Capitulo 1. INTRODUCCIÓN AL CURSO

¿QUE ES LA FÍSICA?

La física es una ciencia dedicada a la comprensión de los fenómenos naturales que ocurren en el universo. El objetivo principal del estudio científico es desarrollar teorías físicas basadas en leyes fundamentales que permitan predecir los resultados de algunos experimentos. Las leyes de la física tratan de describir los resultados de observaciones experimentales y de mediciones cuantitativas de los procesos naturales.

La física es la ciencia más simple porque estudia los sistemas más simples. La física es la base de todas las demás ciencias.

La relación entre la física y la ingeniería es más directa que la que existe entre la física y cualquier otra ciencia. En la ingeniería se trabaja con sistemas a los que se aplica inmediatamente los principios de la física. Cualquiera sea la rama de la ingeniería o de la ciencia a la que uno se dedique, va a encontrar a cada paso la aplicación de las nociones que aprendió en la física. Siempre se encontrarán útiles los conceptos específicos de la física, las técnicas que se emplean para resolver los problemas, la forma de pensar que se adquiere en el estudio de la física.

METODOLOGIA DE LA FISICA

La metodología que se usa tiene tres formas características.

La primera forma es el análisis de un sistema físico que se realiza en base a las propiedades de sistemas más sencillos, estos sistemas están relacionados de algún modo importante con el sistema original, pero poseen un número menor de factores en su comportamiento. Siendo estos más sencillos se pueden investigar hasta entender bien sus propiedades, una vez que se obtenga el conocimiento de cada sistema se puede hacer una reconstrucción hasta lograr entender las propiedades del sistema original.

La segunda forma parte del principio de que la física se fundamenta necesariamente en la experimentación. A veces la teoría sugiere el experimento, pero más frecuentemente un experimentador realiza el trabajo inicial en un área particular de la física y luego el físico teórico sintetiza los resultados de los experimentos y perfecciona el entendimiento de su significado.

La tercera se refiere al uso frecuente de las matemáticas. La física estudia las interacciones entre objetos. Los objetos interaccionan de acuerdo a ciertas leyes, sean estas conocidas o no. Como las leyes físicas son casi siempre cuantitativas, es esencial poder establecer relaciones lógicas cuantitativas al estudiar los sistemas físicos. Las reglas que gobiernan todas estas relaciones son objeto de las matemáticas. Por eso se dice que la matemática es el lenguaje de la física.

PARTES DE LA FISICA

Actualmente la física se divide en dos clases: Física Clásica y Física Moderna.

La física clásica se ocupa de los fenómenos y las leyes que se conocían hasta la final del siglo XIX. La física moderna se ocupa de los descubrimientos hechos desde entonces.

La física clásica se subdivide en cierto número de ramas que originalmente se consideraban autónomas: la mecánica, el electromagnetismo, la óptica, la acústica y la termodinámica.

La mecánica se ocupa del estudio del movimiento efectos físicos que pueden influir sobre este.

El electromagnetismo se ocupa del estudio de los fenómenos eléctricos y magnéticos y las relaciones entre ellos.

La óptica se ocupa de los efectos físicos que se asocian a la luz visible.

La acústica al estudio de los efectos físicos relacionados con los sonidos audibles.

La termodinámica se ocupa de la generación, el transporte y la disipación del calor.

Estas disciplinas que originalmente se desarrollaron independientemente, están enlazadas por medio de la mecánica y el electromagnetismo.

La física moderna se inició a fines del siglo XIX, con el descubrimiento de cierto número de fenómenos físicos que entraban en conflicto con algunos conceptos de la física clásica.

Básicamente, esas alteraciones conceptuales fueron de dos tipos. Una de ellas estableció el límite superior para las velocidades de las partículas a las que se aplicaban las leyes de la física clásica, esto se asocia a la Teoría de la Relatividad de Einstein. El segundo se puede considerar como el establecimiento de un límite inferior para las dimensiones lineales y de masa de los sistemas físicos, para los que son válidas las leyes clásicas, esto se asocia a la Teoría de la Mecánica Cuántica. Para poder comprender estas dos teorías modernas y los fenómenos de que se ocupan, es necesario estudiar primeramente las leyes de la física clásica.

MAGNITUDES FÍSICAS: ESCALARES Y VECTORES.

En la descripción y estudio de los fenómenos físicos se han desarrollado (y se desarrollan) conceptos abstractos muy especiales llamados magnitudes físicas. Estas magnitudes se definen por medio de un conjunto de operaciones experimentales que permiten obtener un número como medida de la magnitud en cualquier situación.

Esta definición comprende dos pasos esenciales:

1) La elección de una unidad de medida con múltiplos y submúltiplos y

2) un proceso para comparar la magnitud a medir con la unidad de medida y establecer un número (entero o fraccionario) como medida de la magnitud. Son ejemplos de magnitudes físicas: la longitud, el área, el volumen, el tiempo, la masa, la energía, la

temperatura, la fuerza, la potencia, la velocidad, la aceleración, etc.
Llamamos **magnitud física** a aquella propiedad de un cuerpo que puede ser medida. La masa, la longitud, la velocidad o la temperatura son todas **magnitudes físicas**. El aroma o la simpatía, puesto que no pueden medirse, **no son magnitudes físicas**. Las medidas de las magnitudes se realizan mediante las **unidades de medida**, establecidas por la Unión Internacional de Pesas y Medidas (UIPM), que forman el Sistema Internacional de unidades (S. I.), aunque existen otras unidades que se siguen usando por tradición (como el kilate, que se emplea para medir la masa de las piedras preciosas).

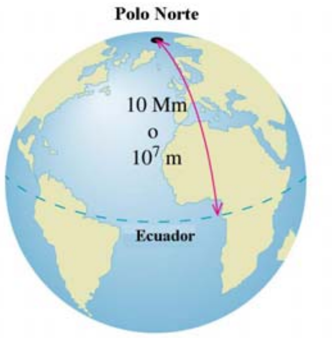
Magnitud escalar. Para muchas magnitudes físicas basta con indicar su valor para que estén perfectamente definidas. Así, por ejemplo, si decimos que José Antonio tiene una temperatura de 38 ºC, sabemos perfectamente que tiene fiebre y si Rosa mide 165 cm de altura y su masa es de 35 kg, está claro que es sumamente delgada. Cuando una magnitud queda definida por su valor recibe el nombre de magnitud escalar.

Magnitudes vectoriales. Otras magnitudes, con su valor numérico, no nos suministran toda la información. Si nos dicen que Daniel corría a 20 km/h apenas sabemos algo más que al principio. Deberían informarnos también desde dónde corría y hacia qué lugar se dirigía. Estas magnitudes que, además de su valor precisan una dirección se llaman magnitudes vectoriales, ya que se representan mediante **vectores**. En este tema estudiaremos los vectores y sus propiedades.

UNIDADES. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.

MEDICIÓN. La física es una ciencia experimental. Los experimentos requieren mediciones cuyos resultados suelen describirse con números. Cualquier número empleado para describir cuantitativamente un fenómeno físico se denomina cantidad física. Dos cantidades físicas que describen a una persona son su peso y su altura. Algunas cantidades físicas son tan básicas que sólo podemos definirlas describiendo la forma de medirlas, es decir, con una definición operativa. Ejemplos de esto son medir una distancia con una regla, o un intervalo de tiempo con un cronómetro. En otros casos definimos una cantidad física describiendo la forma de calcularla a partir de otras cantidades *medibles.* Así, podríamos definir la velocidad media de un objeto como la distancia recorrida (medida con una regla) dividida por el tiempo de recorrido (medido con un cronómetro).

UNIDADES. Al medir una cantidad, siempre la comparamos con un estándar de referencia. Si decimos que un automóvil mide 4,29 m, queremos decir que es 4,29 veces más largo que una regla de medir, que por definición tiene 1m de largo. Este estándar define una unidad de la cantidad. El metro es una unidad de distancia, y el segundo, de tiempo. Al describir una cantidad física con un número, siempre debemos especificar la unidad empleada; describir una distancia como "4,29" no significa nada.
Las mediciones exactas y fiables exigen unidades inmutables que los observadores puedan duplicar en distintos lugares. El sistema de unidades empleado por los científicos e ingenieros se denomina comúnmente "sistema métrico", pero desde 1960 su nombre oficial es Sistema Internacional, o SI.
Las definiciones de las unidades básicas del sistema métrico han evolucionado con los años. Cuando la Academia Francesa de Ciencias estableció el sistema métrico en 1791, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia entre el Polo Norte y el Ecuador (ver figura). El segundo se definió como el tiempo que tarda un péndulo de 1m de largo en oscilar de un lado a otro. Estas definiciones eran poco prácticas y difíciles de duplicar con precisión, por lo que se han sustituido por otras más refinadas y por acuerdo internacional.



Unidades fundamentales
Las fuerzas, velocidades, presiones, energías, en realidad todas las propiedades mecánicas, pueden expresarse en términos de tres cantidades básicas: masa, longitud y tiempo. En el sistema SI, las unidades correspondientes son:

Masa	Kilogramo
Longitud	Metro
Tiempo	Segundo

Estas unidades se conocen como unidades fundamentales.

