211

MACROECONOMÍA: ENFOQUES Y MODELOS
NUEVOS EJERCICIOS RESUELTOS
Capítulo 10 y 11

Félix Jiménez, Gisella Chiang
y Erick Lahura

Setiembre, 2002

DOCUMENTO DE TRABAJO 211
http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD211.pdf

MACROECONOMÍA: ENFOQUES Y MODELOS
NUEVOS EJERCICIOS RESUELTOS

Capítulo 10 y 11

Félix Jiménez
Gisella Chiang
Erick Lahura

RESUMEN

La teoría de la política económica y las nuevas tendencias actuales de la macroeconomía se ilustran con ejercicios resueltos en este documento. Hay ejercicios sobre la teoría tradicional de la política económica y sobre la versión de las reglas de política. También se incluyen ejercicios sobre la nueva macroeconomía keynesiana, el crecimiento económico y los ciclos reales. El contenido de este documento corresponde a la tercera parte del curso de Macroeconomía 2 que se dicta en esta Universidad.

ABSTRACT

The theory of economic policy and the new tendencies on macroeconomics are the two issues, which are illustrated with solved problems in this document. There are exercises on both approaches to economic policy: the traditional and the version based on rules. It is also included exercise related to the new Keynesian macroeconomics, the growth theory and real business cycle. This document is part of Macro 2 course and it is oriented to help the teaching and training in macroeconomics.

MACROECONOMÍA: ENFOQUES Y MODELOS
NUEVOS EJERCICIOS RESUELTOS

Félix Jiménez[1] [2]
Gisella Chiang
Erick Lahura

ÍNDICE

[1] Los ejercicios incluidos en este documento serán incluidos en la segunda edición del Tomo II de mi libro de Macroeconomía. Los coautores Gisella Chiang y Erick Lahura han trabajado como asistentes de docencia del curso de Macroeconomía 2 que vengo dictando desde hace ya varios años en esta Universidad. Ellos han sido mis mejores alumnos. Quiero expresarles mi reconocimiento por su excelente desempeño como responsables de las prácticas dirigidas y calificadas de mi curso de Macroeconomía.

[2] En la edición y revisión de estos ejercicios participaron Jorge Paz y Martín Tello, asistentes de docencia de mi curso de Macroeconomía 2. También participaron nuestros alumnos: Luis Bendezú, César Cancho, Verónica Esquivel, Noelia Marcos, Verónica Montoya, Walter Muñoz, Jesús Pomajambo, Carlos Romaní y Mario Velásquez. A todos ellos les expresamos nuestro sincero agradecimiento, por su valiosa colaboración.

CAPITULO 10
TEORÍA DE LA POLÍTICA MACROECONÓMICA

POLÍTICA ECONÓMICA ASIGNACIÓN DE INSTRUMENTOS

Dados los objetivos Y_1 y Y_2 y los instrumentos X_1 y X_2 que nos ayudarán a alcanzar nuestros objetivos:

1. Plantee el problema de asignación de los instrumentos y presente las funciones objetivo

Objetivos: Y_1 , Y_2
Instrumentos: X_1 , X_2

$$Y_1 = F(X_1, X_2)\text{.............}(1)$$
$$Y_2 = G(X_1, X_2)\text{............}(2)$$

2. Presente el comportamiento dinámico de X_1 y X_2

Reglas de ajuste de los instrumentos:

$$\dot{X}_1 = a_{11}(Y_1 - \overline{Y}_1) + a_{12}(Y_2 - \overline{Y}_2)\text{............}(3)$$
$$\dot{X}_2 = a_{21}(Y_1 - \overline{Y}_1) + a_{22}(Y_2 - \overline{Y}_2)\text{...........}(4)$$

3. Linealice las funciones objetivo

Linealizamos la función objetivo 1 alrededor de X_1, X_2

$$F(X_1, X_2) = F(\overline{X}_1, \overline{X}_2) + \frac{1}{1!}F_1(X_1, X_2)(X_1 - \overline{X}_1) + \frac{1}{1!}F_2(X_1, X_2)(X_2 - \overline{X}_2)$$
$$Y_1 = \overline{Y}_1 + F_1(X_1 - \overline{X}_1) + F_2(X_2 - \overline{X}_2)$$
$$Y_1 - \overline{Y}_1 = F_1(X_1 - \overline{X}_1) + F_2(X_2 - \overline{X}_2)$$

Luego linealizamos la función objetivo 2 alrededor de X_1, X_2

$$G(X_1, X_2) = G(\overline{X}_1, \overline{X}_2) + \frac{1}{1!}G_1(X_1, X_2)(X_1 - \overline{X}_1) + \frac{1}{1!}G_2(X_1, X_2)(X_2 - \overline{X}_2)$$
$$Y_2 = \overline{Y}_2 + G_1(X_1 - \overline{X}_1) + G_2(X_2 - \overline{X}_2)$$
$$Y_2 - \overline{Y}_2 = G_1(X_1 - \overline{X}_1) + G_2(X_2 - \overline{X}_2)$$

Obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} Y_1 - \overline{Y}_1 = F_1(X_1 - \overline{X}_1) + F_2(X_2 - \overline{X}_2) \text{..........(5)} \\ Y_2 - \overline{Y}_2 = G_1(X_1 - \overline{X}_1) + G_2(X_2 - \overline{X}_2) \text{.........(6)} \end{cases}$$

Reemplazamos (5) y (6) en (3) y (4) para obtener el sistema

$$\dot{X}_1 = a_{11}\left[F_1(X_1 - \overline{X}_1) + F_2(X_2 - \overline{X}_2)\right] + a_{12}\left[G_1(X_1 - \overline{X}_1) + G_2(X_2 - \overline{X}_2)\right]$$
$$\dot{X}_2 = a_{21}\left[F_1(X_1 - \overline{X}_1) + F_2(X_2 - \overline{X}_2)\right] + a_{22}\left[G_1(X_1 - \overline{X}_1) + G_2(X_2 - \overline{X}_2)\right]$$

4. Presente el sistema de ecuaciones hallado en la pregunta 3 como un sistema matricial.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}F_1 + a_{12}G_1 & a_{11}F_2 + a_{12}G_2 \\ a_{21}F_1 + a_{22}G_1 & a_{21}F_2 + a_{22}G_2 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} X_1 - \overline{X}_1 \\ X_2 - \overline{X}_2 \end{bmatrix}$$

5. Determine la estabilidad del sistema

El sistema será estable si cumple las siguientes condiciones:

- Determinante de A mayor que cero $(|A| > 0)$
- Traza de A menor que cero $(TrA < 0)$

Tenemos que para la matriz A:

$$DetA = (a_{11}F_1 + a_{12}G_1)(a_{21}F_2 + a_{22}G_2) - (a_{11}F_2 + a_{12}G_2)(a_{21}F_1 + a_{22}G_1)$$
$$TrA = a_{11}F_1 + a_{12}G_1 + a_{21}F_2 + a_{22}G_2$$

6. Determine cuál es el instrumento que presenta ventaja comparativa para cada objetivo.

Pueden darse dos situaciones:

a) Si $a_{12}=a_{21}=0$

$$DetA = (a_{11}F_1)(a_{22}G_2) - (a_{11}F_2 +)(a_{22}G_1) > 0$$
$$DetA = a_{11}a_{22}(F_1G_2 - F_2G_1) > 0$$

$$TrA = a_{11}F_1 + a_{22}G_2 < 0$$

La estabilidad se cumple si $(F_1G_2 - F_2G_1) > 0 \wedge a_{11} < 0 \wedge a_{22} < 0$

Si se cumple que $(F_1G_2 - F_2G_1) > 0$, podemos afirmar que:

$$F_1G_2 > F_2G_1$$
$$\frac{F_1}{F_2} > \frac{G_1}{G_2}$$

Por lo tanto, el instrumento X_1 es más eficaz (tiene ventaja comparativa) para lograr el objetivo Y_1 y el instrumento X_2 es más eficiente para lograr el objetivo Y_2.

b) Si $a_{22}=a_{11}=0$

$$DetA = (a_{12}G_1)(a_{21}F_2) - (a_{12}G_2)(a_{21}F_1) > 0$$
$$DetA = a_{12}a_{21}(G_1F_2 - G_2F_1) > 0$$

$$TrA = a_{12}G_1 + a_{21}F_2 < 0$$

La estabilidad se cumple si $(G_1F_2 - G_2F_1) > 0 \quad \wedge a_{12} < 0 \wedge a_{21} < 0$

Si se cumple que $(G_1F_2 - G_2F_1) > 0$, podemos afirmar que:

$$G_1F_2 > G_2F_1$$
$$\frac{F_2}{F_1} > \frac{G_2}{G_1}$$

Por lo tanto, el instrumento X_2 es más eficaz (tiene ventaja comparativa) para lograr el objetivo Y_1 y X_1 para lograr Y_2.

