DOCUMENTO DE TRABAJO N° 288

CRECIMIENTO ECONÓMICO: ENFOQUES Y MODELOS
CAPÍTULO I - INTRODUCCIÓN: LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO, CONCEPTOS BÁSICOS Y BREVE HISTORIA

Félix Jiménez

DEPARTAMENTO DE **ECONOMÍA**

PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

DOCUMENTO DE ECONOMÍA N° 288

CRECIMIENTO ECONÓMICO: ENFOQUES Y MODELOS CAPÍTULO I – INTRODUCCIÓN: LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO, CONCEPTOS BÁSICOS Y BREVE HISTORIA

Félix Jiménez

Agosto, 2010

DEPARTAMENTO
DE **ECONOMÍA**

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

DOCUMENTO DE TRABAJO 288
http://www.pucp.edu.pe/departamento/economia/images/documentos/DDD288.pdf

© Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
© Félix Jiménez

Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Teléfono: (51-1) 626-2000 anexos 4950 - 4951
Fax: (51-1) 626-2874
econo@pucp.edu.pe
www.pucp.edu.pe/departamento/economia/

Encargada de la Serie: Giovanna Aguilar Andía
Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
gaguila@pucp.edu.pe

Félix Jiménez

CRECIMIENTO ECONÓMICO: ENFOQUES Y MODELOS
CAPITULO 1 – INTRODUCCIÓN: LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO, CONCEPTO BÁSICOS Y BREVE HISTORIA / Félix Jiménez
Lima, Departamento de Economía, 2010
(Documento de Trabajo 288)

Crecimiento económico / Modelos de crecimiento / Optimización y crecimiento / Desigualdad y crecimiento

Las opiniones y recomendaciones vertidas en estos documentos son responsabilidad de sus autores y no representan necesariamente los puntos de vista del Departamento Economía.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú Nº 2010-06580
ISSN 2079-8466 (Impresa)
ISSN 2079-8474 (En línea)

Impreso en Cartolan Editora y Comercializadora E.I.R.L.
Pasaje Atlántida 113, Lima 1, Perú.
Tiraje: 100 ejemplares

CRECIMIENTO ECONÓMICO: ENFOQUES Y MODELOS
CAPITULO 1 – INTRODUCCIÓN: LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO, CONCEPTO BÁSICOS Y BREVE HISTORIA

Félix Jiménez

Resumen

Este capítulo es introductorio. Se inicia con la discusión del objeto de la teoría del crecimiento y la distinción entre crecimiento de largo plazo y fluctuaciones. Se presenta datos sobre la evolución del Producto Bruto Interno (PBI) y del PBI per cápita de distintos países desde una perspectiva comparada, vinculando dicha evolución a las políticas económicas que influyen en el crecimiento de los países. Se desarrolla también algunas herramientas matemáticas útiles para la comprensión de los distintos enfoques del crecimiento económico. Se precisan los conceptos de función de producción, la contabilidad del crecimiento y otros conceptos relacionados con la teoría del crecimiento. También se resume la historia de las teorías del crecimiento destacando sus respectivos temas de preocupación teórica en determinados momentos del desarrollo de la economía capitalista. El capítulo termina con el análisis de los hechos estilizados del crecimiento.

Abstract

This is an introductory chapter to the theory of economic growth. It starts analyzing the objet of the growth theory and the distinction between long term growth and fluctuations. The chapter includes data about Gross Domestic Product (GDP) and GDP per capita for different countries from a comparative perspective, relating such an evolution to the economic policies undertaken in those countries. Some useful mathematic tools to facilitate the understanding of the different growth approaches are developed too. Basic notions, as production function, growth accounting and others concepts related to growth theory, are specified. Moreover, this chapter includes present a brief summary of the history of the economic growth theories highlighting the subjects of theoretical concern in different moments of the capitalism development. Finally the chapter ends with an analysis of some stylized facts of economic growth.

CRECIMIENTO ECONÓMICO:
ENFOQUES Y MODELOS

FÉLIX JIMÉNEZ*
PROFESOR PRINCIPAL
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

* Con la excelente asistencia de Rosmary Lozano.

Presentación

Este es un texto de enfoques y modelos teóricos de crecimiento económico. A diferencia de otros textos universitarios que circulan en el medio académico, este aborda no solo las teorías del crecimiento de largo plazo de las economías de mercado que hacen énfasis en los factores de oferta, sino también los enfoques que, desde la vertiente keynesiana, le otorgan importancia decisiva a los factores de demanda. En todos los casos los modelos se presentan con sus respectivos desarrollos matemáticos para facilitarle al lector la comprensión teórica y técnica de los mismos.

