

# LA TEORIA ANALITICA DEL CALOR Y SU LUGAR DENTRO DE LA FISICA TEORICA

Por *CRISTOBAL DE LOSADA Y PUGA*

*Profesor de la Universidad Católica del Perú.*

En pocos dominios se advierte tan nitidamente como en el de la Física Teórica, la profunda distinción entre lo clásico y lo moderno.

Después de un desarrollo bisecular que la había conducido a resolver los más difíciles problemas, a explicar y aun a prever innumerables fenómenos y a poner en descubierto rincones insospechados de la realidad, la Física Teórica parecía llegada, a fines de la pasada centuria, a un grado de perfección vecino del estancamiento. Se ha dicho en forma pintoresca, pero que da idea del estado de la ciencia hace medio siglo, que la suprema ambición de los físicos de la época era agregar, gracias a medidas exactísimas, una decimal más al valor ya conocido de alguna constante experimental: índice de refracción, calor específico o coeficiente de susceptibilidad magnética. Análoga era, por lo demás, la situación en todos los campos del conocimiento.

Mas hé aquí que en los primeros años del siglo xx aparecen en la Física dos teorías que la revolucionan profundamente: la teoría de los quanta y la teoría de la relatividad. La transformación profunda que ellas han introducido no sólo en la Física sino en múltiples campos del conocimiento, y el hecho de que hayan impregnado tan profundamente el pensamiento contemporáneo que puede decirse sin exageración que la ciencia moderna es cuántica y relativista, ha hecho casi olvidar los otros capítulos de la Física Teórica. Sin embargo, son dignos de la más entusiasta y reveren-

te atención, y quiero dedicar este breve artículo a recordar la existencia y el interés de uno de los más nobles y venerables capítulos de la Física Matemática clásica: la Teoría Analítica del Calor.

Para darnos cuenta del objeto de esta Teoría, pensemos en las tres maneras como pasa el calor de los cuerpos calientes a los fríos. En primer lugar, puede propagarse por *radiación*, y es así como nos viene el calor del Sol. En segundo lugar, puede propagarse por *convección*, o sea por la traslación material de porciones de un fluido caliente que comunican su temperatura a otras porciones más frías: es así como, calentando sobre una llama el agua contenida en un recipiente, vemos al líquido que se ha calentado en la parte inferior que está más cercana al fuego, ascender a las partes altas hasta que toda el agua del recipiente adquiere uniformemente la temperatura de ebullición. En tercer lugar, cuando una parte de un cuerpo sólido se encuentra a temperatura más elevada que el resto, el calor se propaga por *conducción* de las partes calientes a las partes frías.

Este último fenómeno, de experiencia diaria — la propagación del calor en un cuerpo desigualmente calentado, de las partes más calientes hacia las partes más frías — constituye el objeto de la teoría analítica del calor.

Los conocimientos entre experimentales, atávicos e intuitivos que todos tenemos acerca de este fenómeno de la propagación del calor en los cuerpos sólidos, comenzaron a sistemarse cuando Newton enunció su *ley del enfriamiento*, según la cual “el exceso de la temperatura de un sólido de pequeñas dimensiones previamente calentado, sobre la temperatura de la atmósfera en reposo en cuyo seno se le deja enfriar, decrece con una velocidad proporcional a su valor” o sea que los cuerpos más calientes se enfrían más rápidamente que los menos calientes.

Para encontrar un nuevo trabajo sobre la propagación del calor, tenemos que esperar hasta principios del siglo XVIII, en que el físico francés Amontons — *el sordo Amontons* — realizó hacia fines de su vida unos experimentos ingenuos destinados a determinar las temperaturas de fusión de diversas sustancias, introduciendo en un brasero uno de los extremos de una gruesa barra de hierro y anotando hasta qué distancia del extremo así calentado, la temperatura de la barra era suficiente para fundir el vidrio, el plo-

mo, el estaño, la cera, el sebo y la mantequilla; pero basaba el cálculo de la temperatura de fusión de cada substancia en el inexactísimo supuesto de considerar que la temperatura variaba uniformemente del extremo caliente al extremo frío de la barra.