TIEMPO
Desde 1889 a 1967, la unidad de tiempo se definió como una cierta fracción del día solar medio (el tiempo medio entre llegadas sucesivas del Sol al cenit). El estándar actual, adoptado en 1967, es mucho más preciso; se basa en un reloj atómico que usa la diferencia de energía entre los dos estados energéticos más bajos del átomo de cesio. Cuando se bombardea con microondas de una determinada frecuencia, los átomos de cesio sufren una transición entre dichos estados. Se define un segundo como el tiempo requerido por 9 192 631 770 ciclos de esta radiación.

LONGITUD

En 1960 se estableció también un estándar atómico para el metro, usando la longitud de onda de la luz naranja emitida por átomos de kriptón (^{86}Kr) en un tubo de descarga de luz. En noviembre de 1983 el estándar se modificó de nuevo, esta vez de forma más radical. Se definió que la velocidad de la luz en el vacío es exactamente 299 792 458 m/s. Por definición, el metro es consecuente con este número y con la definición anterior del segundo. Así, la nueva definición de metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en 1/299 792458 s. Éste es un estándar de longitud mucho más preciso que el basado en una longitud de onda de la luz.

MASA
El estándar de masa, el kilogramo, se define como la masa de un determinado cilindro de aleación platino-iridio que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sevres, cerca de París. Un estándar atómico de masa, sería más fundamental, pero aún no podemos medir masas a escala atómica con tanta exactitud como a escala macroscópica.

Unidades derivadas
Las cantidades que interesan a los científicos no se limitan a masa, longitud y tiempo. A menudo el comportamiento de objetos se describe en términos de sus velocidades; hay que identificar las fuerzas que actúan sobre los cuerpos; se paga por la energía que consumen los aparatos domésticos y nos interesa la potencia que pueda desarrollar un motor; la presión atmosférica es un indicador útil de las condiciones del tiempo. Todas las anteriores propiedades, aparentemente dispares, que se miden en metros por segundo (velocidad), newton (fuerza), joules (energía), watts (potencia) y pascales (presión), finalmente se pueden expresar como productos de potencias de masa, longitud y tiempo. Esas unidades, por tanto, se conocen como unidades derivadas, para distinguirlas de las tres unidades fundamentales.

Prefijos comúnmente encontrados. Utilizamos con frecuencia prefijos para obtener unidades de un tamaño más conveniente. Ejemplos de prefijos comúnmente encontrados:
1 manómetro = 1 nm = 10^{-9} m (un poco más grande que el diámetro del átomo)
1 micrómetro = 1 μ m =10^{-6} m (una célula de sangre humana es aproximadamente de 7 μ m)
1 milímetro = 1 mm =10^{-3} m (el carbón del lápiz es aproximadamente de 0,5 milímetros en diámetro)
1 centímetro = 1 cm =10^{-2} m (el diámetro de un bolígrafo)
1 kilómetro = 1 km = (1000 m)

1 microgramo = 1 μ g =10^{-6} g = 1^{-9} kg (masa de una partícula pequeña de polvo)
1 miligramo = 1 mg = 10^{-3} g = 10^{-6} kg (una gota de agua es aproximadamente 2 mg)
1 gramo = l g = 10^{-3} kg (la masa de un clip para papel es de aproximadamente 1 g)
1 nanosegundo = 1 ns =10^{-9} s (tiempo en el que la luz viaja 30 m)
1 microsegundo = 1 μ s = 10^{-6} s (tiempo en el que una bala del rifle viaja 1 μ m)
1 milisegundo = 1 ms = 10^{-3} s (cerca de 14 ms entre los latidos del corazón)

CONVERSION DE UNIDADES
Algunas veces encontramos los datos dados en unidades distintas al sistema SI. En este caso debemos convertir las unidades al sistema SI usando los factores conocidos de conversión.
La tabla siguiente muestra tales factores.

Factores de Conversión
Longitud
1 pulgada (in) = 2,54 centímetros (cm)
1 pie (ft) = 0,3048 metro (m)
1 milla (mi) = 5280 ft = 1,609 kilómetros (km)
1 m = 3,281 ft
1 km= 0,6214mi
1 ángstrom $\left(\overset{\circ}{A}\right)$ = 10^{-10} m
1 año luz = 9,461 x 10^{15} m
1 unidad astronómica (AU) = 1,496 x 10^{11}m
1 pársec (pc) 3,09 x 10^{16} m
Masa
1 slug = 14,59 kilogramos (kg)
1 kg = 1000 gramos = 6,852 x 10^{-2} slug
1 unidad de masa atómica (amu) = 1,6605 x 10^{-27} kg
(1 kg tiene un peso de 2,205 lb donde la aceleración de la gravedad es 32,174 ft/s^2)
Tiempo
1 dia =24 h= 1,44 x 10^3 min = 8,64 x 10^4 s
1 año = 365,24 días = 3,156 x 10^7s
1 hora (h) =60min =3600s
Velocidad
1 mi/h = 1,609 km/h = 1,467 ft/s 0,4470 m/s
1 km/h = 0,6214 mi/h = 0.2778 m/s 0,9113 ft/s
Volumen
1 litro (L) = 10 m^3 = 1000 cm^3 = 0,353 1 ft^3
1 ft^3 = 0,02832 m^3 = 7,481 U.S. galones (gal)
1 U.S. gal = 3,785 x 10 m^3 = 0,1337 ft^3
Fuerza
1 pound (lb) = 4,448 Newton (N)
1 N = 10 Dinas = 0,2248 lb
Trabajo y Energía
1 joule (J) = 0,7376 ft.lb = 10^7 ergios
1 kilogramo-caloría (kcal) = 4186 J
1 Btu (60°F) = 1055 J
1 kilowatt-hora (kWh) = 3,600 x 10^6 J
1 electron volt (eV) = 1,602 x 10^{-19} J
Angulo
1 radian (rad) = 57,30°
1° = 0,0 1745 rad
Presión
1 pascal (Pa) 1 N/m^2 = 1,450 x 10^4 lb/in^2
1 lb/in^2 = 6.895 x 10^{-5} Pa

l atmósfera (atm)= 1,013 x 10 Pa= 1,013 bar = 14,70 lb/in^2 = 760 torr

Potencia

1 horsepower (hp) = 550 ft.lb/s = 745,7 W

1 watt (W) = 0,7376 ft.lb/s

ANALISIS DIMENSIONAL

La especificación numérica de una cantidad física depende de las unidades que se empleen. Por ejemplo, aunque una distancia se mida en unidades de metros o pies o millas siempre será una distancia. Se dice que su dimensión es de longitud, la denominación no depende del sistema de unidades empleado.

Los símbolos usados para especificar la 1ongitud, la masa y el tiempo son L, M y T, respectivamente.

Para denotar las dimensiones de una cantidad se usan corchetes, por ejemplo de distancia $[\ell]$= L, de velocidad $[v]$ = L/T, de área $[A]$ = L^2.

Entre sus aplicaciones tenemos:

a) Verificación de una fórmula específica. El análisis dimensional utiliza el hecho de que las dimensiones se pueden tratar como cantidades algebraicas (se pueden sumar y restar sólo si se tienen las mismas dimensiones).

Si una ecuación se lee

A = B + C

Los términos A, B, y C deben tener las mismas dimensiones.

Ejemplo 1. Verificar la fórmula siguiente

$x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$, donde *x* y x_0 representan distancias, *v* es velocidad, *a* es aceleración y *t* es un intervalo de tiempo.

Solución.

Como

$$[x] = [x_0] + [vt] + \left[\frac{1}{2}at^2\right] = \text{L}$$

Y las dimensiones de la velocidad son L/T y de la aceleración L/T^2, tenemos:

$$[vt] = \left(\frac{\text{L}}{\text{T}}\right)(\text{T}) = \text{L}$$

$$\left[\frac{1}{2}at^2\right] = \left(\frac{\text{L}}{\text{T}^2}\right)(\text{T}^2) = \text{L}$$

Podemos ver que esta fórmula es correcta porque todos los términos tienen la dimensión de longitud.

b) Desarrollo de ecuaciones. Esto lo podemos ver en el ejemplo de encontrar la distancia recorrida por un cuerpo en caída libre.

Pongamos que esta caída puede depender de la masa, la aceleración de la gravedad y del tiempo.

$$x = f(m, g, t)$$

El procedimiento para el análisis dimensional es poner la expresión en la forma

$$x \propto m^a g^b t^c$$

Donde *a*, *b* y *c* son exponentes que deben ser determinados y el símbolo $\propto$ indica proporcionalidad. Esta ecuación es correcta únicamente si las dimensiones de ambos lados son iguales, como la dimensión de *x* es de longitud, la dimensión, del lado izquierdo también debe ser de longitud.

$$[m^a g^b t^c] = \text{L}$$

$$\text{M}^a \left(\frac{\text{L}}{\text{T}^2}\right)^b \text{T}^c = \text{L}$$

$$\text{M}^a \text{L}^b \text{T}^{c-2b} = \text{L}$$

Igualando exponentes en ambos miembros obtendremos

a = 0, *b* =1, *c*-2*b* = 0

De aquí *a* = 0, *b* = 1 y *c* = 2

Por lo tanto la expresión debe tener la forma

$x \propto gt^2$ o $x = kgt^2$

El análisis dimensional puede describir la forma de la ecuación pero no indica el valor de la constante *k*.

