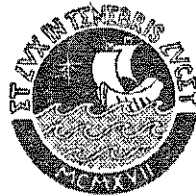


PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA



AMPLIFICACION DEL MOMENTO TORSOR
EN EDIFICIOS DE HASTA TRES PISOS

JOSE ANTONIO DELPIANO PUELMA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA

PUBLICACION DI - 77 - 02

JUNIO, DE 1977

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA



AMPLIFICACION DEL MOMENTO TORSOR
EN EDIFICIOS DE HASTA TRES PISOS

JOSE ANTONIO DELPIANO PUELMA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA

PUBLICACION DI - 77 - 02

JUNIO, DE 1977

AMPLIFICACION DEL MOMENTO TORSOR EN
EDIFICIOS DE HASTA TRES PISOS

JOSE ANTONIO DELPIANO PUELMA

Departamento de Ingeniería
Publicación DI-77-02

AMPLIFICACION DEL MOMENTO TORSOR EN
EDIFICIOS DE HASTA TRES PISOS

RESUMEN

Se estudia la amplificación dinámica de la torsión en edificios de hasta 3 niveles cuando se varía el tipo de deformabilidad de los elementos resistentes al sismo. Se hace un análisis modal y las respuestas, obtenidas con un espectro plano de aceleraciones, son combinadas siguiendo un criterio en el cual se idealiza los sismos como segmentos de procesos gaussianos estacionarios y en la hipótesis de que el amortiguamiento en cada modo es igual al 10% del crítico.

Se presentan curvas que relacionan las amplificaciones (cuociente entre el momento torsor dinámico y el estático) con los parámetros más significativos.

1. INTRODUCCION

En la mayoría de las normas actualmente vigentes se acepta el así llamado "método estático de análisis", el cual consta normalmente de dos etapas : "análisis de la traslación" y "corrección por torsión" (1,2,3). Para la primera etapa es común el suponer una distribución lineal en altura, de las aceleraciones horizontales originadas por el sismo, (2,3) cuando las construcciones son de poca altura. La "corrección por torsión" implica considerar dos efectos :

- a.- Amplificación por tratarse de un fenómeno dinámico
- b.- Excentricidad accidental

El primer efecto fue estudiado originalmente por Housner G.W. y Autinen Hannu (4) y los resultados por ellos obtenidos se incorporaron en varias normas de diseño antisísmico (1,2). Sin embargo este estudio se realizó utilizando un modelo de solo dos grados de libertad y se ha notado errores en el desarrollo matemático (5). Con posterioridad, utilizando también un modelo de dos grados de libertad, se ha estudiado las amplificaciones dinámicas obtenidas como superposiciones de respuestas modales bajo diversas formas de combinación (6,7).

La excentricidad accidental ha sido estudiada por Newmark, N. quien ha recomendado se utilice valores que dependen del período fundamental de la estructura (8) y su influencia en el diseño está fuera del alcance de este estudio.

En este trabajo se determina la amplificación dinámica de la torsión en estructuras de hasta tres niveles cuyos elementos resistentes al sismo tienen una flexibilidad que proviene esencialmente de la deformación

por flexión o por corte. El modelo elegido corresponde en planta al utilizado en las referencias (6) y (7) con lo cual bastan dos grados de libertad por piso para definir la configuración deformada de la estructura. Se ha adoptado el mismo criterio de superposición de las respuestas modales y se ha empleado un espectro plano de aceleraciones para obtener esas respuestas.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

Los edificios se idealizan utilizando un modelo que se describe en planta en la Figura 1 y se ha supuesto que todos los niveles son iguales.

Las propiedades de flexibilidad estarán definidas por los siguientes parámetros :

H = altura de c/entrepiso (se supuso 270 cm.)

E = módulo de Young (supuesto igual para todos los elementos resistentes = 200 ton/cm²)

Además los elementos resistentes se idealizan como vigas en voladizo y su flexibilidad queda definida en la siguiente forma :

Para el elemento resistente en sentido transversal (según eje Y)

I_t = momento de inercia en torno al eje X

r_t^2 = cuadrado del radio de giro en torno al eje X

c_t = coeficiente de forma para considerar las deformaciones por corte (supuesto igual a 1.2)

Para los elementos resistentes en sentido longitudinal :

- I_1 = momento de inercia en torno al eje Y de c/u
 r_1^2 = cuadrado del radio de giro en torno al eje Y
 c_1 = coeficiente de forma para considerar las deformaciones por corte (supuesto igual a 1.2)

Adicionalmente se ha supuesto una distribución uniforme de masas en planta y una relación de lados : $d/b = 0.5$

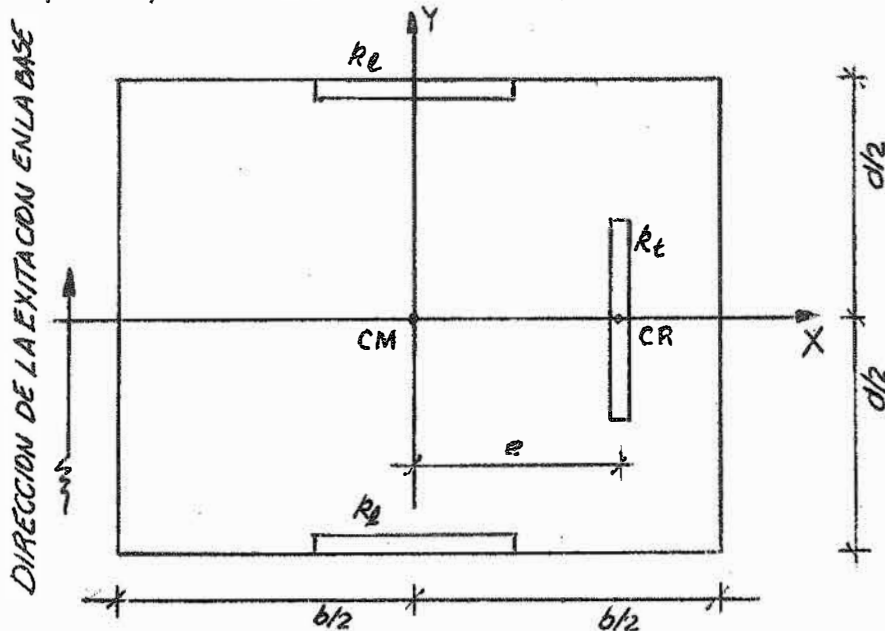


FIGURA 1

PLANTA TIPICA INDICANDO LA UBICACION DEL CENTRO DE MASAS Y DEL CENTRO DE RIGIDEZ

Este modelo ha sido ya estudiado para construcciones de un piso (6,7, 8,9,10) en la hipótesis de un amortiguamiento igual en los dos modos