MODELO DE REGLAS Y DISCRECIONALIDAD: LA INCONSISTENCIA DINÁMICA

Sea la siguiente economía descrita por las siguientes ecuaciones:

(1) $y = \bar{y} + b(\pi - \pi^e)$ Curva de Oferta de Lucas.

(2) $L = \frac{1}{2}(y - y^*)^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi^*)^2$ Función de Pérdida del Diseñador de Política.

Donde y es el logaritmo del producto, $\bar{y}$ el logaritmo del nivel de producto con precios flexibles, π la tasa de inflación, π^e la tasa de inflación esperada, y^* el nivel de producto socialmente óptimo, "a" un parámetro positivo y además:

$$y^* > \bar{y}$$

1. Interprete cada ecuación del modelo.

La ecuación (1) es la *Curva de Oferta Agregada de Lucas*, la cual nos muestra una relación positiva entre la inflación y el producto cuando los agentes son sorprendidos y una relación nula cuando los agentes esperan una inflación igual a la que efectivamente ocurre. De esta relación se deriva que solo los cambios no esperados tendrán efectos reales.

La ecuación (2) es la *Función de Pérdida Social*, donde se evalúan los dos objetivos (y, π) de acuerdo al parámetro "a", el cual indica la importancia relativa del objetivo producto y la inflación en la Función de Pérdida Social.

2. Asuma que el diseñador de política actúa de acuerdo a una regla de política que consiste en minimizar su función de pérdida. Para ello, el diseñador de política se compromete a establecer una tasa de inflación antes de que los agentes formen sus expectativas. Ante este compromiso, los agentes esperan que la inflación sea igual a la anunciada. Bajo estas circunstancias, **¿Cuál es la tasa de inflación y el producto de equilibrio?**

Regla de política: $Min\ L$, $\pi = \pi^e$

- De (1): $y = \overline{y}$
- Problema del diseñador (De (2)):

$$MinL = \frac{1}{2}(\overline{y} - y^*)^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi^*)^2$$
$$\frac{\partial L}{\partial \pi} = a(\pi - \pi^*) = 0$$

Entonces: $p = p*$

$$\therefore p = p^e = p*.....................(3)$$
$$y = \overline{y} < y*...........................(4)$$

La función de pérdida cuando las autoridades actúan bajo reglas es:

$$L = \frac{1}{2}(\overline{y} - y^*)^2$$

Asuma que el diseñador de política actúa de manera discrecional: deja que los agentes formen sus expectativas sobre la inflación y luego elige el nivel de inflación tomando como dadas esas expectativas. **¿Cuál es el nivel de inflación de equilibrio? ¿Por qué se dice que en estas circunstancias se genera un problema de "*inconsistencia dinámica*"?**

Incorporamos la ecuación (1) en (2):

$$\underset{\pi}{Min}\, L = \frac{1}{2}(y - y*)^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi*)^2$$

$$\underset{\pi}{Min}\, L = \frac{1}{2}\left[\overline{y} + b(\pi - \pi^e) - y*\right]^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi*)^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi} = \left[\overline{y} + b(\pi - \pi^e) - y*\right]b + a(\pi - \pi*) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi} = \overline{y}b + b^2(\pi - \pi^e) - y*b + a\pi - a\pi* = 0$$

$$(a + b^2)\pi = y*b - \overline{y}b + a\pi* + b^2\pi^e$$

Sumamos y restamos $b^2\pi^*$

$$(a + b^2)\pi = y*b - \overline{y}b + a\pi* + b^2\pi^e + b^2\pi* - b^2\pi*$$

$$\pi = \frac{(a + b^2)}{a + b^2}\pi* + \frac{b}{a + b^2}(y* - \overline{y}) + \frac{b^2}{a + b^2}(\pi^e - \pi*)$$

$$\pi = \pi* + \frac{b}{a + b^2}(y* - \overline{y}) + \frac{b^2}{a + b^2}(\pi^e - \pi*) \text{..................}(5)$$

En el equilibrio $\pi = \pi^e$

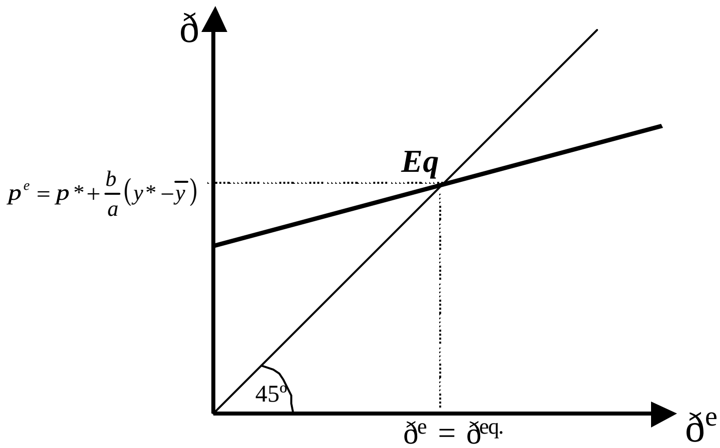
$$\pi^e = \pi* + \frac{b}{a + b^2}(y* - \overline{y}) + \frac{b^2}{a + b^2}\pi^e - \frac{b^2}{a + b^2}\pi*$$

$$\left(1 - \frac{b^2}{a + b^2}\right)\pi^e = \left(1 - \frac{b^2}{a + b^2}\right)\pi* + \left(\frac{b}{a + b^2}\right)(y* - \overline{y})$$

$$\left(\frac{a}{a + b^2}\right)\pi^e = \left(\frac{a}{a + b^2}\right)\pi* + \left(\frac{b}{a + b^2}\right)(y* - \overline{y})$$

$$\pi^e = \pi* + \frac{b}{a}(y* - \overline{y}) \text{...............}(6)$$

Gráficamente:



Producto de equilibrio:

$$y = \bar{y} + b(p - p^e) \quad , \qquad p^e = 0$$

$$y = \bar{y}$$

En este caso, cuando el diseñador de política actúa de manera discrecional, la función de pérdida es mayor que cuando el diseñador actúa bajo reglas. A este problema se le conoce como inconsistencia dinámica, ya que los diseñadores de política se comportan discrecionalmente sabiendo aun que la pérdida social sería menor si actuaran bajo reglas.

CAPITULO 11
NUEVA MACROECONOMÍA CLÁSICA, NUEVA MACROECONOMÍA KEYNESIANA Y MODELO DE CRECIMIENTO DE SOLOW

Los modelos de la Nueva Macroeconomía se caracterizan por proporcionar fundamentos microeconómicos a la macroeconomía, es decir suponen que los agentes son racionales y presentan una conducta optimizadora.

