

Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, editores

© Jesús Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra, 2016

© Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2016

Av. Universitaria 1801, Lima 32, Perú

feditor@pucp.edu.pe

www.fondoeditorial.pucp.edu.pe

Diseño, diagramación, corrección de estilo
y cuidado de la edición: Fondo Editorial PUCP

Primera edición: octubre de 2016

Tiraje: 500 ejemplares

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2016-12807

ISBN: 978-612-317-201-5

Registro del Proyecto Editorial: 31501361601055

Impreso en Tarea Asociación Gráfica Educativa

Pasaje María Auxiliadora 156, Lima 5, Perú

ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO E A CONSTRUÇÃO DE UM PROCESSO DE ENSINO POR MEIO DE TAREFAS E TÉCNICAS: CONTRIBUIÇÕES DA TAD¹

*Textbook analysis and the construction of a teaching process
through tasks and techniques: ATD contributions*

Rita Lobo Freitas²
Saddo Ag Almouloud³

RESUMO

Este artigo visa socializar as contribuições de um estudo sobre livros didáticos realizado em uma das etapas de nossa pesquisa de mestrado, em um curso de Licenciatura em Matemática, com estagiários em fase de conclusão de curso. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1999), foi fundamental para explicitar bloco prático técnico (t/τ) e o bloco tecnológico teórico (θ, ϕ) referentes ao estudo da função exponencial. A análise de tais materiais trouxe contribuições que poderão nortear a prática dos futuros professores e também daqueles veteranos que fazem uso desses livros, indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) brasileiro. Além da discussão didática sobre função exponencial a investigação trouxe uma abordagem de análise de livro que poderá ser utilizada com outros temas matemáticos de interesse do professor.

Palavras-chave: teoria antropológica do didático; livro didático, função exponencial

¹ Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT Parceria PUC-SP e PUC-PERU. FAPESP: 2013/23228-7; CNPq: 404411/2013-4

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)- ritalobof@gmail.com

³ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)- saddoag@gmail.com

ABSTRACT

This article aims to socialize the contributions of a study on textbooks carried out in one of the stages of our master's research, with trainees in the final phase to get their Bachelor's Degree in Mathematics. The Anthropological Theory of the Didactic (ATD) by Chevallard (1999) was essential to explain the technical-practical block (t/τ) and the theoretical-technological block (θ, ϕ) regarding the study of the exponential function. The analysis of such materials brought contributions that will be able to guide the practice of future teachers as well as those veterans who use these books suggested by the National Textbook Program (PNLD) of Brazil. Besides the didactic discussion about exponential function, the research brought a book analysis approach that can be used with other mathematical topics that interest teachers.

Keywords: *Anthropological Theory of the Didactic; textbook; exponential function*

INTRODUÇÃO

Situamos este artigo no contexto de um estudo sobre livro didático, a partir de um recorte realizado em nossa pesquisa de mestrado, a qual relata uma investigação sobre os conhecimentos dos estudantes de licenciatura em matemática, na fase final de conclusão de curso, inseridos na disciplina estágio supervisionado. O principal objetivo desse estudo do livro foi analisar as organizações matemáticas e didáticas, sobre função exponencial, propostas por autores de livros didáticos brasileiros que participaram do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2012. Mais especificamente, nosso propósito foi identificar e analisar os tipos de tarefa (e tarefas relacionadas com esses tipos de tarefas), no intuito de fazer inferências sobre o provável conhecimento/saber que seria aprendido pelo aluno sujeito à prática docente apoiada nesses livros. Os resultados dessa análise serviram como ponto de partida e alavanca na construção e na análise das situações de experimentação, realizadas durante a disciplina Estágio IV. Sob um novo olhar, essas análises revelaram a importante contribuição da TAD para a prática de sala de aula de professores ou futuros professores.

REFERENCIAL TEÓRICO

Antes de realizar este estudo do livro didático, nos debruçamos sobre os principais documentos oficiais brasileiros que norteiam e orientam o trabalho do professor de matemática do ensino médio. Como o tema matemático de estudo foi a função exponencial, buscamos nessa análise identificar quais orientações didáticas e pedagógicas eram fornecidas por tais documentos, com vistas a orientar o trabalho do professor de matemática, em específico. Em síntese, os documentos oficiais consultados, apesar de trazerem orientações pedagógicas básicas e gerais para o professor, não apresentam uma discussão mais aprofundada dos objetos matemáticos a ensinar, e a função exponencial não é uma exceção.