de vibrar (10% del crítico). Se ha realizado también una comparación entre diversos criterios de superposición de las respuestas modales (6,7, 8,9,10). Por otra parte, Newmark y Rosenblueth (8) proponen, en base a los resultados del análisis de este modelo, una limitación en el empleo del "método estático" de análisis, limitación que posteriormente ha sido modificada (11). Adicionalmente han mostrado la influencia que tiene la forma del espectro, utilizando un espectro plano y uno hiperbólico.

En este estudio se ha mantenido básicamente el modelo descrito, pero, teniendo en cuenta que se quería estudiar además modelos de dos y tres niveles, se introdujo un nuevo parámetro que define si la deformabilidad de las líneas resistentes proviene esencialmente de la deformación por flexión o de la deformación por cizalle.

En el apéndice A se encuentra la determinación de los diversos parámetros utilizados y que corresponden a :

$$\alpha = \frac{e^2 M}{J}$$

$$\beta = \frac{K}{k} \cdot \frac{M}{J}$$

k_j = rigidez de cada línea resistente longitudinal

en que

e = excentricidad (distancia entre el centro de masas y el centro de rigidez)

M = masa asociada a cada nivel

J = momento polar de las masas con respecto al centro de masas.

K = rigidez torsional

k = rigidez a la traslación de la línea resistente según el eje Y .

3. ESPECTRO EMPLEADO

Dado que, en general las estructuras de hasta tres niveles son muy rígidas, de acuerdo a la mayoría de los códigos (excepto el Reglamento mexicano y el proyecto peruano) deberían diseñarse con la parte plana del espectro. Es por ello que se ha elegido un espectro de este tipo y que se muestra en la Figura 2.

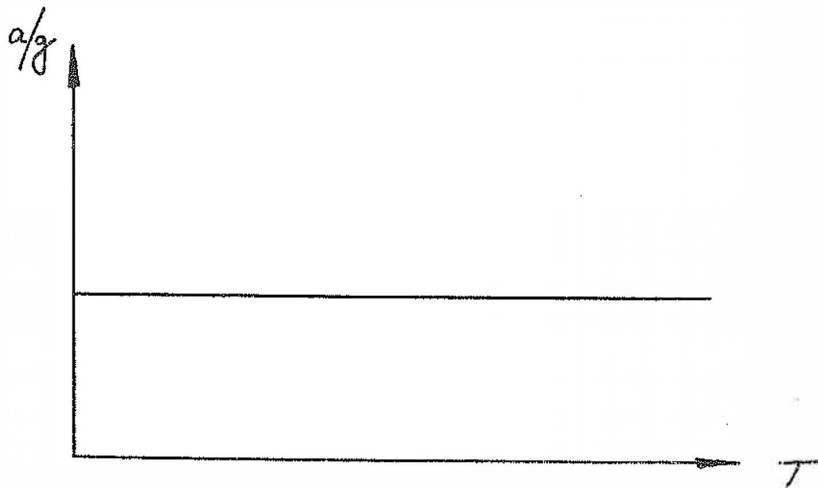


FIGURA 2

ESPECTROS DE ACELERACIONES

4. RESPUESTAS ANALIZADAS

Para el modelo de un nivel, Elorduy y Rosenblueth estudiaron la influencia que tenían los parámetros " α " y " β " sobre la amplificación dinámica, definida como el cociente de los momentos torsionantes suministrados por el análisis dinámico modal y por el análisis estático.

En este trabajo se ha aplicado en forma general esta definición. Es así que se ha determinado según un análisis modal las fuerzas de inercia asociadas a cada grado de libertad (de desplazamiento y de giro) para cada modo y posteriormente se ha realizado una superposición de los momentos de torsión (respecto al centro de rigidez) de acuerdo al criterio de Rosenblueth que se expone en el capítulo 5. El resultado se ha dividido entre el valor obtenido de acuerdo al análisis estático realizado con el mismo espectro y suponiendo una distribución lineal de aceleraciones en la altura. De este modo se obtiene para cada nivel un valor del factor de amplificación, el cual viene a ser el número por el cual debe multiplicarse las fuerzas aplicadas en cada muro longitudinal de acuerdo al análisis estático, para obtener los correspondientes valores de acuerdo al análisis dinámico modal.

5. CRITERIO DE SUPERPOSICION DE LAS RESPUESTAS MODALES

Es usual en los códigos de diseño antisísmico especificar una superposición de las respuestas modales de acuerdo a la expresión :

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2} \quad (5.1)$$

sin embargo Rosenblueth ha propuesto una nueva forma de superposición (9) la cual proviene de utilizar un modelo que simula el sismo como un segmento de un proceso gaussiano estacionario. Esta proposición se describe en la expresión siguiente :

$$Q = \sqrt{\sum_i Q_i^2 + \sum_{i \neq k} \sum_k \frac{Q_i Q_k}{1 + \xi_i^2 \xi_k^2}} \quad (5.2)$$

donde :

Q = respuesta del sistema, con probabilidad P de ser excedida al menos una vez.

Q_i = respuesta del i ésimo modo natural de vibración, con probabilidad P de que Q_i ó $-Q_i$ sea excedida al menos una vez. Q_i debe tomarse con el mismo signo que el de la correspondiente función de transferencia cuando esta alcanza su valor máximo absoluto.

$$E_{ik} = \frac{w_i^i - w_k^i}{\sum_i w_i^i + \sum_k w_k^i}$$

w_i = i ésima frecuencia circular natural del sistema sin amortiguamiento.

w_i^i = $w_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$ = i ésima frecuencia circular natural del sistema amortiguado.

ξ_i = fracción del amortiguamiento crítico en el i ésimo modo natural.