1. Enuncie las principales características (supuestos y desarrollos) de la Nueva Macroeconomía Clásica:

Los nuevos clásicos se basan en supuestos de equilibrio walrasiano. La teoría económica para ellos es una estructura formal comprehensiva en la que los criterios de corrección se basan en la elegancia, la generalidad, la abstracción y la precisión de los supuestos[3]. En ese sentido, los agentes económicos toman sus decisiones observando o basándose en factores reales (*ausencia de ilusión monetaria*). Es decir, creen en la existencia de una ***mano invisible*** que limpia automáticamente los mercados *competitivos* debido a la *perfecta flexibilidad* de precios.

Asimismo, asumen la hipótesis de expectativas racionales: los agentes económicos presentan una *conducta optimizadora* dada la *información disponible*. La información disponible puede ser *imperfecta* pero no *asimétrica*; esto significa que es posible que no se conozcan todas las variables del modelo, pero si estas son conocidas por un agente, entonces los demás también las conocerán. Cuando niegan el supuesto de información imperfecta, los nuevos clásicos estarían afirmando implícitamente que el dinero es neutral, aseverando que solo en el corto plazo, ante shocks monetarios inesperados, se producirá un efecto real o ciclo económico. Por lo tanto, en ausencia de shocks o sorpresas estaríamos en equilibrio.

La hipótesis de expectativas racionales permite llegar a identificar la probabilidad objetiva de los errores de previsión del modelo a partir de las probabilidades subjetivas de los agentes. Nos quedamos pues con la estrategia o, en el peor de los casos, con probabilidades objetivas conocidas. La hipótesis de expectativas racionales permitiría explicar el futuro con mayor precisión que los modelos que incorporan expectativas adaptativas por lo que no incurren en errores sistemáticos al evaluar el entorno económico.

---

[3] ARGANDOÑA, GAMEZ Y MOCHÓN. Macroeconomía Avanzada II. Fluctuaciones cíclicas y crecimiento económico. Madrid, 1997.

2. **Enuncie las principales características (supuestos y desarrollos) de la Nueva Macroeconomía Keynesiana.**

La Nueva Macroeconomía Keynesiana se basa en supuestos keynesianos tradicionales como la rigidez en los precios y salarios, existencia del equilibrio con desempleo, competencia imperfecta y asimetrías de información. Sin embargo, los nuevos o neo-keynesianos admitieron algunos de los supuestos introducidos por los nuevos clásicos como la incorporación de las expectativas racionales, la conducta racional de los agentes y la ausencia de ilusión monetaria, que adicionalmente nos lleva a aceptar la existencia de una tasa natural de desempleo. Además, se han desarrollado modelos de equilibrio general que incorporan relaciones económicas dinámicas e incertidumbre en la toma de decisiones. Al igual que los nuevos clásicos, los nuevo keynesianos realizaron una serie de desarrollos teóricos con el fin de proveer de micro fundamentos a la teoría general.

Los nuevos-keynesinos reafirman la efectividad de la política monetaria para ejercer efectos reales objetando la neutralidad del dinero y demostrando que toda perturbación en la demanda generaría efectos reales.

Según la corriente Nuevo Keynesiana, las fluctuaciones económicas son atribuibles a las imperfecciones en los mercados, entre las que figuran la competencia imperfecta, información incompleta y la rigidez en precios y salarios. Respecto a este último punto, la dicotomía clásica se rompe precisamente porque los precios no son flexibles. Asimismo, esta corriente sostiene que las imperfecciones reales en los mercados ayudan a entender porque los precios no son flexibles tal como supone la corriente neoclásica.

Las imperfecciones del mercado, abordadas por la corriente Nuevo Keynesiana a través del desarrollo de diferentes enfoques y modelos, pueden dividirse en: costos de ajuste en precios, contratos traslapados en precios y salarios, competencia imperfecta, fallas de coordinación, rigidez en el mercado laboral y fallas en el mercado de crédito.

En primer término, los modelos de costos de ajuste en los precios sostienen que las rigideces en el ajuste de los precios nominales causan movimientos en la demanda agregada, razón por la cual este proceso conlleva un efecto real en la economía —ciclo económico. Entre los desarrollos más importantes de estos modelos podemos citar trabajos como el de Mankiw (1985) “Bajos costos de menú y grandes ciclos reales: un modelo macroeconómico monopólico”, el de Caplin y Spulber (1987) “Costos de menú y la no neutralidad del dinero” y el de Ball, Mankiw y Romer

(1988) “La nueva economía keynesiana y el trade-off entre inflación y producto”. Por su parte Ball y Romer (1959), expanden el concepto de costos de ajuste en los precios al demostrar que la rigidez nominal en precio, por si sola, no es suficiente para generar una rigidez tan grande tal que explique enteramente el ciclo económico, por lo que proponen una combinación de rigidez nominal y real[4].

En segundo lugar, los modelos de contratos traslapados en precios y salarios se basan en el supuesto de que los trabajadores no negocian su salario al mismo tiempo, por lo que es posible inferir que no todos los precios y salarios cambiarían de forma simultánea. El principal aporte de estos modelos es que critican la neutralidad del dinero, refutando el modelo de las islas de Lucas[5], ya que aún si los agentes formulan sus expectativas de manera racional, anticipando cualquier cambio en la oferta de dinero —y por tanto en precios—, la existencia de contratos pactados por un período determinado con salarios nominales tendrá efectos reales en la economía. Entre trabajos más destacados sobre en éste tópico se encuentran el de Fischer (1977) “Contratos de largo plazo, expectativas racionales y la regla óptima de oferta de dinero” y el de Taylor (1979) “Determinación de salarios traslapados en un modelo macro”.

Por su parte, los modelos que se basan en un enfoque de competencia imperfecta argumentan que son estas imperfecciones las que explican las fluctuaciones económicas. Hart (1982) con su artículo “Un modelo de competencia imperfecta con características keynesianas”, Blanchard y Nobuhiro Kiyotaki (1987) con “Competencia Monopolística y los efectos sobre la demanda agregada” y el trabajo de Mankiw (1988) “Competencia Imperfecta y el enfoque keynesiano”, se encuentran entre los principales desarrollos teóricos sobre el particular.

A diferencia de los aportes anteriores, los modelos de fallas de coordinación buscan explicar las fluctuaciones de la economía sin necesidad de cambiar los fundamentos como la rigidez en precios, se apoyan más bien en la existencia de equilibrios múltiples que finalmente tendrían efectos reales sobre la economía. Las principales fuentes de fallas de coordinación son la presencia de externalidades positivas y la posible operación de las firmas bajo rendimientos crecientes.

Al igual que la corriente keynesiana, la nueva macroeconomía keynesiana considera que es posible que el mercado laboral se encuentre en equilibrio con desempleo. Podemos hablar de

[4] Véase BALL, Laurence y ROMER, David. Real Rigidities and Nonneutrality of Money. Review of Economic Studies 57. Abril, 1990.
[5] Véase LUCAS, Robert. Expectations and the Neutrality of Money. Journal of Economic Theory. Vol 4, 1972.

imperfecciones en el mercado laboral cuando el salario vigente se encuentra por encima del salario de equilibrio aun en una situación de subempleo ya sea por la alta productividad de los trabajadores o por la lealtad que esperarían los empleadores de sus trabajadores. Entre los desarrollos más importantes se encuentra el modelo de salarios de eficiencia de Yellen (1984) y el modelo de Shapiro y Stiglitz (1984).

Finalmente, las fallas en el mercado de crédito son básicamente problemas de información asimétrica entre los prestamistas y prestatarios. Ante estas fallas se han desarrollado teorías de racionamiento de crédito. Modelos desarrollados por Bernanke y Gertler (1989) "Costos de agencia, valor neto y fluctuaciones económicas", Greenwald y Stiglitz (1988), Williamson (1987) "Intermediación Financiera, fallas de negocios y ciclos económicos reales" y Stiglitz y Weiss (1981) "Racionamiento de crédito en mercados con información asimétrica" esclarecen como las imperfecciones en los mercados financieros pueden ampliar el ciclo económico.

