

## OPTIMIZACIÓN PARA LA TOMA DE DECISIONES: UN ENFOQUE ANALÍTICO

MAURICIO HILBCK

DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE CIENCIAS DE LA GESTIÓN  
PUCP

### Resumen

*El artículo tiene como objetivo describir y plantear los problemas de optimización y su aplicación en la toma de decisiones gerenciales y financieras en las organizaciones. Esta descripción se realiza desde dos enfoques: primero, desde la perspectiva del análisis de datos, en el que vemos que este tipo de problemas se encuentran en la etapa del análisis prescriptivo y, segundo, desde una perspectiva más formal o matemática, en la que forman parte de la rama de modelos analíticos. En particular, este tipo de modelos se pueden plantear mediante tres componentes básicos: una variable objetivo, variables de decisión y restricciones. Con estas perspectivas, se revisan diversos casos de aplicación y, finalmente, se explica, con un sencillo ejemplo, el uso de la función Solver de Excel para la resolución de este tipo de problemas, a través del método simplex.*

**Palabras clave:** Toma de decisiones, optimización, business analytics, programación lineal, Solver.

### Abstract

*The article aims to describe some optimization problems and their application in managerial and financial decision-making at organizations. This description is made from two approaches, first from the perspective of data analysis, where we see that these types of problems are in the stage of prescriptive analysis and, secondly, from a more formal or mathematical perspective where we see that they are part of the branch of analytical models. This type of analytical model can be proposed through three basic components: a target variable, decision or control variables and constraints. In this context, various application cases are reviewed and, finally, we will explain with a simple example, the use of the Solver function of Excel for the resolution of this type of problems through the simplex method.*

**Keywords:** decision making, optimization, business analytics, linear programming, Solver



# NOTAS ACADÉMICAS

## 1. Introducción

La optimización es un método matemático regularmente usado para la toma de decisiones empresariales y financieras. Se trata de encontrar el máximo o mínimo de una variable de interés, como la rentabilidad o el costo, a través de la selección de ciertas variables de decisión que explican el resultado, como puede ser la cantidad de riqueza invertida en distintos instrumentos financieros como bonos o acciones, el mix de productos ofrecidos o la cantidad de insumos utilizados, los cuales, a su vez, están sujetos a ciertas restricciones como el dinero, el tiempo o el espacio.

Desde una perspectiva más general y tomando en cuenta a las metodologías de inteligencia de negocios y ciencias empresariales, Vercellis (2009) comenta que estas son interdisciplinarias y amplias, y abarcan varias áreas de aplicación. Por ejemplo, están relacionadas con las tecnologías de almacenamiento de datos o tecnologías de información, al igual que con modelos matemáticos para la optimización y la minería de datos, y por lo tanto a la investigación de operaciones y estadística, las cuales son, finalmente, implementadas en diversas áreas como el marketing, la logística, la contabilidad y control, las finanzas, los servicios y la administración pública.

En particular, como comenta Neri (2018), la optimización matemática, también conocida como programación matemática, investigación de operaciones o simplemente optimización, es una disciplina que resuelve una gran variedad de problemas aplicados en distintas áreas: medicina, fabricación, transporte, cadena de suministro, finanzas, gobierno, física, economía, inteligencia artificial, etc.

Por ejemplo, supóngase que un gestor de inversiones desea maximizar la rentabilidad o disminuir el riesgo de su portafolio de inversiones mediante la selección de diversos activos, entre acciones, bonos o efectivo, y, además, está sujeto a una restricción de dinero, de acuerdo con la disponibilidad que tenga para la inversión. ¿Cuánto debería invertir en cada activo o en cada proyecto de inversión?

Incluso, se usa en el área de recursos humanos. Así, un gestor empresarial podría optimizar el número de empleados, según sus necesidades futuras de producción o servicios, si quiere minimizar el costo salarial de su empresa, pero sin descuidar su demanda. Por otro lado, una aerolínea podría maximizar



su rentabilidad gracias a la selección de precios de sus tickets dependiendo de la capacidad del avión y de la demanda por diversos tipos de servicio: primera clase, clase ejecutiva, clase económica, etc. Por último, en la manufactura, un gestor necesita decidir cuánto producir considerando la proyección de la demanda y la restricción de insumos para maximizar la rentabilidad.