Ejemplo 2. Mediante el análisis dimensional determinar la expresión para la aceleración centrípeta de una partícula que describe un movimiento circular uniforme.

Solución.

Supongamos que la aceleración centrípeta depende de la velocidad, del radio de curvatura y el peso

$$a_c = kv^a R^b W^c$$

aceleración centrípeta $[a_c] = \frac{\text{L}}{\text{T}^2}$

velocidad $[v] = \frac{\text{L}}{\text{T}}$

radio $[v] = \text{L}$

peso $[W] = \frac{\text{ML}}{\text{T}^2}$

Reemplazando

$$\frac{\text{L}}{\text{T}^2} = \left(\frac{\text{L}}{\text{T}}\right)^a (\text{L})^b \left(\frac{\text{ML}}{\text{T}^2}\right)^c$$

$$\Rightarrow \text{LT}^{-2} = \text{L}^{a+b+c}\text{T}^{-a-2c}\text{M}^c$$

Igualando exponentes para L: $1 = a + b + c$

para T: $-2 = -a - 2c$

para M: $0 = c$

de donde obtenemos $a = 2$, $b = -1$ y $c = 0$

por lo tanto

$$a_c = kv^2 R^{-1} = k\frac{v^2}{R}$$

c) Convertir un sistema de unidades a otro. Si tenemos una fórmula en un sistema de unidades podemos convertirlo a una fórmula en otro sistema de unidades. Sean L_1, M_1, T_1 y L_2, M_2, T_2 sus unidades.

Si la cantidad G de una ecuación tiene dimensiones G = $L^a M^b T^c$. Se mide g_1 con la unidad G_1, y mide g_2 con la unidad G_2, la relación es:

$$g_1 G_1 = g_2 G_2 \Rightarrow g_2 = g_1 \frac{G_1}{G_2}$$

$$g_2 = g_1 \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^a \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^b \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^c$$

Ejemplo 3. Si en el sistema MKS la fórmula para el cálculo de la variable R de unidades kg/ms aparece

como $R = \left(\frac{5p}{1{,}782A + p}\right)^{\frac{1}{2}}$

Donde. p tiene unidades de m/s y A de km/m^3.
Hallar la fórmula en el Sistema Inglés.
1 kg = 2,2 1b l m = 3,28 pie

Solución.
Sean en el sistema MKS, L_1, M_1, T_1, y en el sistema Inglés, L_2, M_2, T_2.
Las relaciones entre estos sistemas son;

$$\frac{M_1}{M_2} = 2{,}2\ ,\ \frac{L_1}{L_2} = 3{,}28\ ,\ \frac{T_1}{T_2} = 1$$

En la ecuación $R = \left(\frac{5p}{1{,}782A + p}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$[R] = \frac{M}{LT}\ ,\ [p] = \frac{L}{T}\ ,\ [A] = \frac{M}{L^3}$$

La cantidad l,782 A tiene las mismas unidades que p

$$[1{,}782\ A] = [1{,}782][A] = [1{,}782\ ]\frac{M}{L^3} = \frac{L}{T}$$

Las unidades de 1,782 son

$$[1{,}782\ ] = \frac{L^4}{MT}$$

Observando la ecuación de R, concluimos que las unidades de 5 son las correspondientes a $(R)^2$.

$$[5\ ] = \frac{M^2}{L^2T^2}$$

Para obtener el valor correspondiente a 1,7132 en el sistema Inglés

$$g_1 \frac{L_1^4}{M_1T_1} = g_2 \frac{L_2^4}{M_2T_2} \Rightarrow g_2 = g_1 \frac{\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^4}{\left(\frac{M_1}{M_2}\right)\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}$$

$$\Rightarrow g_2 = 1{,}7132 \frac{(3{,}28)^4}{(2{,}2)(1)} = 95{,}75$$

Para obtener el valor correspondiente a 5 en el sistema Inglés

$$g_1 \frac{M_1^2}{L_1^2T_1^2} = g_2 \frac{M_2^2}{L_2^2T_2^2}$$

$$\Rightarrow g_2 = g_1 \frac{\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2}{\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow g_2 = 5\frac{(2{,}2)^2}{(3{,}28)^2(1)^2} = 2{,}25$$

Luego en el Sistema Inglés la ecuación correspondiente es

$$R = \left(\frac{2{,}25p}{95{,}75A + p}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Para comprobar esta expresión evaluemos
R_1 para $p_1 = 1\frac{m}{s}$, $A_1 = 1\frac{kg}{m^3}$ y R_2 para

$p_2 = 3{,}28\frac{pie}{s}$,

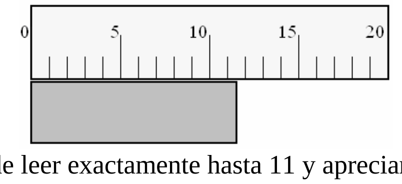
$$A_2 = \frac{2{,}2\ lb}{(3{,}28\ pie)^3} = 6{,}23\times10^{-2}\ \frac{lb}{pie^3}$$

Operando en las ecuaciones respectivas obtenemos

$$R_1 = 1{,}34\frac{kg}{m.s}\ \text{ y }\ R_2 = 0{,}899\frac{lb}{pie.s}$$

Realizando la conversión de unidades R_1 encontramos que es equivalente a R_2.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS
Cuando e realizan mediciones, los valores medidos se conocen únicamente dentro de los límites de la incertidumbre experimental, 1o datos medidos inherentemente no son exactos y si se registran en notación decimal consisten de un conjunto finito de dígitos llamados cifras significativas, la última de las cuales es conocida como cifra dudosa.
Cuando se mide una longitud mediante una regla se observa la lectura de un instrumento en el cual hay una escala, el punto de observación para la lectura llega a una posición como la que se indica en la figura siguiente.



Se puede leer exactamente hasta 11 y apreciar un dígito más, este último depende de cada persona puede ser 11,6 , 11,5 ó 11,7.
Si suponemos que nuestros instrumentos están adecuadamente construidos, entonces las lecturas que tomemos tendrán significado y serán reproducibles, excepto el último digito, el de los décimos de la

división más pequeña, será aunque con significado un poco incierto.
Por lo que no hay objeto en añadir una segunda cifra incierta. Una cifra significativa es cualquier dígito que denota la magnitud de la cantidad según el lugar que ocupa en un número. Por ejemplo si escribimos S/. 10,52, todas las cifras son significativas, el uno representa el número de decenas en soles, el 0 representa que no hay unidad de sol y es significativo y finalmente sabemos que tenemos 52 céntimos. En la expresión 0,01052 gr. el primer cero de la izquierda sirve para llamar la atención hacia la coma, el segundo cero muestra que el 1 ocupa el segundo lugar después de la coma. Estos ceros no son significativos, sin embargo el 0 entre 1 y 5 es significativo.
10,52 tiene cuatro cifras significativas (1, 0, 5 y 2)
0,01052 tiene cuatro cifras significativas (1, 0, 5 y 2)
La incertidumbre más pequeña posible con cualquier aparato de medición es mitad del límite de la lectura. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones generan una incertidumbre mayor que esto. La tabla siguiente enumera la incertidumbre de algunos equipos comunes del laboratorio.

Regla de metro	$\pm$ 0,05 cm
Calibrador vernier	$\pm$ 0,005 cm
Micrómetro	$\pm$ 0,005 mm
Reloj de segundos	$\pm$ 0,5 s
Cronómetro	$\pm$ 0,0005 s
Dinamómetro	$\pm$ 0,1 N

Cuando se anotan y se manipulan números obtenidos por medidas, serán de mucha ayuda las siguientes reglas:

Regla 1: Redondeo de un número -
En el proceso de rechazo de uno o varios de los últimos dígitos. La última cifra retenida se incrementará en 1 si la cifra rechazada es 5 o mayor.
Ejemplo.