ξ_i^i = $\xi_i + 2/w_i S$ = fracción del amortiguamiento crítico equivalente.

S = duración del segmento de proceso gaussiano estacionario que representa al sismo.

El comportamiento de este modelo de superposición, para sismos reales y probabilísticos ha sido estudiado por Rascon y Villarreal (10) para sistemas de dos grados de libertad y se ha concluido que para estos modelos, cuando la estructura es amortiguada, la ec. 5.2. proporciona en

promedio, mejores resultados que el método 1 (ec. 5.1) "En estructuras no amortiguadas, que únicamente son de interés académico, el método 1 proporciona mejores resultados". Además, "los resultados del método 2 (ec. 5.2) son prácticamente independientes de ξ_c (fracción del amortiguamiento crítico) cuando $\xi_c \geq 0.05$ y que el método 1 pierde aproximación conforme aumenta ξ_c ". (10, página 383). Una conclusión análoga obtuvieron Kan y Chopra (12). En forma independiente Ruíz (13) ha propuesto un método análogo :

$$Q = \sqrt{\sum_i Q_i^2 + \sum_{i \neq k} \rho_{ik} Q_i Q_k} \quad (5.3)$$

en que ρ_{ik} es un coeficiente de correlación obtenido empleando un proceso estocástico para simular la aceleración del terreno (proceso obtenido pasando un ruido blanco estacionario a través de un filtro lineal propuesto por Kanai) (14).

En este trabajo se ha hecho uso de la expresión de Rosenblueth (5.2) asumiendo que el amortiguamiento en cada modo es igual al 10% del crítico. Queda por verificarse la validez del trabajo de Rosenblueth para el caso de más grados de libertad y determinar la influencia que tiene el período predominante del suelo. (Si se compara los resultados que se obtiene aplicando el criterio de Rosenblueth con el de Ruíz se observa una concordancia para el caso de frecuencias no muy diferentes, pero se anota mala concordancia para el caso de relación de frecuencias mayor que tres, aunque estas diferencias no son significativas en la estimación de la respuesta).

6. RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados obtenidos se han resumido en las figuras numeradas desde el tres hasta el ocho.

En la figura número tres se encuentran los resultados obtenidos para la estructura de un nivel, los cuales corresponden exactamente con los obtenidos por Rosenblueth (6).

En las figuras número cuatro y cinco, para estructuras de dos y tres niveles se encuentran los resultados obtenidos cuando los elementos resistentes a cargas horizontales son muy esbeltos ($h/l = 10$), lo que se ha denominado caso 1.

Se observa que en este caso se encuentran curvas análogas a las obtenidas para un nivel, y las diferencias se pueden observar en la Figura 8 en la cual se ha dibujado las amplificaciones obtenidas para los casos límites de la relación entre la excentricidad y el radio de giro de las masas (coeficiente C_A), es decir para el máximo y el mínimo valor considerado. Del análisis de esta figura se encuentra que aparentemente la estructura de un nivel corresponde al máximo valor de las amplificaciones cualquiera sea el valor del parámetro β . Esta conclusión es interesante pues permitiría la utilización de los resultados de un nivel para su eventual inclusión en un código de diseño.

En las figuras seis y siete se encuentra una comparación entre los resultados obtenidos al variar la flexibilidad de los elementos resistentes a las fuerzas sísmicas. El caso 1 corresponde a elementos muy esbeltos ($h/l = 10$); y el caso 3 corresponde a elementos poco esbeltos ($h/l = 0.1$). No se ha dibujado el caso 2 ($h/l = 1$) pues cae siempre entre los otros dos (los cuales se encuentran muy juntos).

Se observa que a medida que aumenta la esbeltez de los elementos resistentes se obtienen menores valores de la amplificación, pero las diferencias anotadas son pequeñas aunque la variación de esbeltez es de uno a cien. Por lo tanto parece razonable pensar que la variable esbeltez no es significativa en determinar las amplificaciones máximas.

De lo anterior se deduciría que al menos hasta tres niveles es posible utilizar los resultados obtenidos para un nivel. Por otra parte, en los códigos en vigencia es usual especificar un factor de amplificación de 1.5 y de los resultados obtenidos se ve que este factor es dependiente tanto de " α " como de " β ". Rosenblueth ha propuesto unas expresiones (11) que limitarían el empleo del factor 1.5 y ellas son :

$$\frac{e^2 M}{J} = \alpha \geq 0.35 \quad (6.1)$$

$$\text{o bien } \frac{K M}{k J} = \beta \geq 3 - 2\alpha \quad (6.2)$$

estas expresiones corresponden bien con los resultados obtenidos y aparecen como justificadas. Debe hacerse notar eso sí, que las excentricidades pequeñas aparecen como desfavorables; sin embargo lo que sucede es que los factores de amplificación pueden ser mayores que 1.5 pero las respuestas se mantienen menores que en el caso de excentricidades mayores.

Por no ser de mucho interés práctico no se ha graficado los resultados obtenidos utilizando la superposición RCSC (raíz cuadrada de la suma de cuadrados), pero las conclusiones son las mismas ya obtenidas para el modelo de dos grados de libertad por Elorduy y Rosenblueth (7); es decir el método de superposición RCSC sobreestima la respuesta para valores del parámetro " β " cercanos a uno. Las máximas diferencias encontradas corresponden a los

valores menores del parámetro " α " (para $\beta = 0.03$ se encontró diferencia del 40%) y se ha observado que la sobreestimación es independiente del número de niveles y del tipo de deformabilidad de los muros.