El texto contiene siete capítulos. El primer capítulo es introductorio. Aparte de discutir el objetivo de la teoría del crecimiento y proporcionar conceptos básicos y herramientas matemáticas, incluye una breve historia del desarrollo de las teorías y los hechos estilizados del comportamiento de largo plazo de las economías. El capítulo dos contiene las teorías keynesianas y neoclásicas del crecimiento y de su relación con el empleo. Solo los neoclásicos postulan el crecimiento con pleno empleo. Están los modelos con ahorro exógeno keynesianos (Harrod y Domar) y neoclásicos (Solow-Swan y Uzawa), como los modelos neoclásicos con optimización del consumo (Ramsey-Cass-Koopmans y el de Generaciones Superpuestas). En el tercer capítulo se presenta la controversia sobre la teoría del capital y la teoría del crecimiento. El capítulo cuatro está dedicado al Crecimiento y su relación con la Distribución del Ingreso. Aquí se revisan básicamente modelos keynesianos que hacen depender la tasa de ahorro de la distribución del ingreso, con lo cual se introduce la posibilidad del crecimiento con pleno empleo.

El capítulo cinco trata de la teoría del crecimiento endógeno. Los modelos neoclásicos para explicar el crecimiento del producto per cápita habían introducido exógenamente el cambio técnico. La nueva teoría del crecimiento surge como crítica a esta explicación y al endogenizar el cambio técnico abandonan la función de producción neoclásica y los rendimientos marginales decrecientes del capital. Se revisan las teorías de crecimiento endógeno de primera generación y de segunda generación. Los primeros parten de una función de producción neoclásica con cambio técnico a la Harrod (aumentador de trabajo) e introducen una función de cambio técnico que la transforma en una función de producción similar a la del modelo de keynesiano de Harrod o a otra que exhibe rendimientos crecientes. En los modelos de segunda generación se encuentran los modelos seudo Harrod-Domar (que eliminan de la función de producción los factores no producidos para evitar cualquier fuente de rendimientos decrecientes del factor producido) y modelos neo-exógenos (que tratan de integrar la ecuación de cambio técnico de Solow con una relación entre la tasa de cambio de la productividad del trabajo y las elecciones de la sociedad entre consumo presente y futuro. Consistente con la idea de que la frugalidad es la causante del crecimiento económico, la teoría neoclásica del crecimiento endógeno trata de asociar la

tasa de crecimiento con las decisiones de ahorro de la comunidad. En los modelos neo-exógenos esta asociación se da a través de la influencia de la tasa de ahorro sobre el ritmo del cambio técnico, a través de la I y D, la educación, etc.

En el capítulo seis se presentan varios modelos de crecimiento dirigidos por factores de demanda. Se desarrollan el modelo de crecimiento limitado por la balanza de pagos, otro donde la inversión es la principal determinante del crecimiento, un modelo que captura la persistencia de shocks de demanda en el largo plazo y otros modelos de crecimiento dirigidos por los salarios y los beneficios. Finalmente, el capítulo siete es una miscelánea de temas pero todos relacionados con la política económica y el desarrollo. Luego de discutir qué espacios para la intervención del Estado dejan los distintos enfoques del crecimiento, se presenta la experiencia de algunos países explicitando la estrategia de desarrollo que adoptaron. También se analiza la importancia de las instituciones y de la democracia, así como el papel del comercio, los mercados financieros, etc. Para el crecimiento y el desarrollo. El capítulo termina con el análisis de la relación entre el crecimiento, la pobreza, la desigualdad y el empleo.

El contenido de este texto se basa en mis notas de clases para el curso de Teoría del Crecimiento que dicté en los tres últimos años. La versión que está en sus manos ha sido posible con la excelente asistencia de Rosmary Lozano, una de mis mejores exalumnos de los cursos de Teoría del Crecimiento y Macroeconomía. Ella me ha asistido tanto en la tarea de poner en la computadora mis notas de clases, como también en la solución matemática de los modelos y en el mismo proceso de redacción de este libro. A ella mi gratitud especial. Como ya lo dije en otra oportunidad, hacer un libro de texto útil para la formación integral del profesional economista y distinto, por la diversidad de enfoques que incorpora, de los que ya circulan en el mercado, no es tarea fácil por el limitado tiempo y las condiciones de trabajo en nuestra universidad. Se nos concedió solo un año sabático para escribir dos libros, pero afortunadamente la Dirección de Gestión de la Investigación de la Universidad nos ayudó remunerando a nuestros asistentes.