Medio siglo más tarde, el físico alsaciano Juan Enrique Lambert observó que el decrecimiento de la temperatura en la barra, yendo del extremo caliente al frío, seguía una ley exponencial (esto es, una ley del tipo de la que rige el aumento de un capital colocado a interés compuesto) y trató de explicar teóricamente este resultado de la experiencia, aunque desarrollando al efecto consideraciones defectuosas.

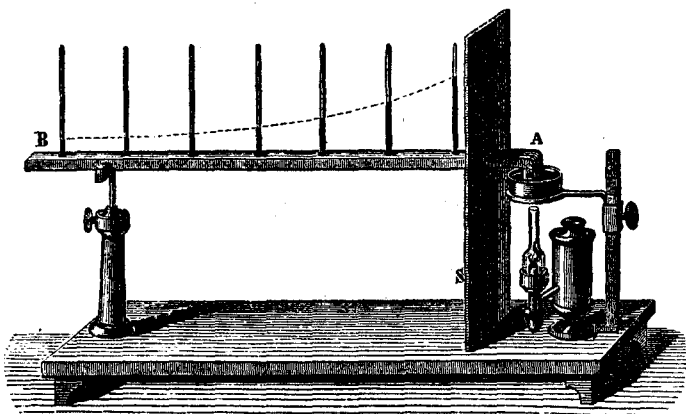


Fig. 1. — El experimento de Biot.

El médico, físico y botánico holandés Ingenhousz dió a conocer en un libro publicado en 1785 el clásico experimento que lleva su nombre y que aparece descrito en todos los textos elementales de Física: un recipiente metálico en forma de paralelepípedo lleva implantadas en su pared unas varillas de diversas substancias. Se cubren las varillas de un baño de cera y cuando ésta se ha solidificado debidamente, se llena el recipiente con agua hirviendo: la mayor o menor distancia hasta la cual funde la cera en las diversas varillas, permite comparar sus respectivas conductividades caloríficas. Parece que la primera idea del experimento de Ingenhousz fué debida al físico y estadista norteamericano Benjamin Franklin.

Es a principios del siglo XIX cuando nace verdaderamente la Teoría Analítica del Calor, gracias a los trabajos del físico y astrónomo francés Biot (1774-1862), quien principió por repetir los experimentos de Lambert, pero con un gran refinamiento en la técnica experimental. Para tener resultados dignos de toda confianza, Biot tomó una larga barra metálica en la cual había unos alveolos llenos de mercurio en que penetraban las bolas de otros tantos termómetros (fig. 1). Calentando un extremo de la barra, el calor se propagaba a lo largo de ella, elevando la temperatura registrada por los termómetros, pero tanto menos cuanto más distantes se encontrasen éstos del extremo calentado de la barra. Después de un cierto tiempo, cada punto de la barra llega a adquirir una temperatura que ya no aumentará. (No debe pensarse que el *equilibrio térmico* supone la *uniformidad de temperatura* en todos los puntos:

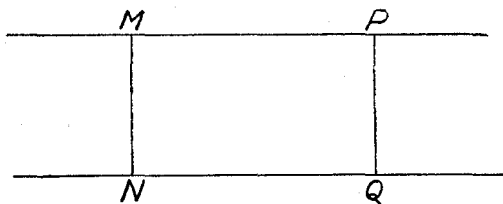


Fig. 2.

el equilibrio térmico se produce cuando la cantidad de calor que cada elemento de volumen del cuerpo recibe de algunos elementos vecinos, compensa a la que cede a otros así como al medio ambiente; y esta exacta compensación exige una distribución de temperaturas, constante en el tiempo, pero variable de un punto a otro del sólido).

Como resultado de sus experimentos, Biot llega a la misma conclusión que Lambert: el decrecimiento exponencial de la temperatura.<sup>1</sup> Obtenido este resultado, trata de explicarlo teóricamente, desarrollando para ello consideraciones matemáticas perfectas. Principia por considerar en la barra la porción *MNPQ*, limitada por dos

<sup>1</sup> En la figura 1, una curva marca los puntos hasta donde ha subido el mercurio en los termómetros.