Número dado	**Redondeo a**		
	Cuatro cifras	**Tres cifras**	**Dos cifras**
62,578	62,58	62,6	63
10 232	10 230	10 200	10 000
329 350	329 400	329 000	330 000

Regla 2: Suma y Resta
El número de cifras significativas de la suma o diferencia será redondeado desechando todas las cifras a la derecha del lugar ocupado por la cifra incierta en cualquiera de las cantidades que esté más hacia la izquierda, como se muestra en el ejemplo:

201,3	201,3
1,05	- 1,05
21,76	- 21,76
0,0013	- 0,0013
224,1113 = 224,1	178,4887 = 178,5

Regla 3: Multiplicación y División
El número de cifras significativas del producto cociente será redondeado a un número de Significativas igual a aquel componente de aproximación como se muestra en los ejemplos:
3,14159 x 21,13 = 66,38179 = 66,38
3,14159 / 21,13 = 0,14868 = 0,1487
Esto es porque 21,13 tiene sólo cuatro cifras significativas, el resultado se redondea a cuatro cifras significativas

Regla 4. Potencias y raíces
La potencia o raíz de un número de *n* cifras significativas se redondea a *n* cifras significativas. como se muestra en los ejemplos:

$$2{,}14^2 = 4{,}5796 = 4{,}58 \quad 2{,}14^3 = 9{,}800344 = 9{,}80$$
$$\sqrt{2{,}14} = 1{,}46287 = 1{,}46 \quad \sqrt[3]{2{,}14} = 1{,}288658 = 1{,}29$$

Ejemplo 4. ¿Cuáles son los resultados en las cifras correctas de las siguientes operaciones indicadas?
a) $2{,}5 \times 10^{-2} \times 20$
b) $3{,}32 \times 10^{3} + 3{,}2 \times 10$
c) $4{,}52 \times 10^{8} + - 4{,}2 \times 10^{3}$
d) $2{,}801 \times 4 \times 10^{-3}$
e) $6{,}2 \times 10^{4} / 3{,}0 \times 10$
Solución.
Aquí todos los números están expresados en notación científica.
Por ejemplo:
$0{,}025 = 2{,}5 \times 10^{-2} = 2{,}5(-02)$, tiene 2 cifras significativas
$20 = 2 \times 10 = 2(+1)$, tiene una cifra significativa.

a) $2{,}5 \times 10^{-2} \times 20 = 5 \times 10^{-1}$
b) $3{,}32 \times 10^{3} + 3{,}2 \times 10 = 3{,}35 \times 10^{3}$
c) $4{,}52 \times 10^{8} - 4{,}2 \times 10^{3} = 4{,}52 \times 10^{8}$
d) $2{,}801 \times 4 \times 10^{-3} = 11 \times 10^{-3}$
e) $6{,}2 \times 10^{4} / 3{,}0 \times 10 = 2{,}1 \times 10^{3}$

Ejemplo 5. Para determinar la densidad de un líquido se toman 10 cm^3 de éste. La masa del líquido medida en una balanza es 15,38g. ¿Cuál es la expresión correcta de la densidad?
Solución.
La densidad del líquido es

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{15{,}38}{10} = 1{,}538 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Siendo 10 el número con menos cifras significativas (2), el resultado se redondea a 2 cifras significativas.
La expresión correcta de la densidad es

$$\rho = 1{,}5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

ERRORES
Como hemos indicado las mediciones físicas involucran incertidumbre. El valor exacto de una magnitud medida es algo a lo cual intentamos aproximarnos pero que nunca conocemos. Un número de lecturas cuando se promedia se considera como el

mejor acercamiento al verdadero valor de una lectura, y la diferencia entre una lectura y la verdadera lectura o lectura exacta se llama error. Aquí la palabra error no significa equivocación sino una incertidumbre.

Error absoluto es la diferencia entre el valor aceptado N (asumimos conocido) y el valor aproximado $\overline{\mathrm{N}}$, obtenido por mediciones o cálculos.

$$e = \mathrm{N} - \overline{\mathrm{N}}$$

Error relativo es la relación entre el error absoluto e y el valor aceptado N

$$\bar{e} = \frac{e}{\mathrm{N}} = 1 - \frac{\overline{\mathrm{N}}}{\mathrm{N}}$$

Porcentaje de error es el número de partes por cada 100 en que un número está errado

$$e\% = (100e)\% = \left(1 - \frac{\overline{\mathrm{N}}}{\mathrm{N}}\right)\%$$

Cuando calcule el porcentaje de error en física elemental no use más de dos cifras significativas.
Por ejemplo si una pista para carreras de 3500 metros tiene 17 metros más.
El error absoluto o simplemente error es

$$e = 17 \text{ m}$$

El error relativo es

$$\bar{e} = \frac{17}{3500}$$

El porcentaje de error es

$$e\% = \frac{17}{3500} \times 100\% = 0{,}49\%$$

Clasificación de errores.

En los cálculos numéricos pueden ocurrir cinco tipos de errores básicos.

a) Error inherente (e_i). Es el error en los datos iniciales debido a mediciones, observaciones o registros inexactos.

b) Error de truncado e_t . Es el error creado por representar una función con sólo unos cuantos términos de una serie. Por ejemplo:

El valor correcto de $\mathrm{N} = \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = 1{,}000$

El valor aproximado de $\overline{\mathrm{N}}$ computado por expansión de series es:

$$\overline{\mathrm{N}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^5}{5!} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^7}{7!} \ldots$$

Si se usa solo el primer término.

$$e_t = \mathrm{N} - \overline{\mathrm{N}} = 1{,}00000 - \frac{\pi}{2} = -0{,}57080 \quad (-57\%)$$

Si se usan los dos primeros términos.

$$e_t = \mathrm{N} - \overline{\mathrm{N}} = 1{,}00000 - \frac{\pi}{2} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} = +0{,}07516$$

(+7,5%)

Si se usan los tres primeros términos.

$$e_t = \mathrm{N} - \overline{\mathrm{N}} = 1{,}00000 - \frac{\pi}{2} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^5}{5!}$$

= -0,00453 (-0,5%)

Si se usan los cuatro primeros términos.

$e_t = 0{,}00015$, el error de truncado ya es insignificante.

c) Error de redondeo (e_r), es el error introducido por redondeo de un decimal. Por ejemplo.
Si π = 3,14159
Si redondeamos a π = 3,14, entonces:

$e_r = 3{,}14159 - 3{,}14 = 0{,}00159$ y

$$e_r = \frac{0{,}00159}{3{,}14159} \times 100 = 0{,}05\%$$

d) Error de interpolación (e_p), es el error introducido por la aproximación de un valor por su equivalente interpolado. Por ejemplo:
Si conocemos la circunferencia de un círculo de l0 metros de diámetro y de otro circulo de 11 metros.

$C_{10} = 10\pi = 31{,}42$ m y

$$C_{11} = 11\pi = 34{,}56 \text{ m}$$

Por interpolación lineal la circunferencia de un círculo de 10,6 metros es:

$$C_{10,6} = C_{10} + (C_{11} - C_{10}) \times 0{,}6 = 33{,}30 \text{ m}$$

Pero el valor exacto es

$$C_{10,6} = 10{,}6 \times \pi = 33{,}31 \text{ m}$$

De aquí

$$e_p = 33{,}31 - 33{,}30 = 0{,}01 \text{ m}$$

o $e_p\% = \dfrac{0{,}01}{33{,}31} \times 100 = 0{,}03\%$

e) Error de aproximación (e_a), es el error introducido por la aproximación de una constante o una función por un valor elegido. Por ejemplo:
La aceleración debido a la gravedad g = 9,80665 m/s^2 puede aproximarse por:

$$g = \frac{51}{52} \times 10 = 9{,}80769 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow e_a\% = 0{,}01\%$$

mejor por

$$g = \frac{507}{517} \times 10 = 9{,}80658 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$e_a\% = 0{,}00\%$$

(El error aparece en el cuarto decimal)

Error cuadrático medio o **desviación normal** o **estándar**
En general cuando se realiza una medición cualquiera siempre se comete error, cuando repetimos las mediciones varias veces, encontramos casi siempre resultados diferentes para cada una, aunque empleemos el mismo método y el mismo aparato.
Las mediciones sucesivas de un objeto determinado presentan discrepancias debido a los errores al azar o aleatorios de las medidas. Si la longitud verdadera de una varilla es ℓ_0 la media aritmética de un gran número de medidas sucesivas será un número que representa la longitud media ℓ_m. Una medida Individual cualquiera tendrá una desviación de la media $e = \ell - \ell_m$, cantidad que puede ser positiva o negativa según ℓ sea mayor o menor que ℓ_m, es decir

$$\ell = \ell_m \pm e$$

Si elevamos al cuadrado cada uno de los valores de e y tomamos la media de todos los e^2, obtenemos e_m^2 que es la **varianza** de las medidas.

$$e_m^2 = \frac{\sum_{1=1}^{n} e_i^2}{n}$$

A la raíz cuadrada de esta medía se la conoce como el **error cuadrático medio** o **desviación normal** o **estándar** σ.

$$\sigma = \sqrt{e_m^2}$$

Cuanto mayor sea el número *n* de medidas, menor será la diferencia entre su media ℓ_m y la longitud verdadera ℓ_0, es decir el error estándar de la media, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, será menor. Por esto el mejor valor estimado de ℓ_0 es:

$$\ell = \ell_m \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \ell_m \pm \Delta\ell$$

En donde $\Delta\ell$ es la incertidumbre o error absoluto determinado a partir de *n* mediciones. En el caso de verdaderos errores aleatorios, la media ℓ_m cae en un 68 por ciento de las veces dentro de una distancia $\Delta\ell$ del valor verdadero pero desconocido ℓ_0.
De esta forma podemos presentar el resultado final de un experimento en el cual se mide varias veces una magnitud. Sin embargo, muchas veces realizamos sólo una medición de la magnitud. En este caso se considera generalmente que la incertidumbre o error absoluto es igual a la mitad de la división menor de la escala del instrumento. Por ejemplo: si para medir longitudes se usa una regla cuya división minina es 1 mm el error absoluto o incertidumbre de la medida es $\Delta\ell$ = 0,05 mm.