Debo reconocer y agradecer infinitamente a la Dirección de Gestión de la Investigación. En especial mis gracias a Carlos Chávez, funcionario de esta Dirección, quien siempre supo encontrar soluciones a los problemas administrativos generados por nuestro proyecto y nunca dudó en apoyar nuestra demanda de ayuda con un pago relativamente importante para nuestros asistentes.

FÉLIX JIMÉNEZ
Profesor Principal del Departamento de Economía de la
Pontificia Universidad Católica del Perú

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN:
LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO,
CONCEPTOS BÁSICOS
Y BREVE HISTORIA

1. CRECIMIENTO, EVIDENCIA EMPÍRICA Y POLÍTICA ECONÓMICA
2. HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS
3. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN, CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO Y FACTORES PRODUCTIVOS
4. HISTORIA Y HECHOS ESTILIZADOS DE LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

CAPITULO 1
INTRODUCCIÓN: LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO, CONCEPTOS BÁSICOS Y BREVE HISTORIA

Recientemente, el Wall Street Journal publicó un artículo acerca de las perspectivas para el crecimiento peruano en el 2010. El artículo se iniciaba con la frase: «El sólido crecimiento económico, que está fortaleciendo las acciones de los sectores de la construcción y de los servicios básicos en Perú, debiera impulsar las ganancias del mercado bursátil durante el segundo trimestre de 2010». Además, señalaba: «El Banco Central de Reserva del Perú proyecta un crecimiento del producto interno bruto del 5.5% para este año». Es común escuchar en las noticias y en los medios de comunicación expresiones de este tipo en relación al crecimiento económico, como escuchamos hablar también de la actividad económica, la pobreza, la inflación, el desempleo y el tipo de cambio, entre otros temas resaltantes de la economía. La mayoría de estos temas son fenómenos de corto plazo y son tratados por la Macroeconomía. Por su parte, la Teoría del Crecimiento Económico aborda temas de largo plazo, vinculados principalmente a la expansión del producto bruto interno (PBI) potencial de la economía.

De este modo, la teoría del crecimiento analiza la expansión del producto y la productividad de las economías en el largo plazo, con especial atención en las causas y los determinantes del crecimiento, como también en sus principales limitantes. Desde los orígenes de la ciencia económica, el crecimiento económico ha sido un tema de gran interés en la economía, no sólo por curiosidad científica, sino sobre todo por sus implicancias en el bienestar de las sociedades. William Easterly, economista estudioso de los procesos de crecimiento y desarrollo de los países subdesarrollados, señala en la introducción de su libro *The elusive quest for growth*: «Nosotros los expertos no nos interesamos en elevar el producto bruto interno por sí mismo. Nos importa porque mejora a la mayoría de pobres y reduce la proporción de personas que son pobres. Nos importa porque personas con más dinero pueden comer más y comprar más medicinas para sus hijos» (Easterly 2001: 3).

No obstante, como en muchos temas en economía, no se ha alcanzado pleno consenso acerca de naturaleza del crecimiento y sus determinantes. Por este motivo, las distintas escuelas de pensamiento exponen sus modelos y los resultados que se derivan de acuerdo a su visión de la economía y sus principales supuestos. Dependiendo del estudio del tema, se pueden concluir distintas explicaciones acerca del crecimiento y los factores subyacentes. Este libro presenta un recorrido por las principales explicaciones al crecimiento económico de diversas escuelas de la economía, con el objetivo de brindar una visión panorámica del tema del crecimiento económico.

Iniciamos el capítulo definiendo la teoría del crecimiento y la importancia de la distinción entre crecimiento y fluctuacione. Asimismo, se presenta evidencia empírica sobre la evolución del Producto Bruto Interno (PBI) y del PBI per cápita de distintos países desde una perspectiva comparada, vinculando dicha evolución a las políticas económicas que influyen en el crecimiento de los países. En la segunda sección se desarrollan algunas

herramientas matemáticas útiles para la comprensión de los distintos enfoques de crecimiento, que se presentarán en los capítulos siguientes. En tercer lugar, se precisan los conceptos de función de producción, la contabilidad del crecimiento y otros conceptos relacionados con la teoría del crecimiento. Finalmente, se resume la historia de las teorías del crecimiento destacando los temas de preocupación teórica en determinados momentos del desarrollo de la economía capitalista, los cuales serán profundizados en los capítulos siguientes al desarrollar cada modelo.