REFERENCIAS

1. "Reglamento Nacional de Construcciones del Perú".
2. "Cálculo Asísmico de las Construcciones", Norma Inditecnor NCh , Chile.
3. "Recommended Lateral Force Requirements and Commentary" ;SEAOC , 1974, U.S.A.
4. Housner, G.W. y Outinen, Hannu . "The Effect of Torsional Oscillations on Earthquakes Stresses". Bulletin of the Seismological Society of America, 221-229 (1958) .
5. Silva, H. "Amplificación de Esfuerzos por el Efecto de Torsión Dinámica". Memoria para optar el título de Ingeniero Civil, Universidad Católica de Chile, 1971.
6. Rosenblueth, E. y Elorduy, Y. "Responses of Linear Systems to Certain Transient Disturbances".
7. Elorduy, Y. y Rosenblueth , E. "Torsiones Sísmicas en Edificios de un Piso". Instituto de Ingeniería , México, Abril 1968.
8. Newmark, N. y Rosenblueth, E. "Earthquake Engineering".
9. Rosenblueth, E. "Sobre la Respuesta Sísmica de Estructuras de Comportamiento Lineal" Segundo Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica , México.
10. Rascon, O. y Villarreal, A. "Estudio Estadístico de los Criterios para Estimar la Respuesta Sísmica de Sistemas Lineales con Dos Grados de Libertad". Soc. Mexicana de Ingeniería Sísmica. Octubre 1973.
11. Rosenblueth, E. Comunicación personal al Ing^o Julio Vargas; 17 de noviembre de 1975.

12. Kan, Christopher L. y Chopra, Anil K., "Coupled Lateral Torsional Response of Buildings to Ground Shaking". Earthquake Engineering Center, University of California, Berkeley, Report EERC-76-13.
13. Ruíz, P. "On the Maximun Response of Structures Subjected to Earthquake Excitations" Proceedings Fourth Indian Symposium on Earthquake Engineering ; Roorkee, India, noviembre 1970.

APENDICEDeterminación de los parámetros α y β empleados.1. Parámetro α :

Se define

$$\alpha = \frac{e^2 M}{J} \quad (A-1)$$

en que e = excentricidad en centímetros M = masa total de cada nivel (t.seg.²/cm) J = momento polar de inercia de las masas en torno al centro de masas (t.seg.²/cm.)

por lo tanto $r_o = \frac{J}{M}$ (A-2) radio de giro de las masas en torno al centro de masas.

$$\alpha = \left(\frac{e}{r_o} \right)^2 \text{ excentricidad relativa al cuadrado (adimensional.)}$$

Para un edificio cuya planta es de 10m. de fondo por 20m. de largo, con un peso de 1 ton/m² uniformemente repartido, se tendrá :

$$M = 0.204 \frac{\text{t.seg.}^2}{\text{cm.}}$$

$$J = 85034 \text{ t.seg.}^2 \text{ cm.}$$

$$r_o = 645.6 \text{ cm.}$$

Los valores de α estudiados y los valores correspondientes de la excentricidad se presentan a continuación. A modo de mayor información se ha agregado el valor de la excentricidad relativa al largo.

TABLA A-1

	e (cm)	e/D
0.05	144	0.07
0.15	250	0.13
0.25	323	0.16
0.50	456	0.23
0.75	559	0.28

2. Parámetro β .

Se define

$$\beta = \frac{K}{k} \frac{M}{J} \quad (A-2)$$

en que $\frac{J}{M} = \frac{2}{r_o}$

K = rigidez torsional de un entrepiso (ton.cm/rad.) referida al centro de masas.

k = rigidez traslacional (ton./cm.)

(El valor β corresponde, para el modelo de 1 nivel, a la relación entre las frecuencias de giro y traslación).

Para la planta de la figura 1 :

$$K = k_t \cdot e^2 + 2.500^2 k_l \quad (A-3)$$

$$\frac{K}{k_t} = e^2 + 50 \cdot 10^4 \frac{k_1}{k_t} \quad (\text{A-4})$$

multiplicando esta expresión por M/J :

$$\beta = e^2 \frac{M}{J} + 50 \cdot 10^4 \frac{k_1}{k_t} \frac{M}{J}$$

y de acuerdo a (A-1) y (A-2)

$$\beta = \alpha + 50 \cdot 10^4 \frac{k_1}{k_t} \frac{1}{r_o} \quad (\text{A-5})$$

si se considera $k_t = 10 \text{ t./cm.}$, con $r_o = 645.6$

$$\beta = \alpha + 0.12 k_1 \quad (\text{A-6})$$

3. Rigideces longitudinales empleadas

De la expresión (A-6) se obtiene

$$k_1 = 8.33 (\beta - \alpha) \quad (\text{A-7})$$

En todos los casos estudiados se ha idealizado cada línea resistente como una viga en voladizo de sección constante y el parámetro empleado para comparar las rigideces es la rigidez del 1er. nivel, entendida como la inversa del término f_{11} de la matriz de flexibilidad lateral.

Considerando las deformaciones por flexión y corte se tendrá que :

$$k = \frac{l}{\frac{h^3}{3EI} + \frac{f_c \cdot h}{AG}} \quad (A-8)$$

h = altura de cada nivel

I = momento de inercia de la sección

A = área de la sección

f_c = coeficiente de deformación por corte

si se toma $f_c = 1,2$ (Sec. rectangular), y

$g = 0.4E$, se obtiene

$$k = \frac{l}{\frac{h^3}{3EI} + \frac{3h}{AE}} \quad (A-9)$$

como $I = \frac{1}{12} bl^3$ y $A = bl$

$$k = \frac{Eb}{(4\lambda^3 + 3\lambda)} \quad (A-10)$$

en que l = longitud de la sección

b = espesor de la sección

$\lambda = h/l$ = esbeltez del elemento

El efecto de la esbeltez se ha considerado haciéndola tomar los valores 10, 1, 0,1, que para una altura h de entrepiso igual a 2.7 m. significa tener longitudes iguales a 0.27 mt., 2.7 m. y 27 m. respectivamente.