Los ejemplos son muchos y una buena descripción de ellos puede encontrarse haciendo un recuento de los ganadores del premio Edelman<sup>1</sup>, el cual se otorga a un proyecto que haya aplicado la programación matemática y analítica a un problema empresarial importante con un gran impacto. Uno de los premios este año fue para el gobierno de Chile, por la inoculación de la vacuna contra la COVID. Chile siguió un enfoque multiplataforma, que favoreció la disponibilidad de vacunas sobre la elección de una tecnología específica. El equipo diseñó e implementó un sistema de vigilancia centralizado que monitoreó la presencia de anticuerpos de inmunoglobulina G (IgG) en la población. La información proporcionada por este sistema alimentó a un modelo estadístico sobre la dinámica de disminución de IgG y fue fundamental para la decisión del gobierno de implementar primeras y segundas aplicaciones de refuerzo. Chile se convirtió en uno de los pioneros mundiales en inyecciones de refuerzo.

## 2. Objetivos

El artículo tiene como objetivo describir los modelos de optimización mediante el uso de modelos de programación lineal. Esta descripción se realiza desde dos enfoques: primero, desde la perspectiva del análisis de datos y, segundo, desde su perspectiva más formal o matemática. Revisaremos sus diversas aplicaciones y, para concluir, explicaremos, con un ejemplo sencillo, el uso del Solver de Excel para la resolución de este tipo de problemas.

---

[1] Sobre este punto, véase

<https://www.informs.org/Recognizing-Excellence/INFORMS-Prizes/Franz-Edelman-Award>.



# NOTAS ACADÉMICAS

## 3. Problemas de optimización

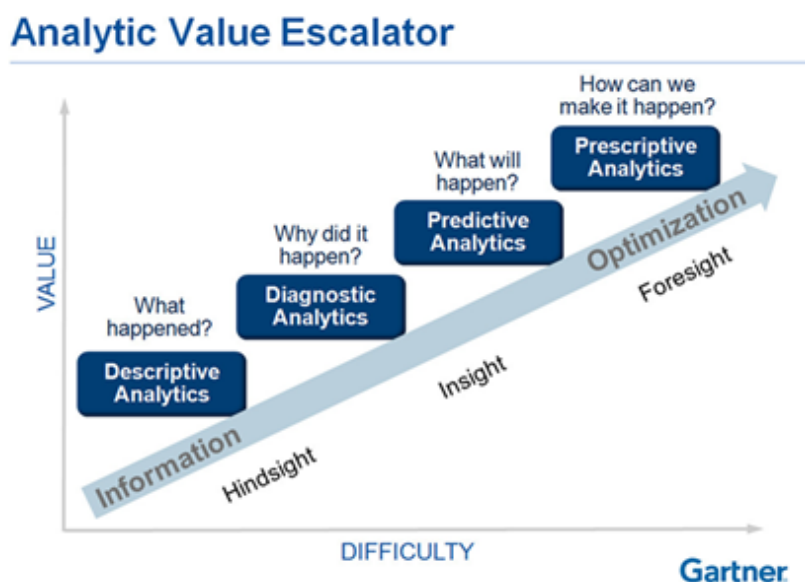
### 3.1. Optimización desde la analítica de datos

Desde un enfoque de analítica para los negocios, los problemas de optimización se encuentran en el análisis prescriptivo e indican cómo utilizar los recursos de manera eficiente para lograr el mejor objetivo posible bajo una serie de restricciones.