Diferentemente dos documentos oficiais, os livros didáticos trazem uma orientação sobre os conteúdos matemáticos de forma específica e detalhada. Entendemos que o livro didático é um instrumento de uso do professor (e do futuro professor) no planejamento de suas aulas e do aluno na realização das atividades, que podem vir a suprir as lacunas sobre o conteúdo matemático. Segundo Rossini (2006) e Freitas (2015), o livro didático, em muitos casos, ainda é o único material disponível para organização da prática do professor. Lajolo (1996, p. 4) também enfatiza a importância do livro didático enquanto instrumento dos processos de ensino e de aprendizagem formal, podendo ser decisivo para proporcionar a qualidade do aprendizado do aluno frente as atividades escolares.

Partimos, então, do pressuposto de que o livro didático tem relevante importância na prática do professor. Por essa razão, propomos neste artigo uma análise das praxeologias dos livros didáticos fundamentada na Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard (1999). Os aspectos desta teoria, a partir dos quais definimos critérios para nossas análises, baseiam-se nos conceitos de tarefa, técnica, teoria e tecnologia.

Apoiados nos estudos preliminares realizados na pesquisa, percebemos o tipo de abordagem desejável para o tratamento didático da função exponencial. Nesse sentido, descrevemos os tipos de tarefas e técnicas que julgamos adequadas e coerentes para o estudo da função exponencial. Além disso, apoiamos-nos nos critérios de seleção de livros didáticos, propostos pelo Ministério da Educação (MEC) em Brasil (2011).

A partir da identificação de tarefas priorizadas pelos autores de livros didáticos analisados, definimos um bloco prático técnico (T/τ) que consiste nas tarefas relacionadas às técnicas e um bloco tecnológico teórico (θ, ϕ) utilizado pelos livros, referentes a teoria e tecnologia.

Em nosso ponto de vista, a TAD possibilita uma análise de práticas docentes, focalizando o estudo das organizações praxeológicas pensadas para o ensino de organizações matemáticas. Chevallard (1999) afirma que a atividade matemática se caracteriza como atividade humana e também atividade das instituições sociais. Um exemplo é a atividade proposta pelos livros didáticos, enquanto organização praxeológica.

Para Bosch e Chevallard (1999), o discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas é chamado de tecnologia da técnica, esta última precisa de uma justificação, que chamaram de «teoria da técnica». A utilização de uma técnica de maneira normatizada, «deve aparecer como algo ao mesmo tempo correto, compreensível e justificado. A existência de uma técnica supõe também a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da técnica e de seu âmbito de aplicabilidade e validade» (Chevallard et al., 2001, p.125, grifos dos autores).

Na organização praxeológica de uma instituição, a exemplo do livro didático, identificam-se vários objetos matemáticos, por meio dos quais, os autores desses livros discutem a natureza e o funcionamento na atividade matemática: objetos ostensivos e não ostensivos, Almouloud (2007) explica que objetos ostensivos são todos aqueles que podem ser manipulados na realização de uma determinada atividade matemática, em contrapartida, os objetos não ostensivos se caracterizam como as ideias, os conceitos, os quais não podem ser vistos nem manipulados concretamente.

Como afirmamos anteriormente em nosso trabalho, o livro didático é considerado uma instituição, no sentido que Chevallard (1999). Além disso, o objeto matemático função exponencial guarda uma relação pessoal com esta instituição (I= livro didático). Yamauti (2013, p.41) corrobora com esse sentido que damos à instituição, sob o ponto de vista da TAD, quando afirma que «Na perspectiva da TAD, são exemplos de instituições: uma escola, uma classe, um curso, os programas de ensino etc. Em nosso trabalho, consideramos o livro-texto como uma instituição». Nessa perspectiva, organizamos as análises dos livros em três categorias sob o ponto de vista da TAD: 1) Bloco prático técnico (T/τ) que corresponde aos tipos tarefas (T_i) e às técnicas a elas associadas, no sentido de saber fazer; 2) Bloco tecnológico teórico (θ, ϕ) que remete ao significado do saber. Uma terceira categoria que seria os objetos ostensivos e não ostensivos: descrição do tratamento matemático do ponto de vista didático dos objetos a ensinar. Para esta terceira categoria não aprofundamos as análises neste artigo, pois o nosso recorte se apoia no bloco prático técnico e teórico tecnológico.