Ejemplo 6. Un estudiante realiza varias mediciones de la masa de un cuerpo, obteniendo los siguientes resultados: 35,73 g , 35,76 g , 35,80 g, 35,76 g, 35,70 g
¿Cuál es el mejor valor estimado de la masa del cuerpo?
Solución.
La masa media es:

$$m_m = \frac{35{,}73 + 35{,}76 + 35{,}80 + 35{,}76 + 35{,}70}{5}$$

= 35,75 g

La desviación de la media de cada medición es:

$$m_1 - m_m = 35{,}73 - 35{,}75 = -0{,}02$$
$$m_2 - m_m = 35{,}76 - 35{,}75 = 0{,}01$$
$$m_3 - m_m = 35{,}80 - 35{,}75 = 0{,}05$$
$$m_4 - m_m = 35{,}76 - 35{,}75 = 0{,}01$$
$$m_5 - m_m = 35{,}70 - 35{,}75 = -0{,}05$$

La varianza de las medidas es:

$$e_m^2 = \frac{(-0{,}02)^2 + (0{,}01)^2 + (0{,}05)^2 + (0{,}01)^2 + (-0{,}05)^2}{5}$$

= 0,0112

La desviación normal

$$\sigma = \sqrt{e_m^2} = \sqrt{0{,}0112} = 0{,}0334$$

La incertidumbre o error estándar de la medida es:

$$\Delta m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}0334}{\sqrt{5}} = 0{,}01496 = 0{,}02$$

El mejor valor estimado es:

$$m = m_m \pm \Delta m = 35{,}75 \pm 0{,}02$$
$$m = (35{,}75 \pm 0{,}02)\,\text{g}$$

Si hubiéramos realizado una sola medición con una balanza cuya menor división es de 0,1 g la incertidumbre seria 0,05 y el resultado de la medición podría expresarse así:

$$m = (35{,}75 \pm 0{,}05)\,\text{g}$$

Observemos que en ambos casos la incertidumbre corresponde al segundo orden decimal (0,02 y 0,05 respectivamente) incidiendo por lo tanto en la cifra 5, que es la cifra dudosa.

PROPAGACIÓN ERRORES

La determinación experimental de algunas cantidades físicas tales como densidad o volumen se obtienen por medición directa. Generalmente, la cantidad a determinar se re1aciona de alguna manera conocida a una o más cantidades medibles. El procedimiento es medir estas cantidades y con estas calcular por medio de relaciones conocidas la cantidad original. Por ejemplo el volumen de un cilindro puede conocerse si tenemos su longitud y Su diámetro. Estas pueden medirse directamente, cada una con su intervalo de

error asociada, Estos intervalos de error determinan el Intervalo de error de la cantidad calculada. Es importante saber como hacer esta determinación de la propagación de errores.
A continuación determinemos los errores para diferentes situaciones.
a) Suma de dos o más variables.
Consideremos $z = x + y$.

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y)$$

Puesto que *x* e *y* tienen las incertidumbres Δx y Δy , ¿cuál es la incertidumbre Δz en *z*?
Los mayores valores posibles para *x* e *y* son $x + \Delta x$ e $y + \Delta y$, respectivamente, dando un valor superior de $\Delta z = \Delta x + \Delta y$.
Los menores valores posibles para *x* e *y* son $x - \Delta x$ e $y - \Delta y$, respectivamente, dando un valor inferior de $\Delta z = -(\Delta x + \Delta y)$.
Es decir, los valores límites para *z* son

$$z = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$$

Sin embargo, no utilizamos los $(\Delta x + \Delta y)$ como la incertidumbre.
La razón es que para que *z* realmente valga $z = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$ se necesita que la incertidumbre en la medición, tanto de *x* como de *y*, sea tal que los dos resultados experimentales sean subestimaciones.
Más probable es que uno de los resultados sea un poco bajo y el otro un poco alto. Si éste es el caso, la incertidumbre en una de las mediciones puede compensar, en parte, la incertidumbre en la otra.
Para tomar en cuenta esta posibilidad, lo que hacemos no es sumar las incertidumbres, sino que calculamos

$$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Esta manera de combinar las incertidumbres, sumándolas elevadas al cuadrado, se llama suma en cuadratura.
La incertidumbre Δz calculada de esta manera es siempre mayor que las a Δx y Δy por separado, pero menor que la suma $\Delta x + \Delta y$. La diferencia entre simplemente sumar las incertidumbres y sumarlas en cuadratura es que la suma simple da la incertidumbre máxima en el resultado, mientras que la suma en cuadratura da la incertidumbre más probable.
b) Diferencia de dos variables
Consideremos $z = x - y$.

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y)$$

La incertidumbre que queremos es la incertidumbre más probable, que viene a ser la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de las incertidumbres

$$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Por lo tanto, tenemos una regla para la propagación de incertidumbres Cuando sumamos o restamos dos magnitudes la incertidumbre en el resultado es la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de las incertidumbres en las magnitudes.

Ejemplo 7. Medimos la masa de un tomillo y obtenemos $m_1 \pm \Delta m_1 = (253 \pm 5)\,\text{g}$, luego medimos también la masa de una tuerca, $m_2 \pm \Delta m_2 = (48 \pm 5)\,\text{g}$. ¿Cuánto vale la masa *M* del tornillo y la tuerca juntos?
Solución.
Evidentemente, la masa *M* es

$$M = m_1 + m_2 == 253 + 48 = 301\,\text{g}$$

La Incertidumbre en la suma es

$$\Delta M^2 = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2} = \sqrt{50} = 7 \text{ g}$$

y el resultado final es

$$M = (301 \pm 7)\,\text{g}$$

Ejemplo 8. ¿Cuál es la diferencia *M’* entre las masas m_1 y m_2 del tornillo y la tuerca respectivamente?
Solución.
Evidentemente, la masa *M’* es

$$M' = m_1 - m_2 == 253 - 48 = 205\,\text{g}$$

La Incertidumbre en la diferencia también es

$$\Delta M'^2 = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2} = \sqrt{50} = 7 \text{ g}$$

y el resultado final es

$$M' = (205 \pm 7)\,\text{g}$$

c) Producto de dos o más variables.
Supongamos $z = xy$

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)(y \pm \Delta y)$$
$$= xy \pm y\Delta x \pm x\Delta y + \Delta x\Delta y$$

el error de z es $\Delta z = y\Delta x + x\Delta y$
considerando el mayor valor posible y no tomando en cuenta $\Delta x\Delta y$ por se el producto de dos cantidades pequeñas.
El significado de esto se más claramente en el error relativo.

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{y\Delta x + x\Delta y}{xy} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

Ejemplo 9. ¿Cuál es el producto de $(2,6 \pm 0,5)$ cm y $(2,8 \pm 0,5)$ cm?
Solución.
Primero, determinamos el producto de 2,6cm x 2,8cm = 7,28 cm^2

Error relativo 1 = $\dfrac{0,5}{2,6}$ = 0,192

Error relativo 2 = $\dfrac{0,5}{2,8}$ =0,179

Suma de los error relativos = 0,371 o 37,1 %

Error absoluto = 0,37l x 7,28 cm^2 o 3,71 % x 7,28 cm^2 = 2,70cm^2
Los errores son expresados con una cifra significativa = 3 cm^2
El producto es igual a 7,3 ± 3 cm^2

d) Potencias y raíces.

Sea $z = x^n$
Donde n es el número entero o fracción positivo o negativo.

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)^n$$

Esto se puede escribir

$$z \pm \Delta z = x^n \left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)^n$$

Haciendo la expansión binomial de $\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n$

$$\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n =$$

$$1 + n\frac{\Delta x}{x} + \frac{n(n-1)}{2!}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^3 + ...$$

ignorando las potencias mayores que 1 de Δx

$$\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n = 1 + n\frac{\Delta x}{x}$$

De aquí

$$z \pm \Delta z = x^n \left(1 \pm n\frac{\Delta x}{x}\right)$$

El error de z es $\Delta z = nx^{n-1}\Delta x$
Y el error relativo es

$$\frac{\Delta z}{z} = n\frac{\Delta x}{x}$$

Ejemplo 10. Encontrar el error en el cálculo de $z = x^2$

Solución.

$$\Delta z = 2x^{2-1}\Delta x = 2x\Delta x$$

E error relativo es

$$\frac{\Delta z}{z} = 2\frac{\Delta x}{x}$$

Ejemplo 11. Encontrar el error en el cálculo de $z = \sqrt{x} = x^{1/2}$

Solución

$$\Delta z = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}\Delta x = \frac{1}{2}\frac{\Delta x}{\sqrt{x}}$$

E error relativo es

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{1}{2}\frac{\Delta x}{x}$$

Ejemplo 12. Encontrar el error en el cálculo de

$$z = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

Solución.

$$\Delta z = -3x^{-3-1}\Delta x = -3x^{-4}\Delta x = -3\frac{\Delta x}{x^4}$$

Como los errores son indeterminados debemos elegir el signo de tal manera que éste sea el máximo, por esto:

$$\Delta z = 3\frac{\Delta x}{x^4}$$

y el error relativo es

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{3\frac{\Delta x}{x^4}}{\frac{1}{x^3}} = 3\frac{\Delta x}{x}$$

e) Cocientes.