Por lo tanto, para esbeltez 10 se tiene :

$$E = 200. \text{ ton/cm}^2 \text{ (Módulo de elasticidad)}$$

$$\lambda = 10$$

$$h = 270 \text{ cm.}, \quad l = 27 \text{ cm.}$$

$$k = 0.04963, \quad r^2 = I/A = 60.75$$

como $k = 8.33 (\beta - \alpha)$

$$I_1 = 275315 (\beta - \alpha)$$

Para esbeltez 1 :

$$\lambda = 1$$

$$h = 270 \text{ cm.}, \quad l = 270 \text{ cm.}$$

$$r^2 = 6075$$

$$I_1 = 478239 (\beta - \alpha)$$

Para esbeltez 0.1 :

$$\lambda = 0.1$$

$$h = 270 \text{ cm.}, \quad l = 2700 \text{ cm.}$$

$$r^2 = 607500, \quad I_1 = 20768189 (\beta - \alpha)$$

4. Características del elemento transversal.

El elemento transversal tiene una rigidez de 10 t./cm. de acuerdo a A-2 y por lo tanto para esbeltez 10 :

$$h = 270 \text{ cm.}, \quad l = 27 \text{ cm.}$$

$$r^2 = 60,75, \quad I = 330510 \text{ cm.}^4$$

Para esbeltez 1 se tendrá :

$$l = 270 \text{ cm.}$$

$$r^2 = 6075$$

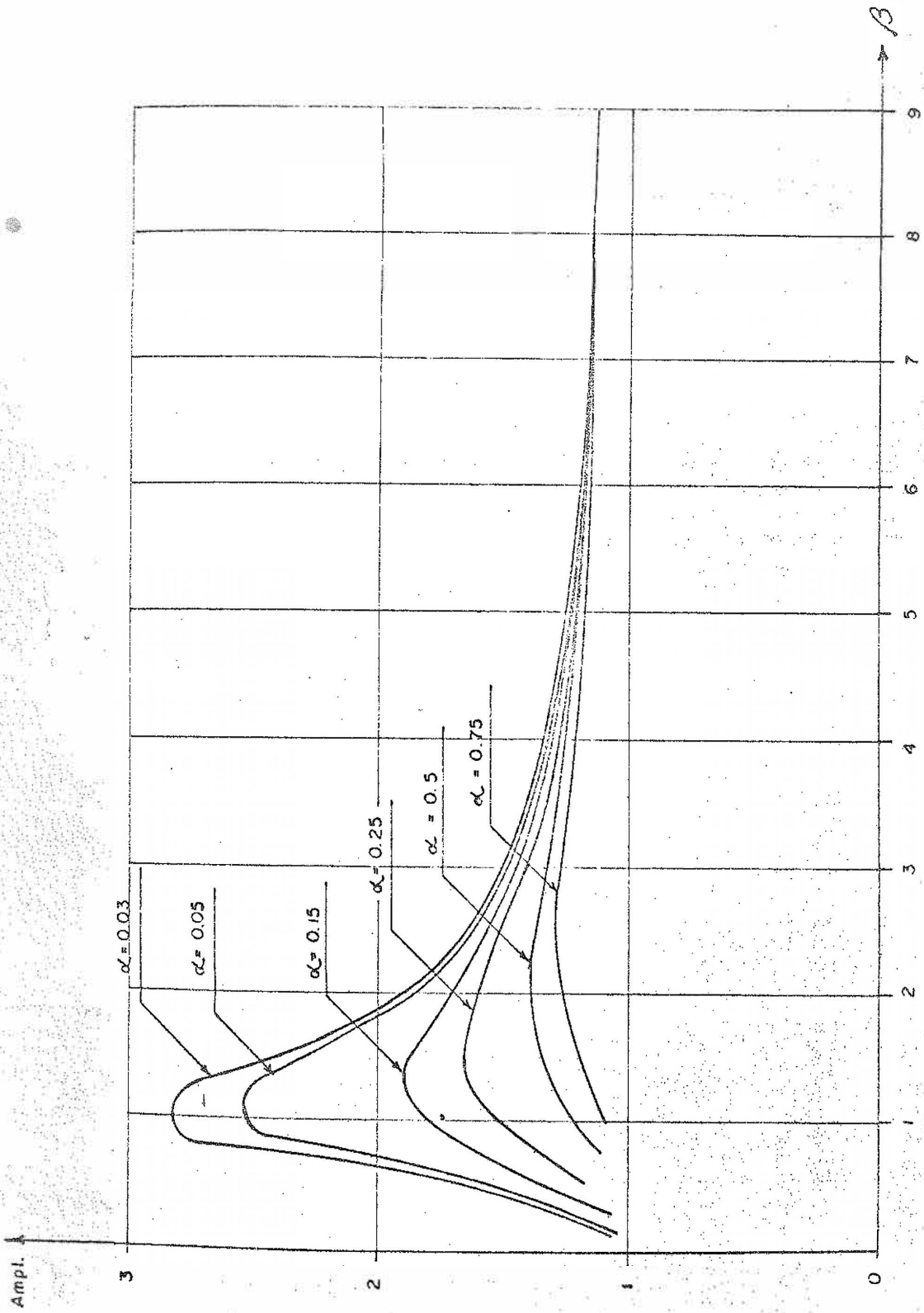
$$I = 574088 \text{ cm.}^4$$

Para esbeltez 0.1 se tendrá :