CONSTRUCCIÓN Y SERVICIOS IMPULSARÍAN AL MERCADO PERUANO EN EL SEGUNDO TRIMESTRE*

LIMA (Dow Jones)--El sólido crecimiento económico, que está fortaleciendo las acciones de los sectores de la construcción y de los servicios básicos en Perú, debiera impulsar las ganancias del mercado bursátil durante el segundo trimestre de 2010. El sector de manufacturas también debiera crecer, aunque el de metales podría registrar volatilidad, según analistas del mercado.

Se estima que los riesgos para la economía peruana en el segundo trimestre podrían provenir principalmente del extranjero y ser causados por cualquier crisis en la economía mundial. En el período previo a las elecciones regionales de octubre, que preceden a las votaciones presidenciales de 2011, podría generarse cierta volatilidad interna, pero su efecto debería ser marginal. El Banco Central de Reserva del Perú proyecta un crecimiento del producto interno bruto del 5,5% para este año.

Según Roberto Flores, analista de la corredora limeña Inteligo SAB, se espera que las acciones registren un crecimiento cercano al 10% durante el segundo trimestre, el que sería impulsado por el sector de la construcción. Pablo Nano, economista senior de Scotiabank Perú, también prevé un crecimiento del 10% para el segundo trimestre, a partir de la inversión privada en los sectores de vivienda y obras públicas, los que a su juicio podrían subir entre un 15% y un 20% este año. Según los analistas, esto debiera beneficiar a las acciones de empresas como Cementos Lima SA y Cementos Pacasmayo SAA, así como también a las de constructoras como Graña y Montero SAA.

Cementos Lima SA, que tiene una participación de mercado cercana al 40% en el sector peruano de cementos, indicó hace poco que espera que sus ventas aumenten un 6% en 2010.

Flores, de Inteligo, señaló que el sector eléctrico también debiera registrar ganancias a medida que la recuperación económica aumenta la actividad en los sectores industrial y minero. El experto proyecta un buen trimestre para el sector, lo que beneficiaría a empresas eléctricas como Edelnor SAA y Enersur SA. Nano, de Scotiabank, manifestó además que prevé que el sector de manufacturas se expandirá entre un 5% y un 6% en 2010. Sin embargo, el sector minero -que tiene la mayor ponderación en el mercado bursátil local- podría registrar una mayor volatilidad, debido a que cualquier nueva desaceleración en la economía internacional podría afectar los precios de los metales y las exportaciones en general. Según Flores, se estima que la minería en general seguirá mostrando cierta volatilidad, ya que los mercados externos influyen en ella.

El Índice General de la Bolsa de Valores de Lima, que está compuesto en gran medida por empresas del sector minero y que en 2008 perdió cerca del 60% de su valor, se duplicó con creces en términos de dólares en 2009. Perú es el mayor productor mundial de plata, el segundo principal productor de cobre y un importante productor de oro a escala mundial.

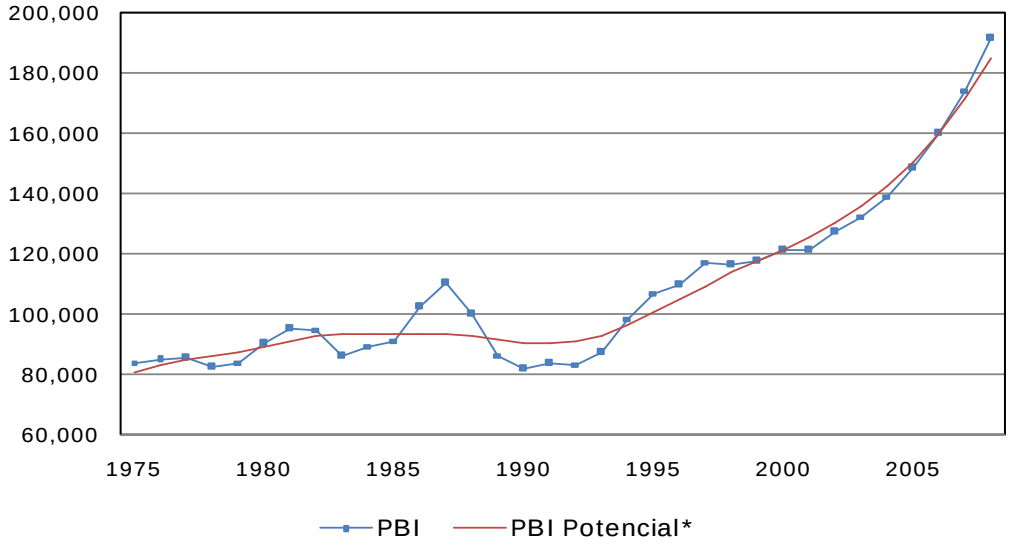
** Tomado del Wall Street Journal Americas. Escrito por Sophie Kevany (03/05/2010).*