3. Enuncie las principales características (supuestos y desarrollos) de la escuela de los Ciclos Económicos Reales (RBC)

La teoría que propone esta escuela busca explicar las fluctuaciones del producto y del empleo que se dan en el ciclo económico. Para estos economistas las fluctuaciones observadas son resultado de las perturbaciones reales que se expanden en toda la economía a través de ciertos mecanismos de propagación. Las perturbaciones reales que puede afrontar la economía están relacionadas con cambios tecnológicos, en las preferencias o en la dotación de factores.

Estos cambios producen una sustitución intertemporal entre el trabajo y el ocio de los agentes, lo que explica las variaciones del producto. Si la perturbación produce una subida del salario real los trabajadores ofrecerán más horas trabajadas (la elasticidad de la oferta del trabajo frente al salario real es alta).

NUEVA MACROECONOMÍA KEYNESIANA: UN MODELO DE LOS SALARIOS DE EFICIENCIA[6]

El supuesto central de los modelos de salarios de eficiencia es que existe un beneficio y un costo para una firma de pagar un salario mayor. Existen cuatro razones importantes por las que una firma puede pagar un mayor salario:

- Un salario mayor puede incrementar el consumo de alimentos de los trabajadores, y por lo tanto los trabajadores están más saludables y se vuelven más productivos.
- Un salario mayor puede incrementar el esfuerzo de los trabajadores en situaciones donde la firma no puede supervisarlos perfectamente.
- Un salario mayor puede mejorar las habilidades de los trabajadores en las dimensiones que la firma no puede observar. Específicamente, si los trabajadores con mayores habilidades tienen mayores salarios de reserva, ofrecer un salario mayor incrementa la calidad promedio del grupo de postulantes y de esta forma incrementa la habilidad promedio de los trabajadores que la firma contrata.
- Un salario mayor puede generar lealtad en los trabajadores, y por lo tanto inducir a un esfuerzo mayor. Por el contrario, un salario bajo puede generar descontento y un deseo de venganza, y por lo tanto conducir al engaño o al sabotaje.

Sea el siguiente modelo de salarios de eficiencia. Asuma que existe un número grande, N, de firmas competitivas idénticas y que el modelo se caracteriza por las siguientes ecuaciones:

(1) $p = Y - wL$

(2) $Y = F(eL) \qquad F'(\bullet) > 0\,,\ F''(\bullet) < 0$

(3) e = $e(w, w_a, \text{u})$

donde Y es el producto de la firma, w es el salario real que paga la firma, L la cantidad de trabajo que contrata la firma, e el esfuerzo de los trabajadores, w_a el salario pagado por otras firmas y u es la tasa de desempleo. Además, existen $\overline{L}$ trabajadores idénticos, y cada uno de ellos ofertan una unidad de trabajo de manera inelástica.

6 ROMER (1996)

a. Plantee la condición de primer orden del modelo (CPO).

$$e = e(w, w_a, u) \qquad , \qquad e_w \succ 0$$
$$e_{w_a} \prec 0$$
$$e_u \succ 0$$

Hallamos la condición de primer orden a partir del supuesto de la maximización de beneficios por parte de las firmas:

Incorporamos la ecuación (3) en (2):

(4) $Y = F(e(w, w_a, u)L)$

y luego incorporamos la ecuación (4) en (1) para obtener los beneficios de la firma.

(5) $p = F(e(w, w_a, u)L) - wL$

<u>**CPO**</u>:

(6) $\frac{\partial p}{\partial L} = F'(e(w, w_a, u)L)e(w, w_a, u) - w = 0$

(7) $\frac{\partial p}{\partial w} = F'(e(w, w_a, u)L)Le'(w, w_a, u) - L = 0$

Reordenando la ecuación (6)

(6') $F'(e(w, w_a, u)L) = \frac{w}{e(w, w_a, u)}$

Incorporando la ecuación (6') en (7)

$$\boxed{\frac{w}{e(w, w_0, u)} Le'(w, w_a, u) - L = 0}$$

b. Encuentre la elasticidad del esfuerzo respecto al salario pagado por la firma.

De las condiciones necesarias de primer orden obtenemos:

$$\frac{we'(w,w_a,u)}{e(w,w_a,u)}=1$$

$$w'=\frac{e(w,w_a,u)}{e'(w,w_a,u)}$$

Pero $e'(w,w_a,u)=\dfrac{\partial e}{\partial w}$

$$\frac{\partial e(w,w_a,u)}{\partial w}.\frac{w}{e}=1$$ elasticidad salario-esfuerzo

c. Asuma que la función del esfuerzo se comporta tal que existe un único óptimo w para un w_a dado. ¿Cuáles son las implicancias de este supuesto para el equilibrio?

Suponiendo que la función esfuerzo se comporta de forma que existe un único óptimo para w, dado un w_a y u, el equilibrio requiere que el salario real que paga la firma y el que paga la otra firma deben ser iguales:

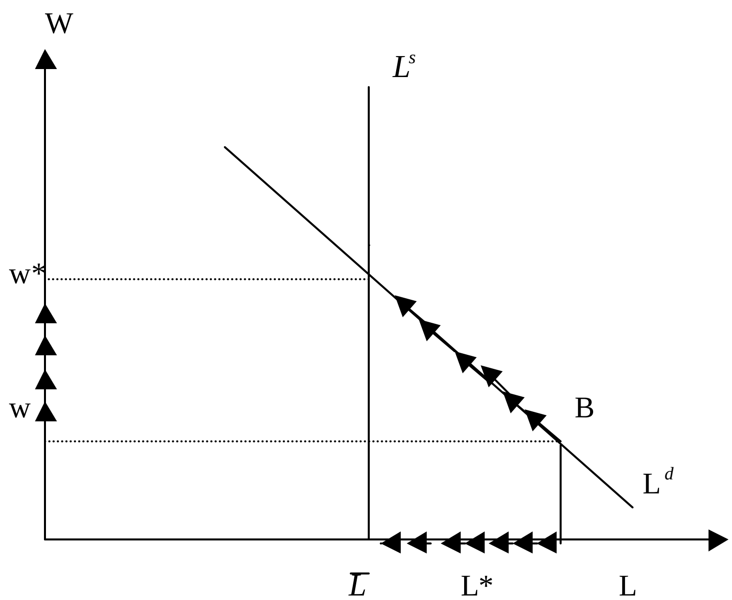
$$w=w_a$$

Si no se diera esta condición cada empresa pagará un salario diferente del salario prevaleciente (condición que también dependería de la tasa de desempleo u).

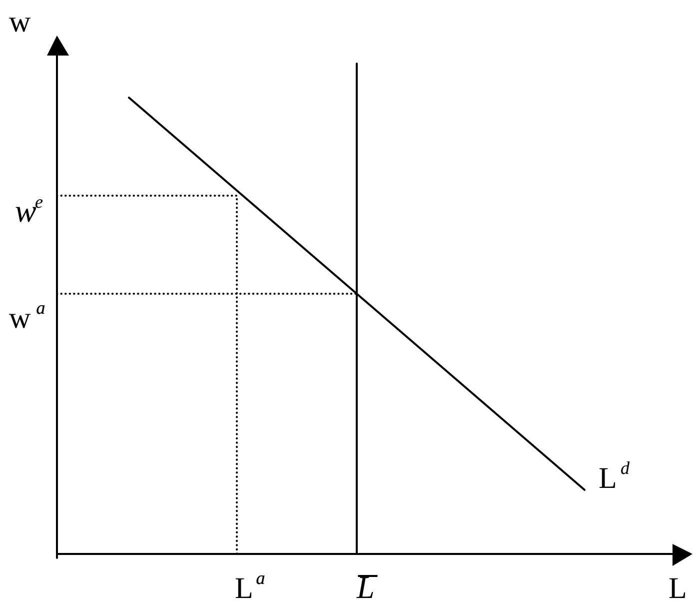
d. Sea w^* y L^* los valores de w y L que satisfacen la condición de primer orden y la ecuación de la elasticidad del esfuerzo respecto al salario que paga la firma. Analice que pasa con el salario de equilibrio y el nivel de desempleo cuando $NL^* \succ \overline{L}$ y cuando $NL^* \prec \overline{L}$.