secciones transversales muy próximas  $MN$  y  $PQ$  (fig. 2). Si suponemos que el extremo calentado de la barra es el izquierdo, este *elemento de longitud* de la barra recibirá por su cara  $MN$  que mira al extremo calentado, una cantidad de calor igual a la suma del calor que cede por su cara  $PQ$  a la porción de la barra que le sigue hacia el extremo no calentado, más la cantidad que cede por su superficie lateral a la atmósfera. Esta última cantidad de calor, la cedida a la atmósfera, podrá estimarse de acuerdo con la ley del enfriamiento de Newton. En cuanto a las otras, la que el elemento recibe de la porción de barra que queda a su izquierda y la que cede a la porción de barra que queda a su derecha, Biot las calcula generalizando, en la forma que vamos a ver, la ley de Newton. Puesto que la cantidad de calor cedida por el elemento a la atmósfera es proporcional a la diferencia de sus respectivas temperaturas, podemos admitir que la cantidad de calor que pasa a través de una sección transversal  $MN$  de la barra es proporcional a la *gradiente de temperatura*, es decir a la rapidez con que disminuye la temperatura a lo largo de la barra; y como esa gradiente variará de un punto a otro de la barra, la cantidad de calor que atraviesa la sección  $MN$  será diferente de la que atraviesa la sección  $PQ$ . Expresando estas consideraciones en el lenguaje de las ecuaciones diferenciales, y manejando éstas según la técnica que les es propia, Biot llega a la conclusión matemática de que la disminución de la temperatura a lo largo de la barra debe ser precisamente una ley exponencial; es decir que explica por la teoría los resultados de la experiencia.

Biot realizó sus investigaciones en el año 1804 y las expuso en una memoria presentada a la Academia de Ciencias de Paris. En su *Traité de Physique* expone primero el cálculo y luego los experimentos que lo confirman (cuando en realidad lo sugirieron), lo cual ha hecho suponer erróneamente a algunos autores que en los trabajos del físico francés, el cálculo precedió a la experimentación; error en el cual incurre, él en forma inexcusable, hasta algún autor que se ha propuesto escribir una obra de historia de la ciencia.

Aunque Biot en estos trabajos se ocupa del *estado permanente*, es decir del estado de una barra que ha llegado ya al equilibrio térmico, apunta una penetrante observación sobre el *estado variable*, es decir aquel estado en que, no habiéndose establecido aún el equi-

librio, la barra está en pleno proceso de calentamiento. Entonces, dice, la diferencia entre el flujo de calor que ingresa por la cara izquierda del elemento *MNPQ* y el que sale por la cara derecha, es mayor que el que sale emitido por la superficie libre: el excedente se almacena en el elemento de volumen considerado, elevando su temperatura hasta que llega a producirse el estado de equilibrio. Pero el estudio de la transmisión del calor en estado variable es muchísimo más complicado que el relativo al estado permanente.

Lo que acaba de decirse deja comprender que la teoría analítica del calor ha de resolver dos problemas distintos: el primero, averiguar la distribución de temperaturas en un cuerpo que por haber alcanzado el equilibrio térmico, tiene en cada uno de sus puntos una temperatura que ya no varía en el curso del tiempo; y el segundo, muchísimo más complicado, determinar las leyes que rigen la marcha del calor de una parte a otra en un cuerpo durante el proceso de su calentamiento o de su enfriamiento.

El creador indiscutido de la teoría del calor así concebida en su totalidad, es Juan Bautista José Fourier, quien llevó a través del período más agitado de la historia de Francia, la vida convulsiva y tormentosa de los hombres de su generación. Nacido en Auxerre en 1768, reveló desde su infancia brillantes condiciones intelectuales, pero no consiguió ver realizada su aspiración de ser admitido en la artillería, a causa de su origen humilde y su pobreza, por lo cual ingresó en 1787 en un convento de benedictinos. Al estallar la revolución del 89 ahorcó los hábitos e intervino activamente en ella, aunque con cierta moderación relativa. Fué con Napoleón a Egipto, donde se distinguió en forma notabilísima. Al regresar a Francia, Bonaparte le confió altos cargos administrativos cuyo desempeño no le impidió realizar las más geniales investigaciones. Cuando la abdicación del Emperador, Fourier se adhirió a la primera restauración borbónica por lo cual aquél a su regreso de la isla de Elba reprendió al cambiante funcionario, quien se hizo nuevamente bonapartista. Caído definitivamente Napoleón, Fourier consiguió, aunque no sin trabajo, "embonarse" otra vez en la nueva situación. Murió en 1830. Conviene recordar que estas camaleónicas veleidades fueron compartidas por innumerables hombres públicos de esa época.