Supongamos $z = \frac{x}{y}$

$$z \pm \Delta z = \frac{(x \pm \Delta x)}{(y \pm \Delta y)}$$

Esto se puede escribir como:

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)(y \pm \Delta y)^{-1}$$

$$= x\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)\frac{1}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$$

$$\approx \frac{x}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)\left(1 \mp \frac{\Delta y}{y}\right)$$

$$\approx \frac{x}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x} \pm \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta x}{x}\frac{\Delta y}{y}\right)$$

Ignorando el último término por se muy pequeño y tomando el valor máximo para Δz .
El error de *z* es:

$$\Delta z = \frac{x}{y}\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right) = \frac{y\Delta x + x\Delta y}{y^2}$$

El error relativo es:

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\frac{y\Delta x + x\Delta y}{y^2}}{\frac{x}{y}} = \frac{y\Delta x + x\Delta y}{xy} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

Ejemplo 13. Supongamos que queremos calcular la densidad ρ de un cilindro de metal habiendo medido su masa *M*, su longitud *L* y su diámetro *D*. Al mismo tiempo queremos calcular el error relativo resultante de los errores en las cantidades medidas. Sabemos que la densidad está dada por la ecuación

$$\rho = \frac{M}{\pi (D/2)^2 L} = \frac{4M}{\pi D^2 L}$$

Solución.

$$\rho = \frac{4M}{\pi D^2 L} = \frac{4}{\pi} M D^{-2} L^{-1}$$

Como 4 y π son cantidades exactas no tienen error.

El error relativo de *M* es $\frac{\Delta M}{M}$

El error relativo de *D* es $\frac{2\Delta D}{D}$

El error relativo de *L* es $\frac{\Delta L}{L}$

De aquí

El error relativo de ρ es

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta L}{L}$$

Ejemplo 14. El volumen de un cilindro de base circular es $V = \pi R^2 L$. ¿Cuánto vale la incertidumbre o error en el volumen en términos de las incertidumbres ΔR y ΔL ?

Solución.

Como π es cantidad exacta no tienen error.

El error relativo de *R* es $\frac{2\Delta R}{R}$

El error relativo de *L* es $\frac{\Delta L}{L}$

De aquí

El error relativo de *V* es

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L}{L}$$

Y el error absoluto:

$$\Delta V = \left(2\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L}{L}\right) V = \pi R\left(2\Delta R + \frac{R}{L}\Delta L\right)$$

Ejemplo 15. Supongamos que queremos medir el periodo *T* de un oscilador, es decir, el tiempo que tarda en efectuar una oscilación completa, y disponemos de un cronómetro que aprecia las décimas de segundo, 0,1 s. Medimos el tiempo que tarda en hacer 10 oscilaciones, por ejemplo 4,6 s, dividiendo este tiempo entre 10 resulta *t* =0,46 s, ¿cómo se expresa la medida?

Solución.

$$T = \frac{t}{10}, \ \Delta T = \frac{\Delta t}{10}$$

Obtenemos para el error $\Delta T = \frac{0{,}1}{10} = 0{,}01\,\text{s}$. Por tanto, la medida la podemos expresar como

$$T = (0{,}46 \pm 0{,}01)\,\text{s}$$

Ejemplo 16. La medida de los lados de un rectángulo son $(1{,}53 \pm 0{,}06)$ cm, y $(10{,}2 \pm 0{,}1)$ cm, respectivamente. Hallar el área del rectángulo y el error de la medida indirecta.

Solución.

El área es $A = 1{,}53 \times 10{,}2 = 15{,}606$ cm^2

Como debe de tener solamente 3 cifras significativas

$$A = 15{,}6\,\text{cm}^2$$

El error relativo del área

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{0{,}06}{1{,}53}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{10{,}2}\right)^2} = 0{,}0404422504$$

El error absoluto del área

$$\Delta A = 0{,}0404422504(1{,}53 \times 10{,}2) = 0{,}63083$$

El error absoluto con una sola cifra significativa es 0,6.

La medida del área junto con el error y la unidad se escribirá como

$$A = (15{,}6 \pm 0{,}6)\,\text{cm}^2$$

Ejemplo 17. Se mide x con una incertidumbre Δx y se calcula $y = \ln x$. ¿Cuánto vale Δy ?

Solución.

$$y + \Delta y = \ln(x + \Delta x)$$

En este caso podemos usar aproximaciones para cantidades pequeñas, cuando $|x| << 1$, tales como:

$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$, $e^x \approx 1 + x$, $\ln(1 + x) \approx x$, $\text{sen}x \approx x$, $\cos x \approx 1$, $\tan x \approx x$

En nuestro caso

$$y + \Delta y = \ln(x + \Delta x) = \ln x\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$$

$$= \ln x + \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) \approx \ln x + \frac{\Delta x}{x}$$

Como $\frac{\Delta x}{x} << 1$ podemos aplicar

$\ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) \approx \frac{\Delta x}{x}$, luego:

$$y + \Delta y = \ln x + \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) \approx \ln x + \frac{\Delta x}{x}$$

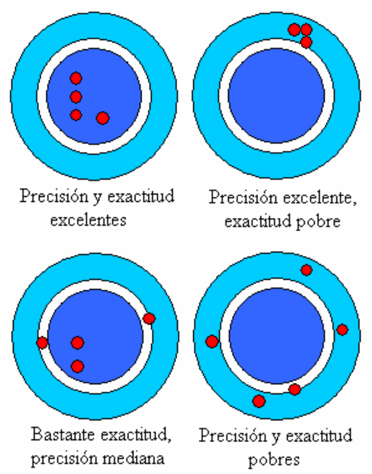
Siendo $y = \ln x$:

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{x}$$

PRECISIÓN Y EXACTITUD

Los términos "PRECISION " y "ACCURACY" del idioma inglés no son sinónimos, para efectos de lenguaje estadístico traduciremos "Precision" como precisión y "Accuracy" como exactitud, estableciendo diferencias claras entre las dos palabras.

La precisión es una indicación de la concordancia entre un número de medidas hechas de la manera indicada por el error absoluto. Un experimento de gran precisión tiene un bajo error al azar.
La exactitud es una indicación de cuan cercana está una medida al valor aceptado indicado por el error relativo o del porcentaje de error en la medida. Un experimento de gran exactitud tiene un error sistemático bajo.
Así como la obtención de una serie de medidas con las unidades correctas, se requiere una indicación del error experimental o el grado de incertidumbre en las medidas y la solución. Cuanto mayor es la exactitud y la precisión en nuestras investigaciones, más bajo es el grado de incertidumbre.
Las cuatro figuras a continuación ilustran la diferencia:

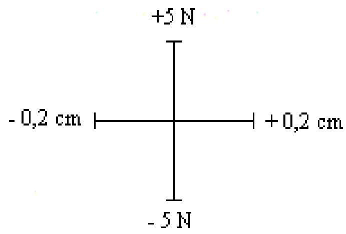


RANGO DE ERROR O INCERTIDUMBRE

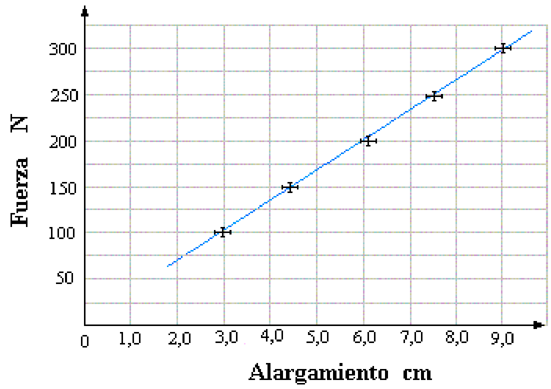
Cuando una respuesta se expresa como valor con incertidumbre tal como 2,3 ± 0,1 cm, entonces la gama de la incertidumbre es evidente. ¿El valor cae entre 2,4 (2,3 + 0,1) y 2,2 (2,3 - 0,1) cm. En la física, determinamos a menudo la relación que existe entre las variables. Para visión la relación, podemos realizar una investigación y trazar un gráfico del eje dependiente) contra la variable independiente (eje *x*). Considere un resorte que tenga varios pesos, unido a él. A mayor peso se une a un resorte, el resorte extiende más lejos de su posición del equilibrio. La tabla siguiente muestra algunos valores para esta investigación de Fuerza/alargamiento.

Fuerza ± 5 N	100	150	200	250	300
Alargamiento ± 0,2 cm	3,0	4,4	6,2	7,5	9,1

Cuando se traza un gráfico de la fuerza contra el alargamiento, la línea del mejor ajuste no pasa por cada punto. Una barra del error se puede utilizar para dar una indicación del rango de la incertidumbre para cada punto según se muestra en la figura a continuación Fuerza/alargamiento.



En la dirección vertical, dibujamos una línea arriba y abajo para que cada punto muestre la gama de incertidumbre del valor de la fuerza. Entonces ponemos una pequeña línea marcadora horizontal en el límite del extremo incierto para el punto.
En la dirección horizontal, dibujamos una línea a la izquierda y a la derecha para que cada punto muestre la gama de incertidumbre del valor de la extensión. Entonces ponemos una pequeña línea marcadora línea vertical en el límite del extremo incierto para el punto.
Cuando todos los puntos de la tabla se trazan en un gráfico, la línea del mejor ajuste con las barras apropiadas de error se muestra en la figura siguiente y se puede ver que la línea del mejor ajuste cae dentro del rango de la incertidumbre de la barra del error.