$$l = 2700 \text{ cm.}$$

$$r^2 = 607500$$

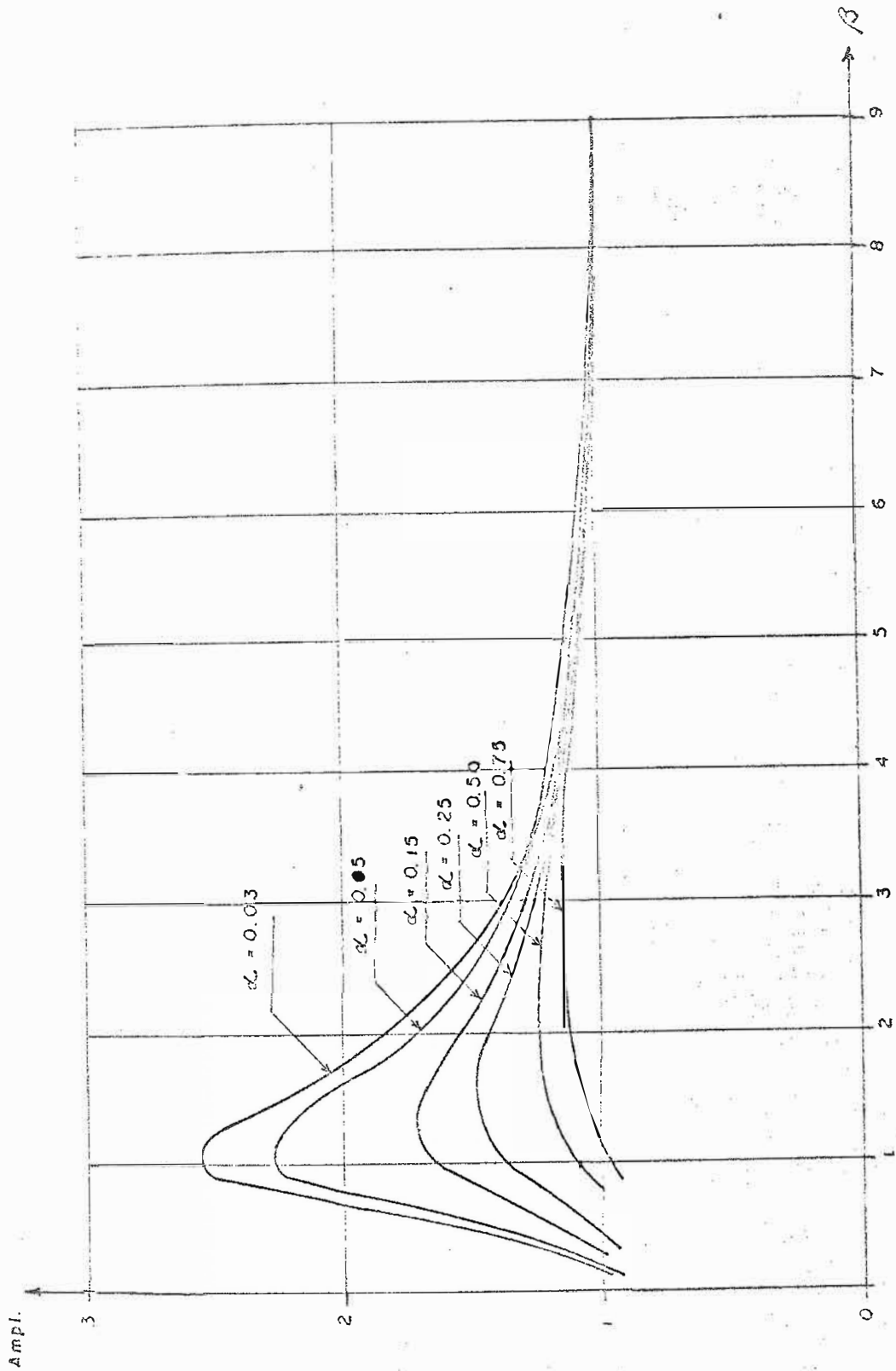
$$I = 24932000 \text{ cm.}^4$$



Modelo de 1 nivel

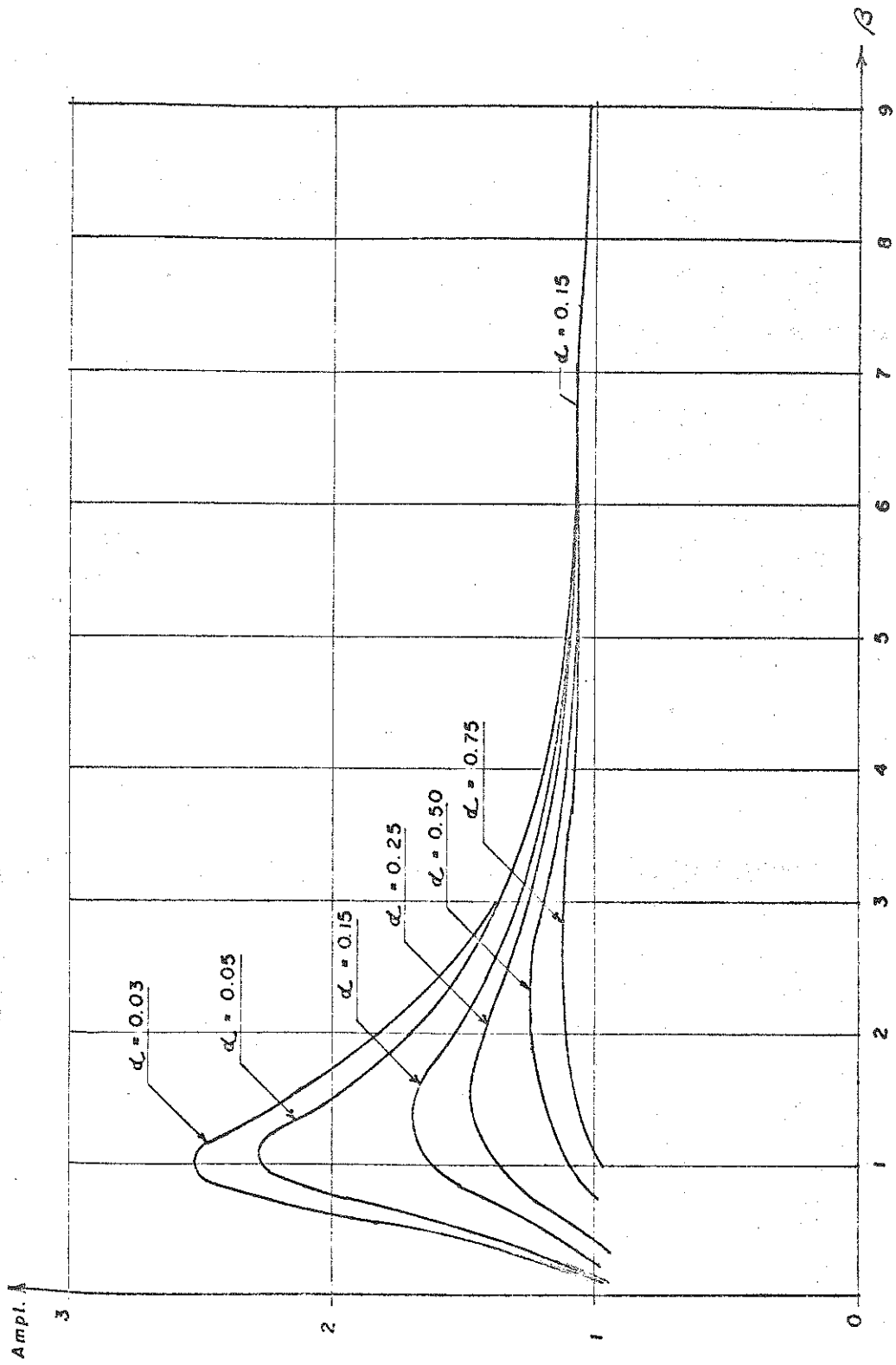
FIG. 3.