Fourier estableció las ecuaciones fundamentales de la teoría, dió a conocer un método general para integrarlas y confirió carta de ciudadanía en la ciencia, por lo menos de hecho, a las series trigonométricas que llevan su nombre, aplicando sus métodos a la resolución de numerosos problemas, relacionados muchos de ellos con la propagación del calor y las fluctuaciones de temperatura en el interior de la Tierra. Laplace y sobre todo Poisson, complementaron la obra de Fourier en lo tocante a los cuerpos isótropos (más adelante explicaré el sentido de esta palabra). Duhamel, Lamé, Cauchy y otros estudiaron la propagación del calor en los cuerpos anisótropos, trataron de cuerpos isótropos de formas más complicadas, como el elipsoide, y perfeccionaron los trabajos de Fourier sobre las series trigonométricas. Pero son sobre todo Dirichlet, Riemann y recientemente Lebesgue, quienes han establecido en forma definitiva la teoría de estas series.

En cuanto a la distinción de los cuerpos en isótropos y anisótropos, los primeros son los que dejan pasar la luz y el calor idénticamente en todas direcciones. Cuando se cubre de cera una lámina metálica, por ejemplo, y se apoya en ella la punta de un punzón caliente, la cera se funde en derredor del punzón y el contorno de la parte fundida afecta una forma sensiblemente circular: en la lámina metálica el calor se ha propagado por igual en todas direcciones: es isótropa. Si, por el contrario, apoyamos el punzón caliente en un cristal de cuarzo recubierto de cera, el contorno de la cera fundida afecta una forma elíptica: el cristal de cuarzo es anisótropo, y a través de su masa el calor se propaga desigualmente en las diversas direcciones.

Puede parecer a primera vista que los dos problemas mencionados — el del calentamiento o el enfriamiento de un sólido, y el de la distribución de temperaturas en un cuerpo que ha alcanzado el equilibrio térmico — son problemas particularísimos y de restringida significación, pero no obstante, ellos han sido objeto de trabajos que figuran en primera línea en la historia de la ciencia. Este capítulo, del más rancio clasicismo, de la Física Teórica — la teoría analítica del calor —, debe hacernos recordar que la ciencia es el producto de una elaboración secular y no, como a veces parecen pensar algunas personas, el resultado de una improvisación inesperada, ni que ha sido forjada *ex-nihilo* por unos cuantos iluminados.

Otro rasgo notable de la teoría del calor, es la perfección suprema que ha alcanzado, la transparencia cristalina de sus métodos, la simplicidad misma que parecen tener los fenómenos que estudia. Por último, deben citarse las trascendentales consecuencias astronómicas y geofísicas que de ella se desprenden; así como la posibilidad de comprobar por medios simples sus conclusiones, y de aplicarlas a problemas industriales, pues en este terreno muchas veces las pérdidas de calor significan estrictamente pérdidas de dinero. (Estoy muy lejos de pensar que la ciencia debe perseguir un objeto utilitario, pero es muy agradable, cuando se navega en las alturas de la especulación más abstracta, el divisar el suelo firme de las realidades concretas).

No sería propio de esta ocasión el entrar en un análisis extenso y detallado de los múltiples resultados concretos a que conduce la teoría analítica del calor; por lo cual quiero limitarme a mencionar dos de sus más importantes aplicaciones a la Física Cósmica: el estudio que ella permite hacer de la penetración del calor solar en la corteza terrestre, y el del enfriamiento del Globo terráqueo.