Al respecto, Gartner Inc. es una empresa consultora en tecnologías de la información con sede en Stamford, Connecticut, en los Estados Unidos. Gartner consolidó un enfoque de datos bastante usado en el mundo empresarial. Según esta empresa, los datos se utilizan ampliamente en todas las organizaciones y “aunque no todos los datos se utilizan para el análisis, el análisis no se puede realizar sin datos” (Gartner Inc, 2022a). El análisis de datos, según Gartner, puede dividirse en cuatro etapas que usan diferentes técnicas analíticas, como puede verse en el siguiente gráfico:

Figura 1

Escalera del valor analítico



Nota: Gartner Inc (2022a)

# NOTAS ACADÉMICAS

## 3.1.1. Analítica descriptiva

Intenta responder a la siguiente pregunta: ¿qué fue lo que pasó? Por ejemplo, ¿cuánto se vendió?, ¿cuánto se usó del insumo? En una empresa bancaria, podría ser: ¿cuántos clientes nos dejaron de pagar? Es usual que en esta etapa se usen métricas de estadística descriptiva básica, como promedios o desviaciones estándar, y hacer uso de *dashboards* en Excel o Power BI.

## 3.1.2. Analítica de diagnóstico

Este análisis requiere mayor profundización para intentar responder a la pregunta: ¿por qué pasó? Se puede preguntar, por ejemplo: ¿los vendedores llegaron a sus metas?, ¿en qué región se dejó de vender más?, ¿qué características tienen los clientes que incumplieron el pago?

## 3.1.3. Analítica predictiva

En esta etapa del análisis de datos, las organizaciones usan probabilidades para predecir eventos futuros con cierto nivel de confianza, con base en la información histórica usualmente recogida en las etapas previas. ¿Qué es lo más probable que suceda? Sin embargo, aún no responde la pregunta: ¿qué debemos hacer ante la ocurrencia de este evento? En esta etapa, las empresas aplican diversas técnicas, que van desde el análisis de regresión lineal hasta el análisis multivariado o el *machine learning*. La pregunta sería del tipo: ¿cuántos clientes se espera que incumplan el pago el próximo mes?

## 3.1.4. Analítica prescriptiva

La analítica prescriptiva pretende proponer la mejor receta. Calcular la mejor forma de alcanzar o influenciar el resultado a través de elecciones y toma de decisiones. Cuando se combina con las etapas previas, naturalmente, se podría responder a las preguntas: ¿qué deberíamos haber hecho o deberíamos hacer si vuelve a suceder el evento?, ¿qué podemos hacer para alcanzar un objetivo? La analítica prescriptiva incluye un enfoque basado en reglas, e incorpora el conocimiento previo de manera estructurada o técnicas de optimización (tradicionalmente utilizadas por los grupos de investigación de operaciones) que buscan resultados óptimos dentro de las restricciones



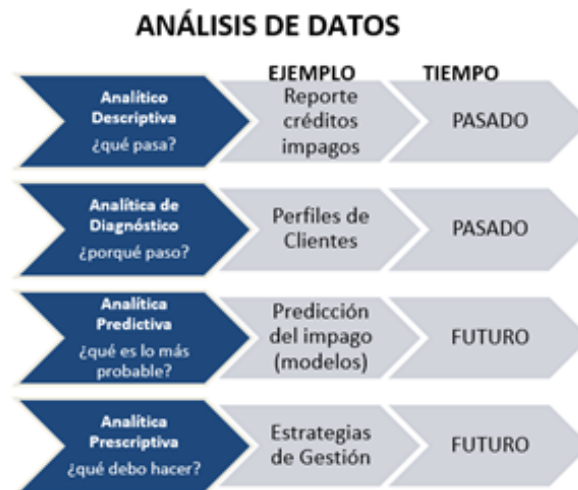
# NOTAS ACADÉMICAS

para generar planes de acción ejecutables. El análisis prescriptivo emplea técnicas como el análisis de gráficos, la simulación, el procesamiento de eventos complejos y los motores de recomendación.

Se pueden ilustrar las etapas descritas aplicadas a los créditos impagos en una empresa financiera:

Figura 2

Análisis de datos



Nota: elaboración propia

Por último, cabe anotar que las cuatro fases se sustentan en un procesamiento de los datos efectuado de manera adecuada, con lo que se asegure su extracción, transformación (la limpieza de datos) y carga oportuna para el cumplimiento de la acción (Provost, Foster y Fawcett Tn, 2013).