ACBIRICA



Modelo de 2 niveles

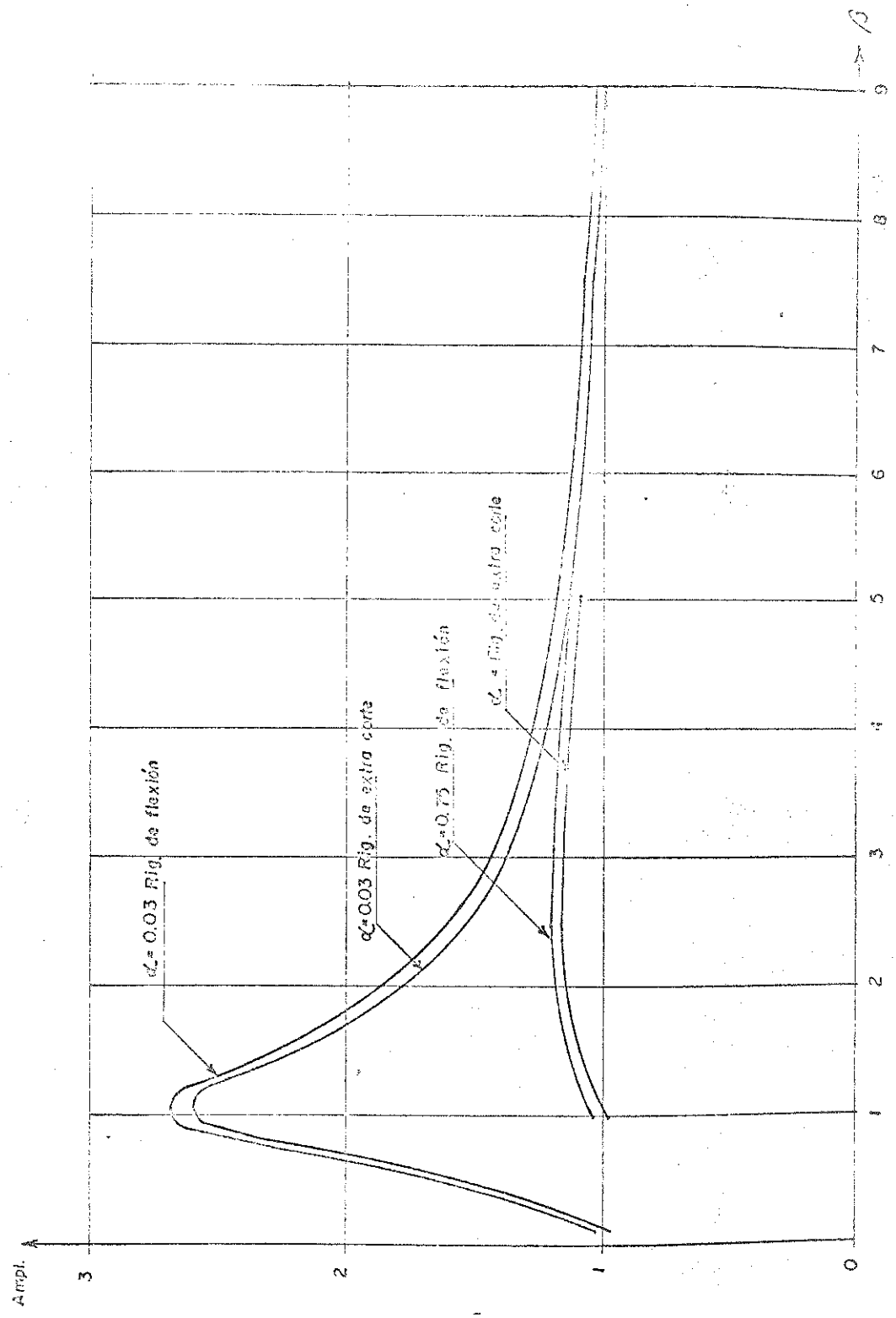
FIG. 4
AGUIRICH



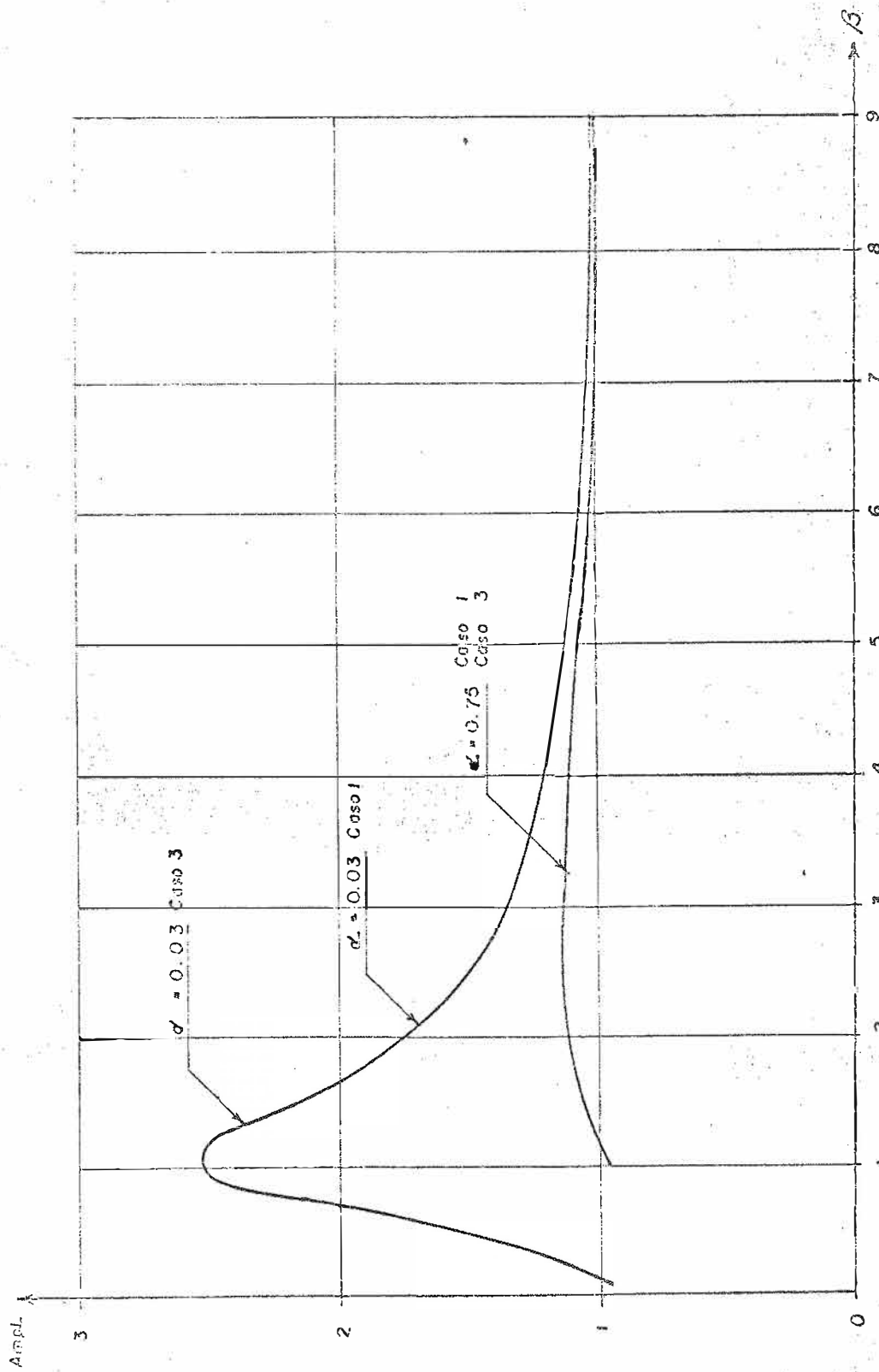
Modelo de 3 niveles

FIG.5.
AGORICH

FIG. 6.
ABORTICIÓN