PROCESSO DE SELEÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Antes de apresentarmos a análise dos livros, definimos os critérios de seleção. Estrutturamos o processo de seleção com base nas proposições do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

É possível perceber que a qualidade dos livros didáticos utilizados na rede pública no Brasil vem melhorando significativamente a cada ano. No entanto, existe ainda a dificuldade de agregar um material que seja capaz de abordar todos os conteúdos de forma adequada. Com efeito, em muitos livros, ainda perduram propostas de ensino, focadas em modelos, algoritmos e roteiros, e algumas atividades focadas na resolução de situações-problema.

Para escolha do livro didático, o professor tem por base o Guia de livros didáticos para o Ensino Médio, documento elaborado pelos

consultores do MEC, cujo objetivo é auxiliar o professor na escolha do livro a ser adotado pela escola. O guia apresenta um panorama geral de cada obra, baseado nas resenhas, no quadro ilustrativo de como estão organizados os conteúdos em cada um dos livros, indicando o número de páginas e de cada unidade temática. Segundo este documento, o sumário ajuda o professor a verificar se a obra é adequada ou não ao projeto pedagógico da escola (Brasil, 2011).

Para escolha dos livros a serem analisados, realizamos um levantamento no Guia de livros didáticos PNLD 2012. O documento apresenta os critérios para a avaliação das obras, ressaltando a importância do livro didático para contribuir com a formação do indivíduo na etapa do Ensino Médio, situando esses princípios na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN).

É ainda informado que os títulos que não se enquadraram nesses princípios gerais foram rejeitados no processo de seleção. Além dos critérios de escolha, o texto do guia traz uma discussão sobre o ensino da Matemática, ressaltando as capacidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes nesta disciplina, para esta etapa de ensino. Esses princípios foram traduzidos em termos de requisitos gerais para seleção dos títulos que desejávamos analisar. No documento, afirma-se que

1. Incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades.
 2. Privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas.
 3. Apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros.
 4. Propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização.
- (Brasil, 2011, p. 17)

Além desses requisitos, ainda são apresentados outros nove para o Manual do professor. Das coleções inscritas, sete foram aprovadas para o PNLD 2012, dentre os quais, selecionamos três para a nossa análise, de acordo com o quadro 1.

Quadro 1
Lista dos Livros Didáticos PNLD 2012

Livro	Autor	Título	Ano
A	J. M. Barroso	<i>Conexões com a matemática</i>	2010
B	L. R. Dante	<i>Matemática: contexto & aplicações</i>	2010
C	M. Paiva	<i>Matemática: contexto & Aplicações</i>	2009
D	G. Iezzi; O. Dolce; R. Périco; D. Degenszajn; N. Almeida	<i>Matemática, ciência e aplicações</i>	2010
E	K. S. Smole; M. I. Diniz	<i>Matemática: Ensino médio</i>	2012
F	J. Ribeiro	<i>Matemática, Ciência, Linguagem e Tecnologia</i>	2010
G	J. Souza	<i>Novo olhar: matemática</i>	2010

Fonte: Freitas (2015).

Analisamos os critérios definidos pelo Guia e selecionamos alguns, tomando como base a categoria metodologia de ensino e aprendizagem, para seleção de três títulos. No item estratégia, indicamos o seguinte critério: «O livro inicia pela apresentação de textos que contextualizam histórica ou socialmente o conhecimento e contribuem para motivar a sistematização do conteúdo, seguida de novos problemas resolvidos e propostos» (Brasil, 2011, p. 39).