### 3.2. Optimización desde los modelos matemáticos

Según Bradley, Hax y Magnanti (1977), “la ciencia de la gestión se caracteriza por un enfoque científico para la toma de decisiones gerenciales. Intenta aplicar métodos matemáticos y usar las capacidades de las computadoras modernas para resolver problemas difíciles y no estructurados”.

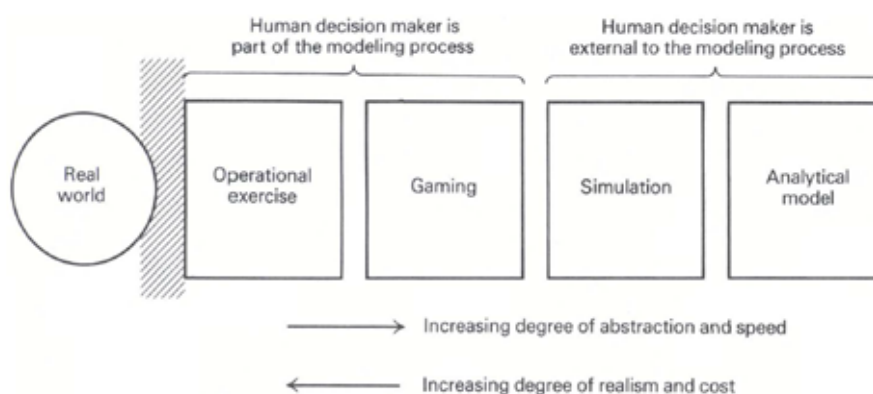
# NOTAS ACADÉMICAS

En general, los modelos matemáticos y estadísticos se usan, regularmente, en las ciencias de la gestión y les sirve a los gestores para tomar decisiones oportunas y efectivas con la información disponible, o para encontrar más información si esta no es suficiente. En particular, se puede decir que un problema de optimización busca las variables de decisión que maximizan o minimizan una función objetivo bajo ciertas restricciones. Esa definición sugiere que los problemas de optimización se expresan como modelos matemáticos y para resolverlos se requiere capacitación especializada (Neri, 2018).

Un modelo matemático es una simplificación de la realidad y trata de representar algunas variables de esta, su dinámica y posibles resultados. Como indican Bradley, Hax y Magnanti (1977), para que estos modelos sean útiles en la toma de decisiones gerenciales deben ser simples de entender y fáciles de usar. No obstante, al mismo tiempo deberán proveer una completa y real representación del ámbito de la decisión e incorporar la mayor parte de elementos requeridos para caracterizar la esencia del problema en estudio.

Dichos autores plantean una clasificación para la representación de problemas matemáticos, como se observa en la siguiente figura:

Figura 3  
Tipos de Modelos



Nota: Bradley, Hax y Magnanti (1977)

## 3.2.1. Ejercicio operativo

Tanto el ejercicio operativo como el *gaming* son los más costosos, pero son más realistas e intervienen internamente en la decisión humana. En el ejercicio operativo, se plantea una serie de experimentos o pilotos en el mismo ambiente bajo estudio y se miden e interpretan los resultados. Por ejemplo, en la estantería de un supermercado, una empresa podría probar diversos mix de productos y, luego de cierto número de pruebas, comprobar cuál es la combinación que maximiza la rentabilidad.

## 3.2.2. Gaming

En el *gaming*, se utiliza un artefacto, modelo o dispositivo construido que asemeja las condiciones reales y permite al gestor probar distintas combinaciones para hallar la mejor. Se permiten, también, las interacciones humanas que suelen existir en la vida real. En el ejemplo anterior, se podría utilizar un simulador o un modelo computacional para probar distintas alternativas y determinar los resultados. Existen también juegos de negocios, simuladores bancarios o plataformas de inversión que asemejan los resultados al tomar distintas decisiones.