- Si $NL^* \succ \overline{L}$ (exceso de demanda en el mercado laboral)

Para un salario w<w*, la demanda de trabajo por parte de la empresa será mayor que la oferta laboral por parte de los agentes. Así para captar más trabajadores, el salario tiende a incrementarse con el objetivo de satisfacer la demanda laboral.



- Si $NL^* \prec \overline{L}$



En este caso, la oferta de trabajo por parte de los agentes es mayor que la demanda de trabajo por parte de los empresarios. Esta situación genera una situación de desempleo $\left(\overline{L} - NL^*\right)$, sin embargo, como los salarios son rígidos a la baja, estos se mantendrán en w^* y la economía permanecerá en una situación de desempleo.

SALARIOS RELATIVOS, SALARIOS DE EFICIENCIA Y DESEMPLEO KEYNESIANO[7]

Sea el siguiente modelo de salarios de eficiencia caracterizado por las siguientes ecuaciones:

$$e = \begin{cases} \left(\dfrac{w-x}{x}\right)^{b} & \text{si} \quad w > x \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$x = (1 - bu)w_a$$

donde $0 \prec b \prec 1, b \succ 0,$ e denota el esfuerzo y x es una medida de las condiciones del mercado laboral.

a. Analice la función de esfuerzo cuando $b \prec 1, b \succ 1$ y $w \succ x$

Si $b \prec 1$, los trabajadores no se preocupan por el desempleo. Esto ocurriría si existe seguro de desempleo o si valoran el ocio.

Si $b \succ 1$, los trabajadores si se preocupan por el desempleo. Esto ocurriría porque aquellos que pierden su empleo inusualmente encaran altas posibilidades de continuar desempleados o porque son adversos al riesgo.

Si $w \succ x$, el esfuerzo se incremento en menor proporción que $w - x$ debido a que b se encuentra entre 0 y 1.

b. Demuestre que para esta función de esfuerzo particular, la elasticidad del esfuerzo respecto al salario es igual a 1.

Para ello, debemos resolver el problema de maximización del beneficio de la empresa:

Max. $p = F(e(w).L) - WL$

[7] Ibid

$$\frac{dp}{dw}: F'\left[b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b-1}\frac{1}{x}.L\right]-L=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dL}: F'\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b}-w=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

De (1): $F'\left[b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b-1}.\frac{1}{x}\right]=1$

$$F'=\frac{1}{b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b-1}.\frac{1}{x}}=\frac{1}{e^{'}(w)} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

De (2): $F'\underbrace{\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b}}_{e(w)}=W \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$

(3) en (4): $\frac{1}{e'(w)}.e(w)=w$

$\frac{w.e'(w)}{e(w)}=1$ Elasticidad del esfuerzo respecto al salario.

Que puedo se reescrito como: $\boxed{\frac{\partial e}{\partial w}\frac{w}{e(w)}=1}$

Reemplazando:

$$w\left[b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b-1}.\frac{1}{x}\right].\left[\frac{w-x}{x}\right]^{-b}=1$$

c.- Encuentre e interprete la ecuación del salario.

Del ejercicio anterior:

$$w\left[b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{b-1}.\frac{1}{x}\right]\left[\frac{w-x}{x}\right]^{-b}=1$$

$$w\left[b\left[\frac{w-x}{x}\right]^{-1}.\frac{1}{x}\right]=1$$

$$w\left[b\left[\frac{x}{w-x}\right].\frac{1}{x}\right]=1$$

$$\frac{wb}{(w-x)}=1$$

$$w(b-1)=-x$$

$$w=\frac{x}{(1-b)}$$

Después de algunos reemplazos tenemos: $\boxed{w=\frac{(1-bu)w_a}{(1-b)}}$

Podemos observar que la ecuación de salarios depende de tres variables:

- b : la elasticidad de la oferta con respecto al pago de las empresas lideres. Con respecto al índice de condiciones del mercado laboral.
- w_a : salario del mercado.
- bm : la valoración, de acuerdo al parámetro "b" que tienen los trabajadores acerca del desempleo.

d. En equilibrio, la firma representativa desea pagar el salario que prevalece en el mercado, es decir, $w = w_a$. Encuentre la tasa de desempleo, el nivel de esfuerzo y el salario de equilibrio.

i. Tasa de desempleo:

Partimos de: $w = \dfrac{x}{(1-\boldsymbol{b})}$

$$w = \frac{(1-bm)w_a}{(1-\boldsymbol{b})}$$

Como en el equilibrio se cumple w=w_a:

$$w_a(1-\boldsymbol{b}) = (1-bm)w_a$$

$$(1-\boldsymbol{b}) = (1-bm)$$

$$\boxed{m^* = \frac{\boldsymbol{b}}{b}} \qquad \text{tasa de desempleo}$$

De la ecuación de salarios y la tasa de desempleo de equilibrio podemos derivar que cada firma pagará más (menos) que el salario de mercado si la tasa de desempleo está por debajo (encima) de la tasa de desempleo de equilibrio. Asimismo, si la tasa de desempleo es igual a la de equilibrio, la firma pagará el salario que prevalece en el mercado.

ii. Esfuerzo de equilibrio:

$$e^* = \left[\frac{w-x}{x}\right]^b$$

$$e^* = \left[\frac{w_a - (1-bm^*)w_a}{(1-bm^*)w_a}\right]^b \quad \text{pero } m^* = \frac{\boldsymbol{b}}{b}$$

$$e^* = \left[\frac{w_a - w_a + b(\boldsymbol{b}/\ b)w_a}{(1-b(\boldsymbol{b}/\ b)w_a)}\right]^b$$

$$\boxed{e^* = \left[\frac{b}{1-b}\right]^b}$$ nivel de esfuerzo de equilibrio

iii. Salario de Equilibrio.

Finalmente el salario de equilibrio es determinado por la siguiente condición:

$$PMgL = \frac{w}{e} = F´(el)$$

El empleo total es $(1-u^*)\ddot{L}$, y, en equilibrio, cada firma deberá contratar $(1-u^*)\frac{\ddot{L}}{N}$ trabajadores. El salario de equilibrio estará dado por:

$$w = eF´(el)$$

$$w^* = e^*F´\left(\frac{e^*(1-u^*)\ddot{L}}{N}\right)$$

$$\boxed{w^* = \left(\frac{b}{1-b}\right)^b F´\left(\left(\frac{b}{1-b}\right)^b (1-u^*)\frac{\ddot{L}}{N}\right)}$$

MODELO DE CRECIMIENTO DE SOLOW

Sea la siguiente función de producción:

$$Y = F(K, L)$$

a. Presente la función de producción en términos per-cápita.

Dado que la función de producción es homogénea de grado 1, lo cual implica la existencia de retornos constantes a escala; podemos dividirla entre la cantidad de mano de obra.