Vale salientar que a análise dos livros compreende o capítulo referente à função exponencial, para verificação dos critérios de escolha. O segundo critério de seleção refere-se à caracterização dos exercícios sobre função exponencial propostos nas obras aprovadas e organizados no quadro 2. Neste tópico, sintetizamos os doze critérios do MEC em sete critérios gerais, a saber:

Quadro 2
Critérios para seleção dos livros

Critérios/títulos	A	B	C	D	E	F	G
O livro inicia pela apresentação de textos que contextualizam histórica ou socialmente o conhecimento e contribuem para motivar a sistematização do conteúdo, seguida de novos problemas resolvidos e propostos.					X	X	X
Exercícios envolvendo questões da sociedade moderna, bem contextualizados e desafiadores.			X		X	X	X
Exercícios entremeados aos tópicos que subdividem a apresentação dos conteúdos.	X	X	X	X	X	X	X
Atividades que estimulam a interação dos alunos e o trabalho em grupo.					X	X	
Exercícios inovadores e desafiadores.						X	
Exercícios que incentivam o uso de diferentes estratégias de resolução.						X	
Exercícios que valorizam a verificação de processos e validação de respostas						X	

Fonte: Adaptada de Brasil (2011, p. 41).

Um ponto que julgamos importante refletir, dentre os critérios utilizados pelo MEC na seleção dos livros, no tópico caracterização dos exercícios, quanto ao uso de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), de vestibulares e concursos. Em nossas análises, detectamos que 85% dos títulos selecionados atendem a esse critério em excesso de exercícios. Apenas o Livro F (LF) trabalhou pouco esse tipo de atividade, no entanto, este atendeu a todos os outros critérios propostos em nossa pesquisa, adaptados dos critérios do MEC.

No quadro 2, apresentamos a organização dos itens que cada título contempla. De acordo com o quadro, os três livros E, F e G foram

identificados como aqueles que mais se enquadram nesses critérios de seleção, os quais identificamos como LA, LB e LC e Autores A, B e C respectivamente.

Após selecionarmos esses três títulos, verificamos se, de fato, os itens da seleção foram válidos, ou seja, se os livros atendem mesmo ao que está colocado no guia como critério, na abordagem geral do conteúdo e nas atividades propostas sobre função exponencial. Em seguida, levantamos a quantidade de atividades, exercícios ou problemas de aplicação, os quais foram organizados por categorias de tarefas. Na sequência, definimos quais tipos de tarefas são importantes para o estudo da função exponencial. A partir de então, passamos à análise dos livros.

ANÁLISE DOS LIVROS SELECIONADOS

Organizamos as análises por categorias definidas a partir do estudo da TAD. Em cada categoria, realizamos uma síntese do que foi identificado em cada título.

BLOCO PRÁTICO TÉCNICO (T/τ)

De acordo com Chevallard (1999), uma praxeologia relativa a um conjunto de tarefas T precisa, em princípio, de uma maneira de realizar e executar as tarefas $\tau \in T$. Uma praxeologia sobre o tipo de tarefas T contém, em princípio, uma técnica τ relativa a uma tarefa T .

De acordo com as atividades e exercícios propostos pelos autores sobre a função exponencial, identificamos tais atividades como tipos tarefa, ou seja, o que está sendo solicitado, requerido, perguntado ao aluno.

O livro A apresenta um total de 115 atividades que chamamos de tarefas. Destacamos que os exercícios resolvidos (tarefas resolvidas) não foram incluídos nesta classificação, o nosso objetivo foi visualizar

que tipos de tarefas que mais aparecem ou são priorizados pelo autor, sobre a função exponencial.

Segundo os critérios de seleção dos livros, o LB atendeu a maior quantidade de itens. A seguir (no quadro 3), vejamos a distribuição de tarefas propostas neste título. Da mesma forma que o organizamos, no quadro do LA, os exercícios ou problemas resolvidos foram colocados na categoria de exemplo e não aparecem no quadro 3.

O quadro 3 mostra que o LB possui uma maior quantidade de tarefas que LA, a exemplo das tarefas que se caracterizam como situações-problema, envolvendo equações e inequações exponenciais. O autor do LB apresenta também tarefas de interpretação gráfica, a partir de manipulação de variáveis, que também não aparecem no LA.

A quantidade de tarefas do tipo «resolver equações exponenciais e cálculo de potências» também é maior em LB, o que, *a priori*, não quer dizer que a proposta de tarefas seja melhor ou pior, pois estas deveriam se apoiar em objetivos de ensino no nível geral de abordagem e no nível local de resolução de tarefas.