## 3.2.3. Simulaciones

Los modelos de simulación son similares a los modelos de *gaming* o a los juegos, excepto que toda decisión humana es eliminada durante el proceso de prueba. Muchos modelos de simulación toman la forma de programas computacionales o también llamados algoritmos, en los cuales las operaciones aritméticas lógicas se realizan en una secuencia preestablecida, usando, por ejemplo, un modelo de la teoría económica o financiera y sus respectivos parámetros con base en datos estadísticos.

Con el *software* Arena, por ejemplo<sup>2</sup>, un gestor podría construir un modelo a través de diversos módulos interconectados, que representan la interdependencia en los procesos, con acciones, flujos y tiempos preestablecidos. Una vez implementado, se podrían correr diversas simulaciones para encontrar los resultados. Es bastante usado en empresas industriales, cadenas de suministro, aerolíneas, entre otras.

---

[<sup>2</sup>] Sobre este punto, véase <https://www.rockwellautomation.com/en-us/products/software/arena-simulation.html>





# NOTAS ACADÉMICAS

Si tuviéramos que llevar a cabo un modelo de simulación en el ejemplo anterior, se programaría de antemano una gran cantidad de combinaciones de *mix* de productos de acuerdo con cierto modelo de demanda, y se obtendrían los ingresos netos asociados con cada alternativa sin ningún aporte externo de un gestor. Una vez que se obtuvieron los resultados del modelo, se pueden realizar nuevas ejecuciones hasta que el gestor sienta que ha alcanzado una comprensión adecuada del de la solución.

## 3.2.4. Modelos analíticos

En este tipo de modelos, el problema se representa por completo en términos matemáticos, normalmente por medio de una función objetivo, criterio o variable que se busca maximizar o minimizar, sujeto a un conjunto de restricciones matemáticas que representan las condiciones bajo las cuales se deben tomar las decisiones. El modelo calcula una solución óptima, es decir, una que satisface todas las restricciones y da el mejor valor posible de la función objetivo.

En el ejemplo del *mix* de productos, el uso de un modelo analítico implica establecer como objetivo la maximización de los ingresos netos obtenidos de la operación elección en función de los tipos y cantidades de cada producto utilizado. Además, la tecnología de producción, los requisitos del producto final, la demanda potencial y las disponibilidades de espacio en el supermercado podrían representarse en términos matemáticos para definir algunas restricciones del problema. La solución al modelo será la cantidad exacta de cada tipo de producto que maximizará los ingresos netos dentro del conjunto de restricciones propuesto.

Los modelos analíticos son normalmente los modelos menos costosos y más fáciles de desarrollar. En particular, la programación lineal ha sido, en las últimas décadas, el modelo analítico indiscutible a utilizar para este tipo de problemas.

## 3.3. Modelos de programación lineal

Siguiendo a Bradley, Hax, and Magnanti (1977), la programación matemática lineal es una de las ramas más aplicadas a las ciencias de la gestión y se puede



# NOTAS ACADÉMICAS

referir a la asignación óptima de recursos limitados, bajo un conjunto de restricciones impuestas por la naturaleza del problema que se está estudiando. Estas restricciones podrían ser de índole financiera, tecnológica, de *marketing*, organizativa o muchas otras. En términos generales, la programación matemática se puede definir como una representación dirigida a programar o planificar la mejor asignación posible de recursos escasos. Cuando el modelo matemático utiliza funciones lineales exclusivamente, se tiene un modelo de programación lineal.

Para solucionar este tipo de problemas, en 1947, George B. Dantzig (1987) desarrolló el método *simplex*, como parte del grupo de investigación de la fuerza área norteamericana encargada del proyecto Scoop, por sus siglas en inglés (*Scientific Computation Of Optimum Programs*), el que es usado hasta hoy mediante la función objetivo o el Solver del MS Excel.

Para el uso de los modelos, los gestores deberán formular las preguntas básicas que debe abordar el modelo y luego interpretar sus resultados a la luz de su propia experiencia e intuición, reconociendo las limitaciones del modelo. La complementariedad entre las capacidades computacionales superiores proporcionadas por el modelo y las capacidades de juicio experto del gestor es la clave para un enfoque exitoso de la ciencia de la gestión.