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, \frac{L}{L}\right)$$

$$y = F(k, 1)$$
$$y = f(k)$$

b. Presente los supuestos básicos y la hipótesis del modelo

i. La función presenta rendimientos constantes a escala (un aumento de los factores implicaría un incremento proporcional en el producto)

F(k) cumple que:

$F(0) = 0$

$F'(k) \geq 0$ Productividad marginal creciente

$F''(k) < 0$ Ritmo de crecimiento de la productividad

ii. Se cumplen las condiciones de Inada

$$\lim_{k \to \infty} F'(k) = 0$$

$$\lim_{k \to 0} F''(k) = \infty$$

iii. El modelo también asume que:

- Existe un sólo bien en la economía que se consume o se utiliza para invertir, de forma que el producto nacional se puede expresar como: Y=C+S, es decir la identidad macroeconómica básica se reduce a S=I.
- Las familias son propietarias del capital y consumen los bienes de la economía.
- La población de la economía es L (no existe desempleo) y crece a una tasa constante “n”.

$$\frac{L_{t+1}-L_t}{L_t}=\frac{\dot{L}}{L}=n$$

Y,K,L son funciones del tiempo.

c. Presente la ecuación fundamental del crecimiento económico neoclásico bajo el supuesto de que la depreciación es una tasa. $d \succ 0$

$$k=\frac{K}{L}$$

$$\frac{1}{k}.\frac{\partial k}{\partial \mathrm{t}}=\frac{1}{k}.\frac{\partial k}{\partial \mathrm{t}}-\frac{1}{L}.\frac{\partial L}{\partial \mathrm{t}}$$

$$k.\frac{1}{k}\frac{\partial k}{\partial t}=\frac{K}{L}.\frac{1}{K}.\frac{\partial K}{\partial t}-\frac{K}{L}\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial t}$$

$$\dot{k}=\frac{\dot{K}}{L}-k.\frac{\dot{L}}{L}$$

$$k=\frac{\dot{K}}{L}-.k.n \,........ \qquad (1)$$

Por otro lado se sabe que: $K_{t+1} = K_t - dK_t + I_t$

$$\underbrace{K_{t+1} - K_t}_{\dot{K}} = I_t - dK_t$$

$I = \dot{K} + \partial K$ ………......... (2)

Además: $Y = C + I$

$$\frac{Y}{L} = \frac{C + I}{L}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{C}{L} + \frac{\dot{K} + dK}{L}$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = \frac{Y - C}{L} - \frac{dK}{L}$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = \frac{S}{L} - \frac{dK}{L}$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = \frac{sY}{L} - \frac{dK}{L}$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = sy - dk$$

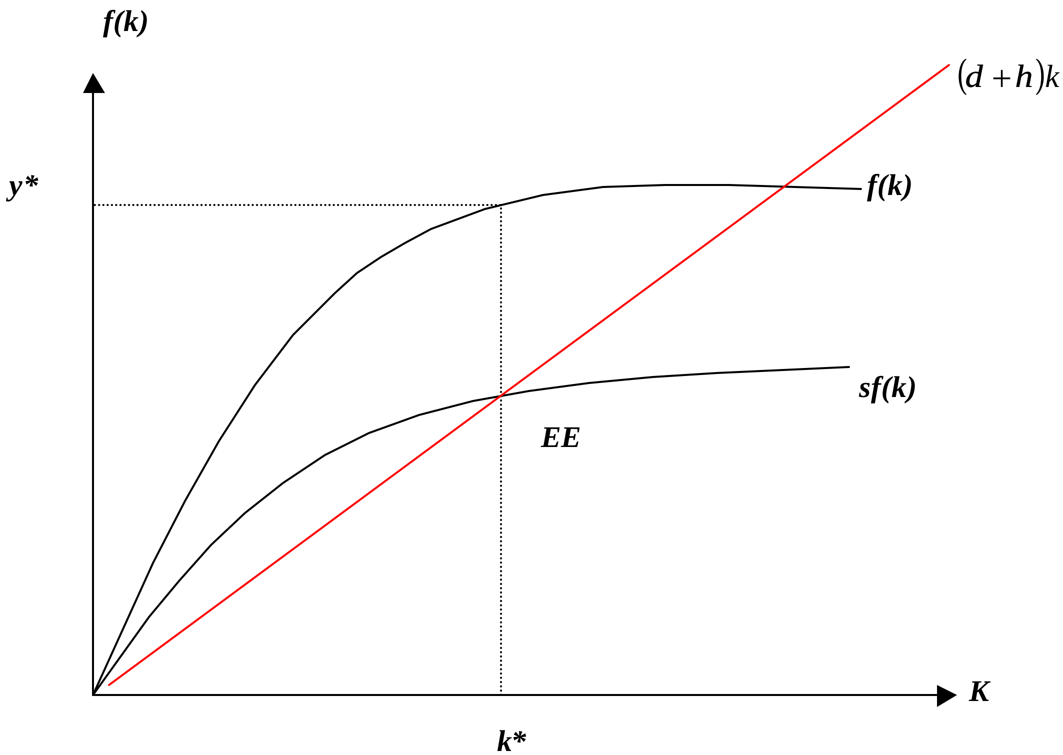
$$\therefore \frac{\dot{K}}{L} = sf(k) - dk \text{ ....(3)}$$

Ahora reemplazamos (3) en (1):

$$\dot{k} = sf(k) - dk - kn$$

$\boxed{\dot{k} = sf(k) - (d + n)k}$ $\Rightarrow$ **Ecuación Fundamental del Crecimiento Económico Neoclásico**

d. Análisis gráfico de la ecuación fundamental.

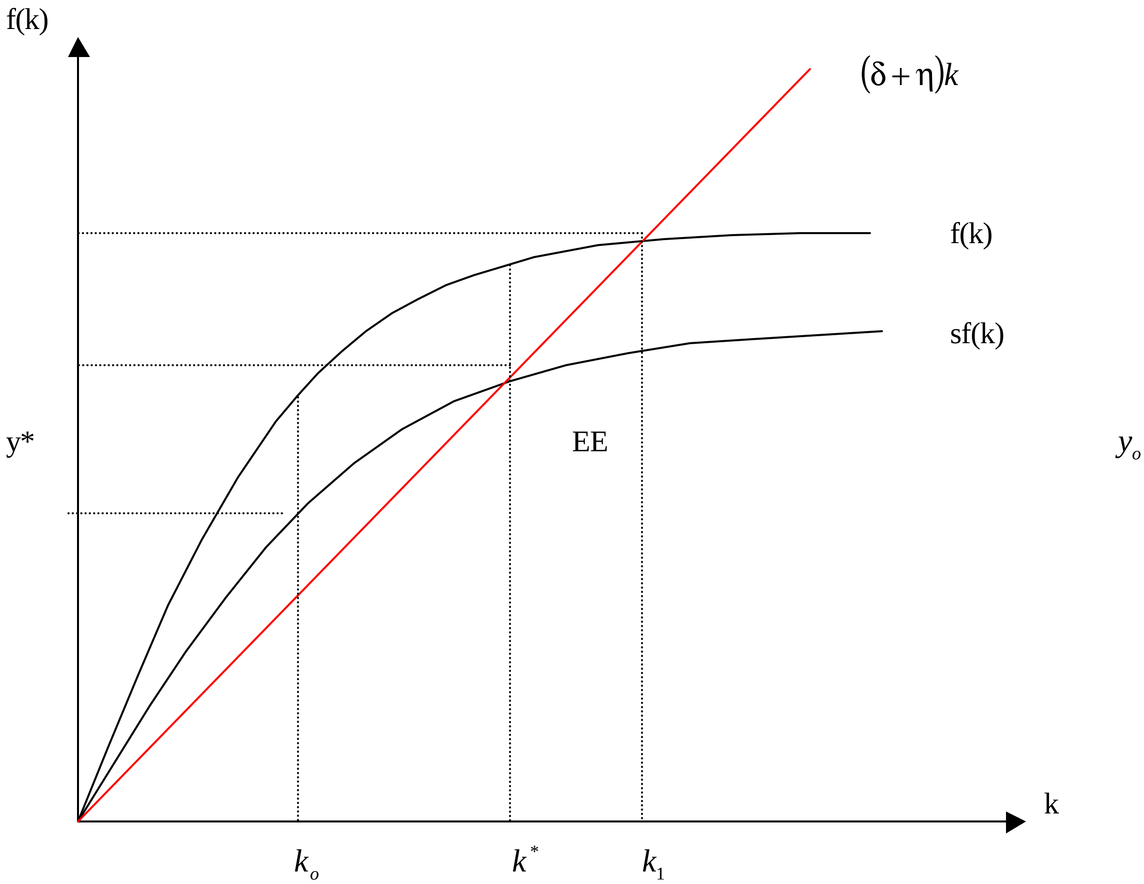


En el Estado Estacionario (EE) se cumplirá que $sf(k) = (d + h)k$, es decir que $\dot{k} = 0$, donde la solución k* e y* serán los valores del estado estacionario para K e Y.

e. ¿Cuáles son las 2 proposiciones fundamentales del modelo de crecimiento económico neoclásico?