Sobre as tarefas encontradas nesses três livros, percebe-se uma diferença no que diz respeito à variedade de tarefas encontradas em cada título e uma priorização por certo tipo de tarefas, em detrimento de outras. Os livros A e C apresentam praticamente a mesma quantidade de tarefas. O LC apresenta melhor distribuição das tarefas e outros tipos não apresentados no LA. Essas escolhas realizadas pelos autores podem indicar a concepção de ensino e aprendizagem subjacente à proposta didática do autor do livro, pelo menos no que diz respeito à função exponencial.

O LC também apresenta uma maior quantidade de tarefas em relação ao LA e LB, com o caráter de situações-problema, além de relacionar diferentes contextos matemáticos, como cálculo de área de figuras planas, determinação da função composta e enfoque na interpretação gráfica.

Para fins de nossas análises, propomos um quadro de classificação dos tipos de tarefas (quadro 3), usando a noção de Organização Praxeológica Matemática – OPM. As tarefas foram agrupadas em categorias construídas com base no estudo do objeto matemático Função Exponencial, apoiado nas OCEM (Brasil, 2006) e no Guia do livro didático (Brasil, 2011).

Sobre os tipos de tarefas que aparecem em LA, LB e LC, de uma forma geral, percebemos que: em relação à quantidade de tarefas, LA e LC se equiparam, mas o LB apresenta uma variedade maior de tipos de tarefas, sobretudo, aquelas que se caracterizam com situações-problema.

O LA apresenta claramente uma priorização de modelos algorítmicos de memorização e repetição em forma de exercícios, em detrimento de modelos de resolução de problemas, apesar de também apresentá-los. Os LB e LC apresentam maior quantidade de situações problemas envolvendo o modelo de função exponencial.

Um ponto importante – não priorizado por LA e LC – foi a interpretação gráfica do crescimento ou decréscimo da função (houve apenas uma tarefa no LA). No LB, aparecem 4 tarefas de interpretação gráfica, com manipulação de variáveis algébricas. Isto denota pouca importância dada ao registro gráfico⁴ e à compreensão do conceito de função exponencial a partir deste sistema semiótico de representação. Com efeito, não aparecem tarefas que possibilitem a articulação e a mudança entre sistemas de registros de representação.

⁴ Segundo Duval (1999), um registro de representação é um sistema semiótico que tem funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo consciente do sujeito. Nessa perspectiva, os registros se diferenciam dos códigos, pois estes são mais limitados que os registros. A diferença entre registros e códigos se pauta em dois níveis do funcionamento cognitivo: um consciente e outro inconsciente, todo conhecimento implica necessariamente a mobilização desses dois níveis.

Quadro 3
Descrição das tarefas sobre função exponencial

T (TAREFA)	DESCRIÇÃO DO TIPO DE TAREFAS	LIVRO A	LIVRO B	LIVRO C
T ₁	Representar algebricamente uma função exponencial (Lei de formação), a partir de um contexto de situação problema da realidade.	2	3	7
T ₂	Construir o gráfico de uma função exponencial partir de sua representação algébrica.	5	3	4
T ₃	Determinar a lei de associação de uma função exponencial, a partir de sua representação gráfica.	0	0	1
T ₃	Resolver situações problema, a partir do modelo da função exponencial envolvendo a manipulação das variáveis x e y	2	12	22
T ₄	Interpretar graficamente o crescimento ou decréscimo da função exponencial.	1	4	0
T ₅	Resolver situações problemas de aplicação da função exponencial, que apareça a função inversa.	0	0	0
T ₆	Representar a função exponencial a partir de uma progressão geométrica.	4	0	1
T ₇	Expressar algebricamente a função exponencial a partir do modelo de juros compostos.	1	1	0

Fonte: Freitas (2015).

Concluimos que, apesar de os três livros contemplarem algumas tarefas importantes, ainda há uma fragmentação no tratamento dos conceitos relativos à função exponencial sob o ponto de vista daquelas tarefas propostas no quadro 3 como fundamental para o desenvolvimento do conceito de função exponencial.