Un modelo de optimización (maximización o minimización) consta de tres elementos:

**a) La función objetivo:** representa la variable que se quiere maximizar o minimizar y que depende de la combinación matemática de otras variables independientes, es decir, es función de otras variables. Por ejemplo:

$$\text{Utilidad} = \text{ingresos} - \text{gastos}$$

Entonces, en términos de una función matemática:

$$\text{Utilidad} = f(\text{ingresos}, \text{gastos})$$

O, si se aplica al ejemplo de elección de productos:



# NOTAS ACADÉMICAS

$$\text{Utilidad Total} = A \times R_a + B \times R_b$$

Donde:

A = número de productos tipo A, por ejemplo, bebidas energéticas, y  $R_a$  es la rentabilidad del producto A;

B = número de productos tipo B, por ejemplo, jugos naturales, y  $R_b$  es la rentabilidad del producto B;

entonces,

$$\text{Utilidad} = f(A, B)$$

Generalizando, una variable Y es función de un set de n variables independientes X:

$$Y = f(x_1, \dots, x_n)$$

**b) Las variables o parámetros de decisión:** aquellas variables sobre las que se tiene control o se puede decidir su tamaño, monto, etc. En el ejemplo, sería el mix de productos acerca de los cuales se puede elegir la cantidad: bebidas energizantes o jugos naturales (productos A y B). Nótese que estas variables pueden ser cantidades, precios, número de vacunas, proporción del dinero invertido, etc., dependiendo del tipo de problema a resolver.

**c) Las restricciones:** dependen del contexto del problema. En el ejemplo, se podría asumir que no se puede poner más de 1000 productos en la estantería, debido a restricciones de espacio, y que, a raíz de la demanda, se tendría que poner 60 % o más del producto A y 40 % o menos del producto B. Finalmente debemos considerar que estas cantidades deben ser positivas. Entonces se tiene que:

$$A + B = 1000$$

$$A \geq 600$$

$$B \leq 400$$

$$A > 0; B > 0$$



# NOTAS ACADÉMICAS

Nótese que todas las relaciones son lineales, entonces se trata de un problema de programación lineal.

## 3.3.1. Una sencilla aplicación con Solver de Excel

La herramienta Solver de Excel permite resolver modelos de programación lineal. De esta manera, si en una hoja de cálculo se tienen los datos del ejemplo previo:

	A	B	C
1		cantidades	utilidad
2	A	700	3000
3	B	300	6000
4	suma	1000	3,900,000
5			

Los productos A y B hoy están repartidos 70 % para A y 30 % para B en las estanterías y hemos recabado que, históricamente, durante el último año, los ingresos netos o utilidad del producto A fue de 3000 y de B de 6000 soles. Al hacer la suma producto ( $700 \times 3000$  soles +  $300$  unidades por  $6000$  soles), obtenemos una ganancia de 3.9 millones de soles.

Si se usa Solver (en el menú “datos”), se tiene la siguiente estructura:

Parámetros de Solver

Establecer objetivo:

Para:  Máx  Min  Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

- 
- 
- 

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

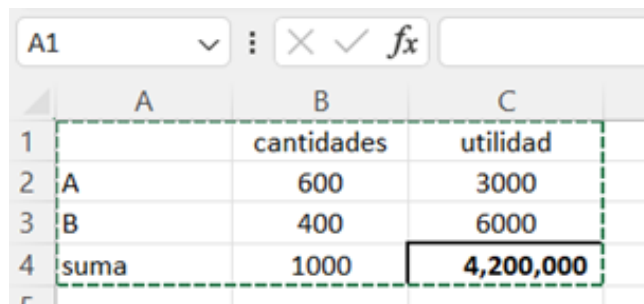
Método de resolución  
Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.