Primera Proposición:

El estado estacionario es globalmente estable. Si el nivel de capital inicial no se encuentra en su nivel óptimo, $k_0 \neq k^*$, automáticamente, se llegará al equilibrio k^*. Cuando $k \prec k^*$, la inversión se encuentra por debajo del nivel de equilibrio por lo que es necesario incrementarla para reponer la depreciación y equilibrar el crecimiento de la fuerza laboral. Cuando $k \succ k^*$, nos encontramos en una situación de sobre-inversión con una capacidad instalada ociosa y una fuerza laboral que no puede cubrir la demanda. Esta situación ocasiona un incremento del salario real, disminuyendo el nivel de inversión hasta que se limpie el mercado y se retorne al equilibrio.



Segunda proposición:

<u>Convergencia de Solow</u>. Si a la ecuación fundamental de crecimiento la dividimos por k :

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{sf(k)}{k}-(n+d)$$

Derivamos respecto a k .

$$\frac{\partial(\dot{k}/\ k)}{\partial k}=\frac{s}{k}\left[f'(k)-\frac{f(k)}{k}\right]$$

$$A=f'(k)-\frac{f(k)}{k}$$

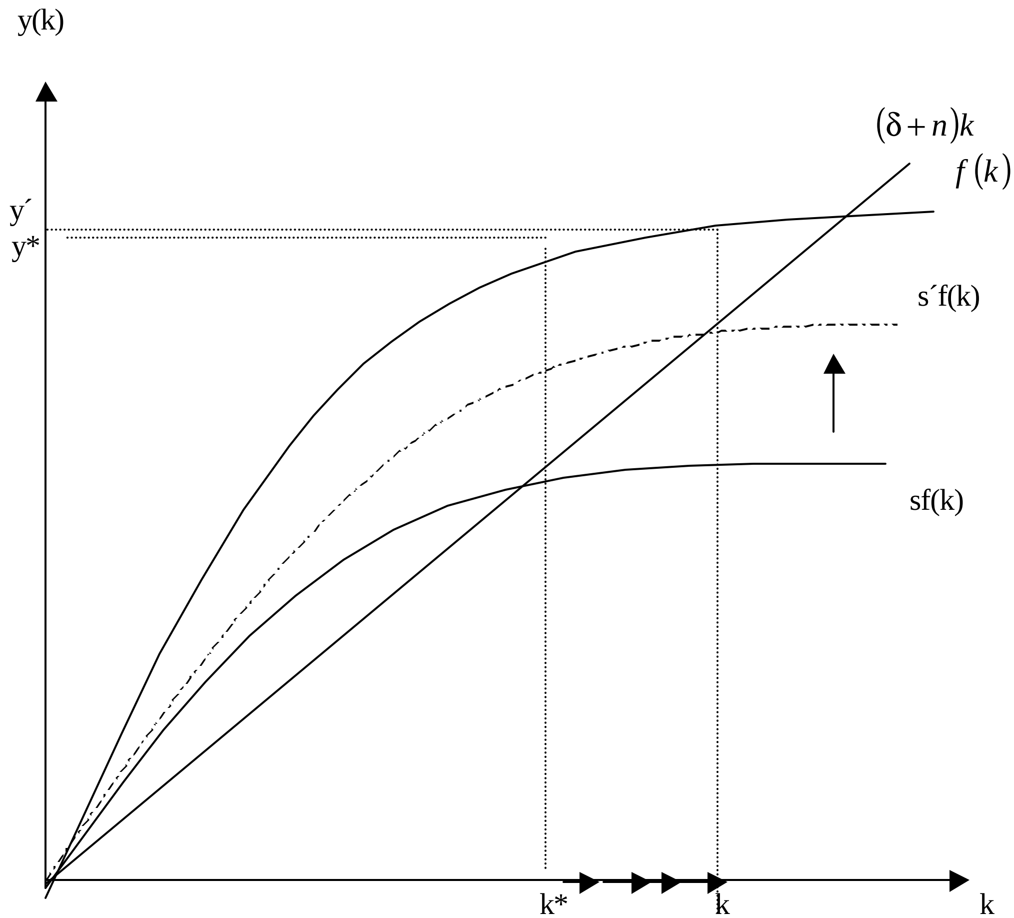
Notemos que A es la diferencia entre el producto marginal del capital y el producto medio per per, lo cual puede ser reexpresado como:

$$A = \frac{kf'(k) - f(k)}{k}$$

El numerador expresa la diferencia entre el retorno total del capital por trabajador y el ingreso total por trabajador, por lo cual se concluye que *A* es negativa:

$$\frac{\partial \dot{k}/k}{\partial k} \prec 0$$

Esto nos indica que a menor ratio del capital per-capita mayor es el crecimiento del stock de capital. A esto se le llama "convergencia" y pronostica que a largo plazo todos los países convergerán a un mismo nivel de equilibrio. Existen dos tipos de convergencia. La *convergencia absoluta* establece que los países subdesarrollados, dado que poseen menores ratios de capital por trabajador que los países desarrollados, crecerán a una tasa mayor y a largo plazo igualaran la tasa de crecimiento de los países más desarrollados. Cabe mencionar que éste resultado no ha tenido una contrapartida empírica. Por otro lado, la *convergencia condicional* establece que la convergencia de tasas de crecimiento en el largo plazo sólo puede ser observada entre países con similares características (población, tecnología, etc.). Este resultado, a diferencia de la convergencia absoluta, posee una contrapartida empírica.