Essas técnicas estão desenhadas em um formato genérico, ver quadro 4, para qualquer tipo de tarefa que exija tais técnicas. Estas foram

pensadas em termos do que chamamos de organizadores prévios, do conteúdo função exponencial, ou seja, aquelas técnicas necessárias ao desenvolvimento do conceito de função, além de estratégias de resolução, que supostamente podem ser utilizadas pelos sujeitos na resolução de uma tarefa.

Quadro 4 Descrição das técnicas

(τ)	Descrição dos tipos de Técnicas
(τ_1)	Ler e interpretar uma situação-problema, descrita em linguagem natural, modelando matematicamente uma função e equação de natureza exponencial;
(τ_2)	Atribuir valores adequados para a variável x , substituir na lei da função, resolvendo uma equação exponencial, a partir daí, definir pares ordenados, a ser marcados (pode-se fazer uso de uma tabela) como pontos no plano cartesiano. A última etapa é ligar os pontos, encontrando a curva exponencial;
(τ_3)	Identificar, no gráfico, os valores de x e y , de acordo com a curva, substituir esses valores em uma lei geral, genérica de função exponencial: $f(x) = a^x$, encontrando, a partir da resolução de uma equação, a lei geral da função representada pelo gráfico;
(τ_4)	Identificar os valores para as variáveis x e y , a partir do contexto de uma situação-problema e da lei geral da função dada, substituir, na lei da função, os valores de x ou de y e resolver a equação exponencial ou expressão numérica com cálculo de potência.
(τ_5)	Interpretar o crescimento ou decréscimo da função a partir do gráfico, avaliando o comportamento dos valores de y à medida que se aumentam os valores de x e, assim, verificar como y se comporta se cresce ou decresce, identificar os pares ordenados (x, y) ;
(τ_6)	Resolver uma equação inversa da equação exponencial, ou seja, uma equação logarítmica;
(τ_7)	A partir de lei geral de uma progressão geométrica, identificar cada elemento como os elementos de uma função exponencial, resolvendo a equação quando necessário;
(τ_8)	Ler e interpretar situações problema do campo financeiro, fazendo a correlação com valores do montante (M) dos juros (j) e do período (n), como elementos de uma equação exponencial.

Fonte: Freitas (2015)

É possível fazer uma associação entre as tarefas descritas no quadro 4 e as técnicas, no quadro 3, para o tratamento da função exponencial, salientando que uma mesma tarefa pode ter técnicas diferentes a ela associadas, por outro lado, uma atividade matemática pode requerer várias tarefas. Essa abordagem específica de tarefas e técnicas, não é apresentada nos materiais didáticos disponíveis para o professor, inclusive nos livros.

Na organização do quadro de tarefas, em nosso trabalho, identificamos – para cada atividade ou exercício proposto pelos autores – uma tarefa (para efeito da contagem) com descrição específica. Definimos, também, um bloco tecnológico teórico que justifica a técnica a elas associada.

BLOCO TECNOLÓGICO TEÓRICO (θ , ϕ)

Para Chevallard (1999), uma tecnologia é um discurso racional que tem como primeira função justificar a técnica, de modo que ela permita executar as tarefas do tipo T. Qualquer bloco tarefa/técnica é sempre acompanhado de, no mínimo, um vestígio de tecnologia. De acordo com Almouloud (2007), a tecnologia pode também modificar a técnica, ampliando-a, tornando-a mais abrangente. Por outro lado, «toda tecnologia precisa de uma justificação, a que chamam teoria da técnica» (Almouloud, 2007, p.116), ou seja, uma teoria que fundamenta a tecnologia.

Segundo Chevallard (1999), toda obra matemática é constituída como resposta a um tipo de tarefa problemática, assim, entendemos que uma organização matemática se forma a partir de quatro elementos:

- (i) os tipos de problemas, que surgem das questões;(ii) as técnicas, que permitem resolver esses problemas;(iii) as tecnologias, que justificam e tornam compreensíveis as técnicas;(iv) as teorias que servem de fundamentos para as tecnologias. Esses são os componentes principais de toda obra matemática. (Chevallard *et al.*, 2001, p. 125)

Como, por exemplo, achar um determinado resultado solicitado na tarefa, função da técnica, justificar se o resultado solicitado está correto (função da tecnologia). Assim definimos o bloco tecnológico teórico (θ, ϕ) , como sendo aquele que justifica a técnica utilizada em uma tarefa. Nas tarefas propostas para função exponencial, nos três livros didáticos, identificamos os seguintes blocos:

(θ_1, ϕ_1) : Para as tarefas T_1, T_7 e T_8 , o bloco tecnológico teórico que justifica a técnica é composto por habilidade de leitura e interpretação e associação do modelo exponencial, por meio da definição e de sua lei de associação, com os modelos de progressão geométrica e juros compostos.