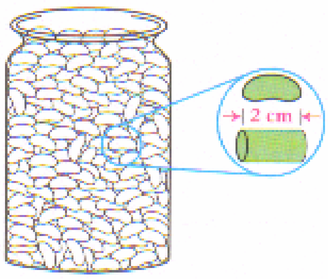
ESTIMADOS Y CÁLCULOS DEL ORDEN DE MAGNITUD

Hasta donde hemos visto, es importante cuidar el seguimiento de las incertidumbres en la medición cuando se calculan las respuestas a los problemas. En algunas ocasiones, tanto en la vida cotidiana como en el quehacer científico, es necesario resolver un problema del que no tenemos información suficiente para obtener una respuesta precisa. A menudo podemos obtener una respuesta útil mediante la estimación de los valores de las magnitudes apropiadas. Estas estimaciones, realizadas generalmente a la potencia de diez más cercana, se denominan estimaciones del orden de magnitud. El cálculo resultante del orden de magnitud no es exacto, pero generalmente es correcto con un factor de diez. El conocimiento justo del orden de magnitud de las cantidades físicas con frecuencia nos proporciona información suficiente para obtener una comprensión útil de la situación física y la capacidad para formarnos un juicio y hacer cálculos para la construcción de modelos.
Realizar estimaciones de magnitud con frecuencia es sencillo. Por ejemplo, imagine que va a la escuela por

primera vez y que quiere estimar cuánto dinero necesitara para comprar libros. Usted conoce que la carga habitual para la mayor parte de los estudiantes es de cinco materias, y que en cada una se necesita un libro de texto.
Con estos datos puede estimar el costo de un solo libro con el razonamiento siguiente. Sabe por experiencia que S/. 1 es demasiado bajo y que S/. 100 es demasiado alto. Incluso S/. 10 es bajo. Una estimación razonable puede ser S/. 50. Así, el costo estimado de los libros para un semestre es de 5 x S/. 50 = S/. 250. Aunque el resultado no es exacto, está dentro del orden de magnitud correcto y proporciona una estimación razonable a un problema real. El siguiente ejemplo ilustra la aplicación de las estimaciones del orden de magnitud.

Cuando hacemos cálculos de este tipo con frecuencia también efectuamos otras aproximaciones. Al remplazar π por 3 o remplazar $\sqrt{2}$ por 3/2 hacemos pocas diferencias en el orden de magnitud, pero hacerlo simplifica mucho los cálculos. Los ejemplos siguientes ilustran esta técnica.

Ejemplo 18. Una tienda ofrece un premio al cliente que adivine con la mayor aproximación el número de caramelos de goma que llenan un frasco de un litro exhibido en un mostrador de la tienda. (Un litro es igual a 1000 cm^3.) Estime cual será el número.



Solución.
Una revisión cuidadosa del frasco (véase la figura) revela varias cosas. Los caramelos de goma pueden aproximarse vagamente a pequeños cilindros de casi 2 cm de largo por aproximadamente 1,5 cm de diámetro. Además, los caramelos no están apretados en el frasco; posiblemente tan só1o se ha llenado 80% de éste. Podemos hacer uso de estas observaciones para estimar el número de caramelos que hay en el frasco.

$$\text{Número de caramelos} = \frac{\text{Volumen ocupado del frasco}}{\text{Volumen de un caramelo}}$$

EI volumen ocupado del frasco = 0,8 x 1000 = 800 cm^3,
Volumen de un caramelo =

$$h\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx 2\text{cm}\times 3\left(\frac{\frac{3}{2}\text{cm}}{2}\right)^2 \approx \frac{27}{8}\text{cm}^3$$

Así, el número aproximado de caramelos que hay en el frasco es:

$$\text{Número de caramelos} \approx \frac{800\text{cm}^3}{\frac{27}{8}\text{cm}^3} \approx 240 .$$

Un conteo realizado de los caramelos que llenan un frasco de un cuarto (0,95 litros) dio 255 caramelos.

MODELOS IDEALIZADOS
Ordinariamente usamos la palabra "modelo" para referimos a una réplica en menor escala (digamos, de un ferrocarril) o a una persona que exhibe ropa (o se exhibe sin ropa). En física, un modelo es una versión simplificada de un sistema físico que sería demasiado complejo si se analizase de forma detallada. Por ejemplo, supongamos que nos interesa analizar el movimiento de una pelota de béisbol lanzada en el aire. ¿Qué tan complicado es el problema? La pelota no es perfectamente esférica ni perfectamente rígida: tiene costuras, está girando y se mueve en el aire. El viento y la resistencia del aire afectan su movimiento, la Tierra gira, el peso de la pelota varía un poco al cambiar su distancia respecto al centro de la Tierra, etc. Si tratamos de incluir todos estos factores, la complejidad del análisis nos abrumará. En vez de ello, inventamos una versión simplificada del problema. Omitimos el tamaño y la forma de la pelota representándola como objeto puntual, o partícula. Despreciamos la resistencia del aire haciendo que la pelota se mueva en el vacío, nos olvidamos de la rotación terrestre y suponemos un peso constante. Ahora tenemos un problema sencillo de tratar.
Para crear un modelo idealizado del sistema debemos pasar por alto muchos efectos menores y concentramos en las características más importantes. Claro que hay que ser cuidadosos para no despreciar demasiadas cosas. Si ignoramos totalmente los efectos de la gravedad, nuestro modelo predecirá que si lanzamos la pelota hacia arriba ésta se moverá en línea recta y desaparecerá en el espacio. Necesitamos algún criterio y creatividad para crear un modelo que simplifique lo suficiente un problema sin omitir sus características esenciales.
Al usar un modelo para predecir el comportamiento de un sistema, la validez de las predicciones está limitada por la validez del modelo. La predicción de Galileo respecto a la caída de los cuerpos corresponde a un modelo idealizado que no incluye la resistencia del aire. El modelo funciona bien para una bala de cañón, pero no para una pluma.
El concepto de modelos idealizados es muy importante en física y en tecnología. Al aplicar principios físicos a sistemas complejos siempre usamos modelos idealizados, y debemos tener presentes las suposiciones que hacemos. De hecho, los principios mismos se expresan en términos de modelos idealizados; hablamos de masas puntuales, cuerpos rígidos, aislantes ideales, etc. Estos modelos desempeñan un papel crucial en este libro. Trate de

distinguirlos al estudiar las teorías físicas y sus aplicaciones a problemas específicos.

¿COMO ESTUDIAR FISICA?

Para estudiar física es necesario dar atención especial a los significados específicos de las palabras para poder entender el material, deben estudiarse detenidamente los gráficos, dibujos, tablas y fotografías incluidos para entender claramente los principios físicos involucrados.

Gran parte de lo que se aprenderá será en las clases. Deberán aprender a tomar apuntes exclusivamente de las partes significativas de cada lección y concentrarse por completo en lo que el profesor está diciendo, estos apuntes son necesariamente breves y carentes de relación. Por lo tanto, es recomendable tener un cuaderno ordenado con las notas de clase completando con apuntes tomados del estudio de los libros. Hagan esto tan pronto como sea posible después de clase, esto permitirá tener un conjunto de notas claras e inteligibles para repaso; ayudará a detectar las áreas débiles de conocimiento.

La parte más importante de los apuntes son los problemas resueltos. Resuélvanse todos los ejemplos vistos en clase y los dejados como tarea.

Richard Feynman premio Nóbel en física dijo: "usted no sabe nada sobre algo hasta que lo ha practicado".

La habilidad para resolver problemas no es sólo una prueba del dominio que cada cual posee de la ciencia, sino también un índice del crecimiento de nuestra propia capacidad como herramienta en las futuras tareas del intelecto.

Se recomienda desarrollar las habilidades necesarias para resolver un amplio rango de problemas. La habilidad para resolver problemas puede ser la principal prueba de los conocimientos. Es esencial que se comprendan los principios y conceptos básicos antes de intentar resolver problemas.

En física general los exámenes se componen principalmente de problemas a resolver, es muy importante que se entiendan y recuerden las hipótesis que sirven de base a una teoría o formalismo en particular.

Para la resolución de problemas se incluyen cinco etapas básicas:

a) Dibuje un diagrama con ejes coordenados si son necesarios y ponga las notaciones identificatorias, con esto podemos eliminar errores de signo.

b) Identifique el principio básico, incógnitas, listando los datos y las incógnitas.

c) Seleccione una relación básica o encuentre una ecuación que se pueda utilizar para determinar la incógnita y resuélvala simbólicamente. En esta forma se evitan errores y ayuda a pensar en términos físicos el problema.

d) Sustituya los valores dados con las unidades apropiadas dentro de la ecuación y obtenga el valor numérico de la incógnita.

e) Verificación y revisión del resultado por medio de las siguientes preguntas:

¿Las unidades coinciden?