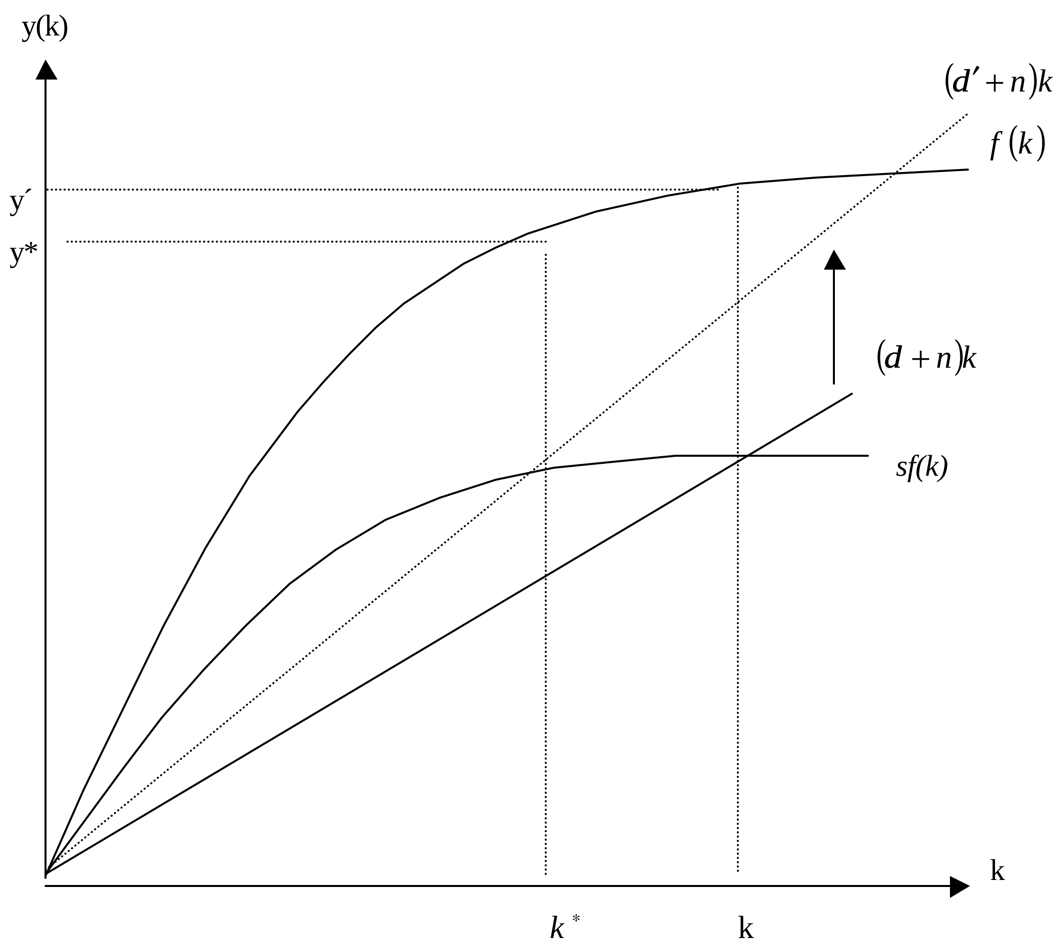


f. Analice el efecto de un incremento en la tasa de ahorro sobre el producto, capital y trabajo.

El incremento en la tasa de ahorro desplazará la curva sf(k), lo que ocasionará un aumento en el capital y del producto per cápita estacionario de k* a k, y de y* a y, respectivamente. Este resultado se presenta en el gráfico anterior.

g. Analice el efecto de un incremento en la tasa de depreciación d (o en la tasa de crecimiento de la población) sobre las relaciones entre producto, capital y trabajo.

El aumento en la tasa de depreciación del capital de *d* a *d´* (o, en su caso, de la tasa de crecimiento de la población *n*) provoca un desplazamiento en la curva *(d + n)k* hacia arriba, llevándonos a una situación de estado estacionario con menores niveles tanto de capital como de producto, ambos en términos per cápita.



CICLOS ECONÓMICOS REALES

1.- Suponga que la función de utilidad para el periodo "t",u, está dada por:

$$(1)\quad m_t = \ln c_t + \frac{b(1-\ell_t)^{1-g}}{(1-g)} \qquad b \succ 0, g \succ 0$$

a.- Considere el problema de un solo periodo para encontrar la oferta de trabajo. Interprete su resultado. Grafique la curva de oferta de trabajo

Para un sólo período debemos resolver el problema:

Max U: $\ln c_t + \dfrac{b(1-\ell_t)^{1-g}}{(1-g)}$

s.a. $\quad c_t = w_t \ell_t$

El Lagrangiano será:

$$L : \ln c_t + \frac{b(1-\ell_t)^{1-g}}{(1-g)} + l\left(w_t \ell_t - c_t\right)$$

Condiciones de Primer Orden:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = \frac{1}{c_t} - l = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \ell_t} = -b(1-\ell_t)^{-g} + lw = 0$$

Reemplazando obtenemos:

$$b(1-\ell_t)^{-g} - \frac{1}{\ell_t} = 0$$

Resolviendo la ecuación para ℓ_t se concluye que la oferta de trabajo para un periodo no depende del salario.

b.- Considere el problema de dos periodos para encontrar la oferta de trabajo relativa en los dos periodos ¿Cómo depende del salario relativo la demanda relativa de recreación en los dos periodos? ¿Cómo depende de la tasa de interés? Explique intuitivamente, por qué g afecta la respuesta de la oferta de trabajo a los salarios y a la tasa de interés.

Max U: $\ln c_1 + \dfrac{b(1-\ell_1)^{1-g}}{1-g} + e^{-e}\left(\ln c_2 + \dfrac{b(1-\ell_2)^{1-g}}{1-g}\right)$

s.a. $\ell_1 w_1 + \dfrac{\ell_2 w_2}{1+r} = c_1 + \dfrac{c_2}{1+r}$

L: $\ln c_1 + \dfrac{b(1-\ell_1)^{1-g}}{1-g} + e^{-e}\left[\ln c_2 + \dfrac{b(1-\ell_2)^{1-g}}{1-g}\right] + l\left(\ell_1 w_1 + \dfrac{\ell_2 w_2}{1+r} - c_1 - \dfrac{c_2}{1+r}\right)$

Por condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial \ell_1} = -b(1-\ell_1)^{-g} + l w_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \ell_2} = -e^{-e} b(1-\ell_2)^{-g} + l \frac{w_2}{1+r} = 0$$

Igualando los l obtenemos:

$\dfrac{1-\ell_1}{1-\ell_2} = \left(\dfrac{w_2}{w_1}\cdot\dfrac{1}{(1+r)}\cdot\dfrac{1}{e^{-e}}\right)^{\frac{1}{g}}$ $\Rightarrow$ Esta es la oferta relativa de trabajo para los dos periodos.

- $w_1 \uparrow \rightarrow \left(\dfrac{w_2}{w_1}\right)\downarrow \rightarrow (\bullet)^{\frac{1}{g}} \downarrow \rightarrow \left(\dfrac{1-\ell_1}{1-\ell_2}\right)\downarrow$

Por lo que ℓ_1 va a tender a subir y/o ℓ_2 va a tender a bajar.

Lo cual nos muestra que ante una elevación del salario relativo en el primer periodo, la oferta de trabajo va a aumentar y por lo tanto va ha ocurrir que la demanda de recreación disminuye para este periodo. Esta demanda por recreación puede aumentar para el periodo 2 ya que en este periodo la oferta laboral va a tender a caer.

- $w_2 \uparrow \rightarrow \left(\dfrac{w_2}{w_1} \right) \uparrow \rightarrow (\bullet)^{\frac{1}{g}} \uparrow \rightarrow \left(\dfrac{1-\ell_1}{1-\ell_2} \right) \uparrow$

Por lo que ℓ_1 tiende a bajar y/o ℓ_2 a subir. Es decir, cuando se sube el salario relativo en el periodo 2, los individuos esperaran ofrecer su trabajo con seguridad en este periodo y por ende; en el periodo 1 demandaran más recreación.

- $r \uparrow \rightarrow (\bullet)^{\frac{1}{g}} \downarrow \rightarrow \left(\dfrac{1-\ell_1}{1-\ell_2} \right) \downarrow$

Aquí ℓ_1 tiende a subir y ℓ_2 a bajar.
Si sube la tasa de interés, los individuos trabajarán lo más que puedan en el periodo 1 para aprovechar los intereses de sus salarios y así, poder demandar más ocio en el segundo periodo. Por este motivo, la tasa de interés es determinante para la demanda de recreación.

Los salarios y las tasas de interés varían ante perturbaciones como: cambios tecnológicos, en la dotación de factores y las preferencias. Estas variaciones producen a su vez perturbaciones en la relación ocio trabajo lo que traerá posteriormente alteraciones en el producto. Aquí g esta afectando a los salarios y a la tasa de interés observados en la ecuación $(\bullet)$.

Dado que $g \succ 0$, y tomando como punto de partida el valor de la expresión tendremos que cuando g tome valores próximos a cero, a medida que aumente esta proximidad, la expresión decrece. La interpretación de este fenómeno es que g contrarresta los efectos de las perturbaciones originadas por el término $(\bullet)$, por lo tanto puede actuar como un estabilizador ante las perturbaciones que puedan presentarse.