(θ_2, ϕ_2) : Este bloco tecnológico teórico justifica a técnica utilizada nas tarefas T_4 e T_6 de resolução de equação, por meio da propriedade geral de função exponencial: $a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$, com $a \neq 1$ e $a > 0$, quando manipulamos y , e de cálculo de potência e uso de suas propriedades quando manipulamos x .

(θ_3, ϕ_3) : As tarefas T_2, T_3 e T_5 estão relacionadas às habilidades de manipulação de registros gráficos, ao uso das variáveis x , y enquanto par ordenado (x,y) , sendo justificadas pela identificação de função crescente e decrescente, ou seja: se $a > 1$, a função é crescente, $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ e se $0 < a < 1$, a função é decrescente: $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$. Há necessidade de mudança do registro algébrico para o registro gráfico em termos da lei geral de associação da função exponencial. Vejamos exemplos de tarefas /técnicas extraídas desses livros, *exemplo 01*:

Um estudo realizado por um restaurante mostrou que o número de refeições servidas por mês, em certo ano, pode ser descrito, aproximadamente, pela função definida por $f(x) = 4.000 \cdot (1,1)^{x-1}$, em que x representa o mês do ano (para janeiro, por exemplo, $x = 1$).

(a) Quantas refeições, aproximadamente, foram servidas por esse restaurante em março? E em julho? (Souza, 2010, p.165)

Esta situação-problema é do tipo de tarefa T3: resolver situações-problema, a partir do modelo da função exponencial, envolvendo a manipulação das variáveis x e y . Como técnicas para resolução da tarefa, reconhecemos τ_4 : identificar os valores para as variáveis x e y , a partir do contexto de uma situação-problema e da lei geral da função dada, substituir, na lei da função, os valores de x ou de y e resolver a equação exponencial. Evidentemente, a substituição da variável x , na lei geral da função, recai em uma expressão numérica que envolve cálculo de potência, $f(3) = 4.000 \cdot (1,1)^{3-1} \Rightarrow f(3) = 4.840 \Rightarrow 4.840$ refeições.

Outra técnica que pode ser usada parcialmente é τ_1 : ler e interpretar uma situação-problema, descrita em linguagem natural, mas, nesse caso, não solicita o processo de modelagem da lei da função exponencial. Neste exemplo de tarefa, o bloco tecnológico teórico que justifica a técnica é (θ_2, ϕ_2) , resolução de equação por meio de cálculo de potência e uso de suas propriedades na manipulação da variável x (substituição).

Exemplo 2:

A população de uma colônia de bactérias Ecoli dobra a cada 20 minutos. Em um experimento, colocou-se, inicialmente, em um tubo de ensaio, uma amostra com 1000 bactérias por mililitro. No final do experimento, obteve-se um total de 4,096. 106 bactérias por mililitro. Assim, o tempo de experimento foi: (Ribeiro, 2010, p.203)

Esta situação-problema é do tipo de tarefa T1: representar algebricamente uma função exponencial (Lei de formação), a partir de um contexto de produção de bactérias. Em relação às técnicas adequadas para solucionar a tarefa, destacamos τ_1 : ler e interpretar uma situação-problema, descrita em linguagem natural, devendo a situação ser modelada por uma lei de formação de uma equação exponencial e τ_4 : identificar os valores para as variáveis x e y , a partir do contexto de uma situação-problema e da lei geral da função dada, substituir, na lei da função, os valores de x ou de y e resolver a equação exponencial ou expressão numérica com cálculo de potência.

O bloco teórico tecnológico associado às técnicas desta tarefa é o bloco (θ_1, ϕ_1) , composto por: habilidade de leitura e interpretação e associação do modelo exponencial por meio da definição e o bloco (θ_2, ϕ_2) , conforme descrito anteriormente.