¿Es razonable el resultado?

¿Es apropiado el signo? ¿Tiene significado?

Una vez que el estudiante ha desarrollado un sistema organizado para examinar problemas y extraer la información relevante, tendrá confianza y seguridad cuando tenga que resolverlos.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Suponga que está planeando un viaje en automóvil a otra ciudad y estima el tiempo que se requiere para ir allá. Demuestre cómo esta estimación depende de un modelo. ¿Cómo se ha descrito en el texto y qué tan confiable es?

2. Dé un ejemplo personal del uso de un modelo para el análisis de los datos medidos.

3. Explique la idea básica detrás de la conversión de unidades.

4. Explique la diferencia en significado de las tres cantidades 10 m, 10.0 m y 10.00 m.

5. ¿Cuál de los números siguientes se da con tres cifras significativas: 0,003 m, 0,32 cm, 0,320 cm, 3,21 mm o 3,213 mm?

6. Un estudiante mide un rectángulo con una regla cuya medida varía ± 1 mm. Encuentra que la altura es 37 mm y el acho 46 mm. ¿Por qué debe informar que el área del rectángulo 1700 mm^2 en lugar de 1702 mm^2?

7 ¿Qué modelo describe en la forma más sencilla las observaciones siguientes?

a) Una pelota colocada en cualquier lugar sobre el piso permanece en reposo.

b) Una pelota colocada en cualquier lugar sobre el piso empieza a rodar.

c) Dé otros modelos más sencillos para estas observaciones.

Respuesta.

a) Bola esférica uniforme sobre un piso horizontal.

b) Bola esférica uniforme sobre un piso inclinado.

c) Para a) la bola tiene una parte plana o no es uniforme y para b) la bola es asimétrica y empieza a rodar hacia su lado más pesado.

8. Se lanza un dado muchas veces con los resultados siguientes para el número que aparece en su cara superior: 1, 63 veces; 2, 58 veces; 3, 62 veces; 4, 63 veces; 5, 75 veces y 6, 61 veces. ¿Qué modelo puede hacer para el dado?

Respuesta.

El dado es más pesado hacia el punto 2.

9. Un cubo de metal flota en un líquido. ¿Cuál es el modelo más sencillo del cubo y del líquido? ¿Hay otros modelos?
Respuesta.
El cubo tal vez sea hueco si flota en el agua. Alternativamente, el cubo es sólido pero flota en un líquido que es más denso que él.

10. Un litro (*L*) es un volumen de 10 cm^3. ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en 2,5 mililitros?
Respuesta.
2,5 cm^3

11. ¿Qué tan lejos viaja la luz en un vacío en 1,0 nanosegundos (Velocidad de la luz = 3,0 x $l0^8$ m/s.)
Respuesta
30cm

12. Los granos negros en algunos tipos de películas fotográfica son de aproximadamente 0,8 μ m de sección. Asuma que los granos tienen una sección transversal cuadrada y que todos quedan en un solo plano de la película. ¿Cuántos granos se requieren para oscurecer completamente 1 cm^2 de película?
Respuesta.
1,6 x 10^8

13. Una fórmula se lee $y = ½ at^2$, donde *y* está en metros y *t* en segundos. ¿Cuáles son las dimensiones de *a*?
Respuesta.
m/s^2

14. ¿Cuál es la altura en centímetros de una persona cuya estatura es 5'l1''?
Respuesta.
180cm

15. ¿Cómo es 40,2 mi expresado en kilómetros?
Respuesta
64,7 km

16. Exprese 130 km/h en términos de millas por hora.
Respuesta.
80,8 mi/h

17 Una tienda anuncia un tapete que cuesta US $18,95 por yarda cuadrada. ¿Cuánto cuesta el tapete por metro cuadrado?
Respuesta.
22,66 dólares/m^2

18. Cuando la gasolina se vende a US $1,609 por galón, ¿cuál es el precio en dólares por litro? (1 gal = 3,l7853 L)
Respuesta.
0,282 dólares/L

19. ¿Cuál es el área en centímetros cuadrados de un pedazo de papel de 8 pulg x 14 pulg?
Respuesta.
1.25 768 cm^2

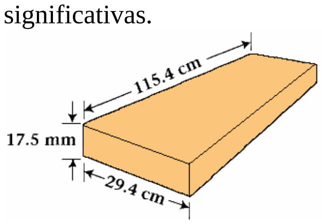
20. Los listones de madera en una cerca están espaciados 6,0 pulgadas, de centro a centro. ¿Cuántos listones están contenidos en un metro de valla?
Respuesta.
6,6

21. La Luna gira sobre su eje cada 271/3 días de modo que la misma cara está siempre hacia la Tierra. ¿A cuántos grados rotará la Luna respecto a su propio eje en una hora?
Respuesta.
0,549°

22. ¿Cuántas revoluciones hace el segundero de un reloj en tres años? Suponga que no hay año bisiesto en el intervalo.
Respuesta.
1,58 x 10^6 revoluciones

23. La Tierra tiene una masa de 5.98 x 10^{24} kg y un radio de 6,38 x 10^6 m. a) ¿Cuál es la masa por unidad de volumen de la Tierra en kg/m^3? b) ¿Cuál es la masa por unidad de volumen de un núcleo de oro que tiene una masa de 3,27 x 10^{25} kg y un radio de 6,98 x 10^{-15} m? c) ¿Cuál sería el radio de la Tierra si su masa no cambiara, pero tuviera la misma masa, por unidad de volumen, que el núcleo de oro?
Respuesta.
a) 5,50 x 10^3 kg/m^3, b) 2,30 x 10^{17} kg/m^3, c) 184 m

24. Calcule el volumen de la tabla rectangular con altura de 17,5 mm, ancho de 29,4cm y longitud 115,4 cm. Recuerde la regla que se refiere a las cifras significativas.



Respuesta.
5,94 x 10^3 cm^3

25. Si usted mide los lados de un cuadrado y son de diez centímetros con una exactitud de ±1 %, ¿cuál es el área del cuadrado y cuál es la incertidumbre?
Respuesta.
(100 ± 2) cm^2

26. Sume los números siguientes: 3,57 x 10^2, 2,43 x 10^3 y 4,865 x 10^2.
Respuesta.
3,27 x 10^3

27. Un legajo de papel copia tiene 5,08 cm de espesor. ¿Cuál es el espesor de una sola hoja del papel? Exprese su respuesta en m y mm.
Respuesta.
1,02 x 10^{-4} m o 0,102 mm

28. El piso rectangular de un gimnasio tiene lados de longitud de $x \pm \Delta x$ por $y \pm \Delta y$ donde Δx y Δy son las incertidumbres estimadas en las mediciones y son pequeñas comparadas con x e y. Demuestre por cálculo directo que el área del piso y la incertidumbre en esa área están dadas por
$A = xy \pm xy\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right)$ cuando se ignoran términos muy pequeños, del orden de $(\Delta x)^2$. (En la mayor parte de los casos, este resultado sobrestima la incertidumbre en el área, porque no toma en consideración que las incertidumbres en las longitudes, Δx y Δy, provienen de una serie de medidas, que tienen una dispersión natural en sus valores.)

29. Estime el espesor de las páginas de un libro. Dé su resultado en milímetros.
Respuesta.
Aproximadamente 0,06 mm

30. Alrededor de cuántos ladrillos se requieren para construir una pared de altura hasta el hombro de 100 pies de largo? Los ladrillos estándar tienen 8 pulg de largo por 2 1/4 pulg de alto y están separados por 3/8 de pulgada de mortero.
Respuesta.
3,3 x 10^3 ladrillos

31. ¿Cuál es el volumen en milímetros cúbicos de un cubo de 1,00 pulg por lado?
Respuesta.
1,64 x 10^4 mm^3

32. En algunos países el consumo de gasolina de un automóvil se expresa en litros consumidos por 100 km de viaje. Si un automóvil logra 27 millas/galón, cuál es el consumo de combustible en litros por 100 km? (1 gal = 3,7853 L)
Respuesta.
8,7 L/100 km

33. La velocidad del sonido a la temperatura ambiente es 340 m/s. Exprese la velocidad del sonido en unidades de millas por hora.
Respuesta.
761 mi/h

34. a) ¿Cuántos milisegundos hay en un minuto? ¿Cuántos gigasegundos hay en un siglo?
Respuesta.
a) 1 min = 60000 ms, b) 1 siglo = 3,16 Gs

35. a) Calcule la altura de un cilindro de radio R que tiene el mismo volumen de una esfera de radio R. b) Demuestre que el cilindro tiene un área superficial mayor que la esfera.
Respuesta.
$$h = \frac{4}{3}R$$

36. Considere una esfera que se ajusta exactamente dentro de un cubo. ¿Cuál es la relación del volumen de la esfera al volumen del cubo?
Respuesta.
$\pi / 6$

37. Un vaso cilíndrico para malteada tiene un radio interior medido de $r \pm \Delta r$ y una altura de $h \pm \Delta h$. Demuestre que el volumen del vaso es
$V = \pi r^2 h \pm 2\pi h \Delta r \pm \pi r^2 \Delta h$ si se ignoran los términos muy pequeños del orden $(\Delta r)^2$