Acerca del primer punto — la penetración en la corteza terrestre de las fluctuaciones diurnas y anuales de la temperatura, producidas por la sucesión de los días y de las noches y por la sucesión de las estaciones, respectivamente — un análisis matemático bastante simple permite prever que la penetración de las fluctuaciones térmicas superficiales sólo alcanzará a las capas exteriores de la corteza, y será tanto menor cuanto más breve sea el periodo de esas fluctuaciones: más precisamente, la profundidad de penetración es, según la teoría, proporcional a la raíz cuadrada del periodo de la oscilación térmica. Y como el periodo de la oscilación anual es de 365 días, y como la raíz cuadrada de 365 es 19.1, cabe esperar que las variaciones anuales de temperatura penetren unas 19 veces más profundamente que las variaciones diurnas. *Y tal es, exactamente, lo que muestra la experiencia:* estudios efectuados en pozos, sótanos, etc., hacen ver que las variaciones diurnas de temperatura sólo penetran hasta una profundidad del orden de 1<sup>m</sup>.30, en tanto que las fluctuaciones anuales dejan de ser sensibles a partir de una profundidad del orden de 25<sup>m</sup>; lo que viene a confirmar con una precisión realmente sorprendente los resultados de la teoría.

El proceso de enfriamiento de una esfera constituye otro problema realmente apasionante, que ha sido discutido, aplicándolo a la Tierra, por Wilhelm Trabert, el gran geofísico de Viena, una de las mentalidades más interesantes y atrayentes de las últimas décadas, cuyo libro capital, *Lehrbuch der kosmischen Physik — Tratado de Física Cósmica* — ostenta el vigor y la precisión de un gran tratado científico que trata a la Tierra y al Universo como entidades casi abstractas a las cuales se aplica con su frío rigor el análisis matemático, junto con el encanto de un verdadero poema naturalista.

La teoría de Trabert sobre el enfriamiento de la Tierra es muy complicada, por lo cual, sin pretender dar una idea de todo el aparato matemático que ella pone en juego, quiero limitarme a mencionar algunos de los resultados a que conduce. Suponiendo que en un instante dado toda la Tierra haya tenido una temperatura uniforme  $\theta_0$ , se llega a las siguientes conclusiones:

a) el interior de la Tierra se conservará en todo caso a una temperatura elevadísima durante un tiempo muy largo: la temperatura central apenas presentaría una disminución sensible de su valor inicial, al cabo de 40 000 000 000 000 de años!

b) la gradiente de temperatura (es decir la velocidad con la cual aumenta la temperatura a medida que descendemos a lo largo de un radio de la Tierra) es una cantidad constante para las pequeñas profundidades que nos son asequibles;

c) es imposible llegar a ninguna conclusión sobre la edad de la Tierra, deducida del proceso de su enfriamiento, si no se parte de una suposición relativa al valor de la temperatura inicial  $\theta_0$ ;

d) el carácter del proceso de enfriamiento de la Tierra varía en el curso del tiempo: al principio se enfría principalmente la parte exterior de la esfera, en tanto que el núcleo conserva su temperatura; pero después de un tiempo muy largo (que se cifra en millones de millones de siglos) la superficie terrestre adquiere una temperatura estacionaria e invariable, y entonces el enfriamiento continúa realizándose a expensas de las partes centrales del planeta.

Es innecesario decir que estas conclusiones, a causa de los números a que conducen, en particular a causa del orden de magnitud de los intervalos de tiempo que en ellas entran en juego, no pue-

den someterse al control de la experiencia; pero tienen, con todo, una gran importancia física y cosmogónica.

Los métodos introducidos por Fourier han sido aplicados fructuosamente a la Hidrodinámica, a la Teoría de la Elasticidad, etc.: por eso puede considerársele como uno de los padres de la moderna Física Teórica, además de haber dado su nombre a las series trigonométricas, que suelen llamarse corrientemente series de Fourier.

No hay riesgo de equivocarse al afirmar que la teoría analítica del calor no ha sido cultivada en el Perú. En la época en que tuve a mi cargo la cátedra de Física Matemática y Cálculo de Probabilidades en la Facultad de Ciencias de la Universidad de San Marcos, le consagré íntegramente uno de mis cursos anuales, el de 1938. Esas lecciones no han sido publicadas, pero seguramente que han de recordarlas aquellos de mis discípulos que las escucharon.

De todos los capítulos de la Física Matemática clásica, este es acaso el que ofrece un mayor atractivo, y presenta un campo en el cual los estudiantes pueden encontrar temas excelentes para tesis doctorales.

Lima, Universidad Católica del Perú.

*Cristóbal de LOSADA y PUGA.*