# NOTAS ACADÉMICAS

Se establece, entonces, la variable objetivo en la celda C4 que corresponde a la utilidad ponderada para Maximizarla (máx.), cambiando las celdas B2 y B3, es decir el número de productos. Finalmente, está sujeto a las siguientes restricciones según lo comentado previamente: la celda B2 o producto A debe ser mayor a 600; el producto B, menor o igual a 400; y la suma de ambos debe ser igual a 1000. Nótese que existen tres métodos de resolución y uno de ellos es el método simplex de programación lineal. Utilizamos el método simplex ya que esta opción nos permite resolver modelos de optimización con relaciones lineales entre sus variables (la función objetivo es una suma de productos,  $A+B$ ).

Al resolver, se verá que el número de las celdas ha cambiado y, debido a la mayor rentabilidad del producto B, la solución óptima que maximiza la rentabilidad total sería la siguiente: elegir 600 del producto A y 400 del B, con lo que se obtendría 4.2 millones de rentabilidad total:



	A	B	C
1		cantidades	utilidad
2	A	600	3000
3	B	400	6000
4	suma	1000	<b>4,200,000</b>

Finalmente, es necesario advertir que si no se tuviera restricciones por tipo de producto (demanda del supermercado), convendría vender solo el producto B, que tiene rentabilidad de 6000 soles, con lo que se obtendría 6 millones de rentabilidad total. Sin embargo, parece que no sería real vender solo ese producto, pues no tendría la demanda suficiente. En general, un análisis de sensibilidad podría darnos diversos escenarios en cuanto a los cambios en los supuestos, parámetros, etc.

## 4. Conclusiones

La optimización es un método matemático, regularmente usado para la toma de decisiones empresariales y financieras. Se trata de encontrar el máximo o mínimo de una variable de interés, como la rentabilidad o el costo, a través de

# NOTAS ACADÉMICAS

la selección de ciertas variables de decisión que explican el resultado, como son la cantidad de dinero invertida en distintos instrumentos financieros como bonos o acciones, el *mix* de productos ofrecidos o la cantidad de insumos utilizados, los cuales, a su vez, están sujetos a ciertas restricciones como el dinero, el tiempo o el espacio.

Desde un enfoque de *business analytics*, los problemas de optimización se encuentran en el análisis prescriptivo e indican cómo utilizar los recursos de manera eficiente para lograr el mejor objetivo posible considerando una serie de restricciones.

En general, los modelos matemáticos y estadísticos se usan regularmente en las ciencias de la gestión y les sirven a los gestores para tomar decisiones oportunas y efectivas con la información disponible, o para encontrar más información o hallazgos si es que no es suficiente la información actual. En particular, se puede decir que un problema de optimización busca las variables de decisión que maximizan o minimizan una función objetivo bajo ciertas restricciones. La programación matemática se puede definir como la representación matemática de la realidad de un problema particular dirigida a programar o planificar la mejor asignación posible de recursos escasos. Cuando el modelo matemático utiliza funciones lineales exclusivamente, se tiene un modelo de programación lineal. En suma, la herramienta Solver del Excel permite resolver modelos de programación lineal.



# NOTAS ACADÉMICAS

## 5. Referencias

Bradley, Hax y Magnanti. (1977). *Applied Mathematical Programming*.  
<http://web.mit.edu/15.053/www/AMP.htm>

Dantzig, G. (1987). Origins of the simplex method. En Nash, S. (ed.), *A History of Scientific Computing* (pp. 141-151).

Association for Computing Machinery.

Gartner Inc. (2022a). *What is Data and Analytics?*  
<https://www.gartner.com/en/topics/data-and-analytics>

Neri, P. (2018). *Mathematical Optimization in our Daily Lives*.  
<https://communities.sas.com/t5/SAS-Communities-Library/Mathematical-Optimization-in-our-Daily-Lives/ta-p/504724>

Provost, Foster y Fawcett Tn (2013). *Data Science for Business: What You Need to Know about Data Mining and Data-Analytic Thinking*. 1era Edición.

Vercellis, C. (2009). *Business Intelligence: Data Mining and Optimization for Decision Making*. United Kingdom: Wiley.