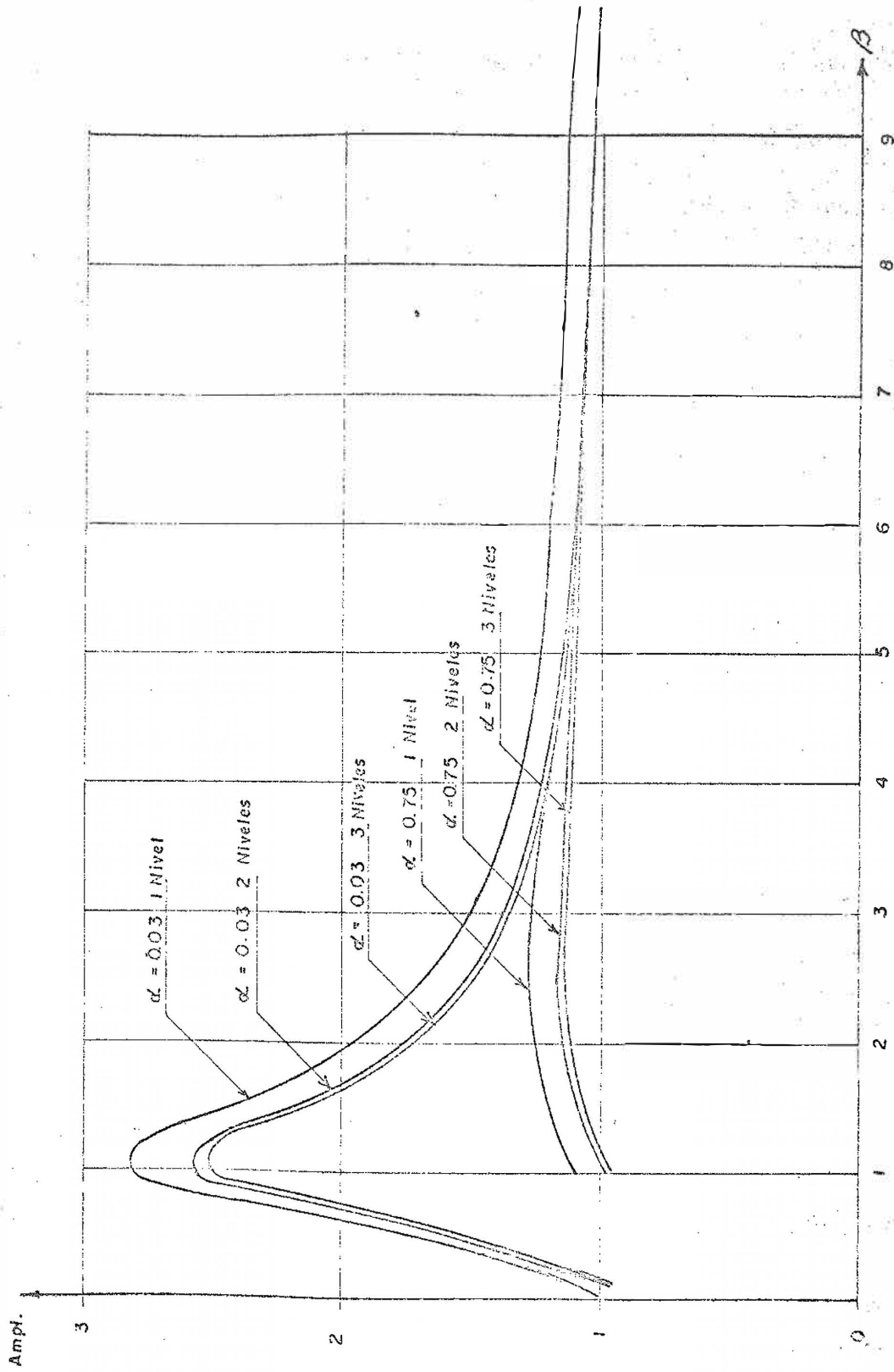
Modelo de 2 niveles (Ceros 1 y 3)



Modelo de 3 niveles (Casos 1 y 3)

FIG. 7.

ASO QIRICH.



Modelos de 1, 2, y 3 niveles (Caso I)

FIG. 8
ACCIRICH.