CONCLUSÕES

Na análise dos livros, foi possível perceber que aqueles critérios usados pelo MEC, para escolha dos livros didáticos, não podem ser garantidos em todos os capítulos dos livros. Esta conclusão parte da constatação de que, no capítulo referente à função exponencial, apresentado pelos livros, tais critérios não se aplicam em sua totalidade.

A análise dos livros contribuiu com a construção da sequência didática, que posteriormente foi utilizada na pesquisa com os estagiários da licenciatura em matemática, na qual utilizamos algumas tarefas, dos livros didáticos analisados, consideradas significativas na construção do conceito de função exponencial.

Em síntese podemos concluir que apesar de as três obras analisadas contemplarem algumas tarefas importantes, ainda há uma fragmentação no tratamento dos conceitos relativos à função exponencial, sob o ponto de vista daquelas tarefas propostas como fundamentais para o desenvolvimento do conceito de função exponencial.

Podemos destacar, nessas observações, que existem claramente dois tipos de modelos de técnicas relacionadas às tarefas encontradas:

1. Um modelo de tarefa/técnica baseado em memorização e algoritmização muito utilizado pelo LA;
2. Um modelo tarefa/técnica que prioriza uma elaboração mais interpretativa e o raciocínio crítico, esse é mais adotado pelo LB e LC.

Por outro lado, esse modelo de análise de livro didático, detalhado em Freitas (2015), pode ser uma alternativa a ser utilizada em pesquisas

com livros didáticos e também àquelas pesquisas de campo com professores e futuros professores, como forma de auxiliar na construção do conhecimento matemático, por meio de situações de aprendizagem que envolvam diferentes tipos de tarefas/técnicas.

As análises, sob o ponto de vista da TAD, evidenciaram elementos dos conceitos associados à função exponencial, a partir do quadro de tarefas adotado por cada livro analisado e as técnicas associadas às tarefas, bloco prático técnico (t/τ) e o bloco tecnológico teórico (θ, ϕ). Esses elementos trazem uma visão ampla dos livros no que se refere à função exponencial, possibilitando um novo olhar dos professores do Ensino Médio sobre os livros didáticos e uma forma diferente de analisá-los, indicando também para construção de novas análises de livros didáticos para outros temas de Matemática no Ensino Médio, podendo também utilizar-se desse tipo de análise no ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR.
- Brasil. Ministério da Educação. (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. (2). Secretaria de Educação Básica. Brasília.
- Brasil. Ministério da Educação. (2011) *Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática*. Brasília.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La Sensibilité de L'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 19(1), 77-124.
- Chevallard, Y. (1999). El Análisis de Las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-266.

- Chevallard, Yves; Mariana, Bosch & Gascón, Josep. (2001). *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- Dante, L. R. (2010). *Matemática: contexto e aplicações*. v.1. São Paulo: Ática.
- Duval, R. (1999). *L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique: cours sur apprentissages intellectuels donné à la PUC-SP*. São Paulo: Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. São Paulo, Brasil.
- Freitas, R. L. (2015). *A Influência de organizações didáticas no trabalho matemático dos estagiários da licenciatura: um estudo da função exponencial*. (Dissertação de mestrado). Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo, Brasil. 196f.
- Iezzi, G.; Dolce, O.; Degenszajn, D. & Périgo, R. (2010). *Matemática: ciência e aplicações* (Ensino Médio). 1, São Paulo: Saraiva.
- Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em Aberto*, Brasília, 16(69).
- Ribeiro, Jackson. (2010). *Matemática: ciência, linguagem e tecnologia*. São Paulo: Scipione.
- Rossini, Renata (2006). *Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias*. (Tese de doutorado). Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo, Brasil. 382 f.
- Smole, K. S. & Diniz, M. I. S. V. (2010). *Matemática ensino médio*. 1, Saraiva: São Paulo.
- Souza, J. (2011). *Novo olhar: matemática*. 1, São Paulo: Editora FTD.
- Yamauti, M. M. (2013). *Regressão linear nos livros didáticos de estatística para cursos de administração: um estudo didático*. (Dissertação Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil. 146 f.