1. CRECIMIENTO, EVIDENCIA EMPÍRICA Y POLÍTICA ECONÓMICA

Hasta ahora hemos definido la teoría del crecimiento económico como la rama de la economía que se centra en el análisis de la evolución del producto potencial de las economías en el largo plazo. Por esta razón, es necesario distinguir el crecimiento

económico de las fluctuaciones económicas. La evolución del PBI puede separase en dos partes: la tendencia o producto potencial y las fluctuaciones alrededor de la tendencia. El producto potencial es el producto tendencial o de largo plazo de una economía, por eso se dice también que es el "monto promedio" de bienes y servicios producidos en la economía durante un largo período. El nivel del producto puede exceder al nivel del producto potencial durante cortos períodos; también puede ser menor durante otros cortos períodos (véase el Gráfico 1.1).

Gráfico 1.1
Perú: PBI y PBI potencial* 1975-2008
(Millones de soles de 1994)



Fuente: Estadísticas BCRP. Elaboración propia.
**El PBI Potencial fue construido por el autor en Jiménez (2009).*

La teoría del crecimiento trata del comportamiento del producto potencial o del producto de largo plazo. Cuando hablamos de crecimiento económico, estamos hablando del incremento del producto potencial.

❖ Crecimiento y fluctuaciones

Por lo general, las fluctuaciones del producto en torno a la tendencia son consideradas fenómenos de corto plazo sin mayor relación con el crecimiento de largo plazo. Sin embargo, no puede negarse que las fluctuaciones tienen efectos sobre la tendencia de las variables relevantes en la economía. Robert Solow, en su discurso de agradecimiento al recibir el Premio Nobel de Economía de 1987, señala precisamente este tema:

> La teoría del crecimiento fue inventada para proveer una manera sistemática de hablar acerca de sendas de equilibrio para la economía y compararlas. En esa tarea, ha tenido razonable éxito. Sin embargo, ha fallado en tratar

> adecuadamente un problema igualmente importante e interesante: la manera correcta de lidiar con las desviaciones del equilibrio.(…) En particular, el monto y la dirección de la formación de capital es susceptible de ser afectada por el ciclo económico, ya sea a través de la inversión bruta en nuevo equipo o a través de la aceleración del desecho de equipo antiguo.(…) Por lo tanto, un análisis simultáneo de la tendencia y las fluctuaciones en realidad implica una integración del equilibrio y desequilibrio de corto plazo y largo plazo (Solow 1988:311-312).

❖ Evidencia empírica sobre crecimiento

El análisis del crecimiento de un país se centra en la evolución de su PBI y sobre todo en la tasa a la que crece durante un período determinado. No obstante, el PBI es una variable muy agregada que presenta algunos inconvenientes cuando se pretende analizar el nivel de desarrollo y bienestar de un país. Por ejemplo, los habitantes de dos países con el mismo nivel de PBI no necesariamente gozan del mismo grado de bienestar, si uno de los países tiene una mayor población. Por ello, para realizar comparaciones internacionales es preferible considerar el PBI en relación al número de habitantes del país.

Cuadro 1.1

Tasa de crecimiento promedio anual 1980-2008

	PBI real	PBI per cápita		PBI real	PBI per cápita
Canadá	2.72%	1.62%	**América Latina**		
China	9.91%	8.83%	Argentina	2.38%	1.17%
Francia	2.04%	1.51%	Bolivia	2.44%	0.00%
Alemania	1.89%	1.67%	Brasil	2.76%	0.78%
India	6.09%	4.14%	Chile	4.76%	3.11%
Italia	1.57%	1.50%	Colombia	3.55%	1.58%
Japón	2.26%	1.90%	México	2.88%	1.00%
Reino Unido	2.40%	2.26%	Perú	3.08%	1.03%
Estados Unidos	2.92%	1.84%	Venezuela	2.37%	0.27%

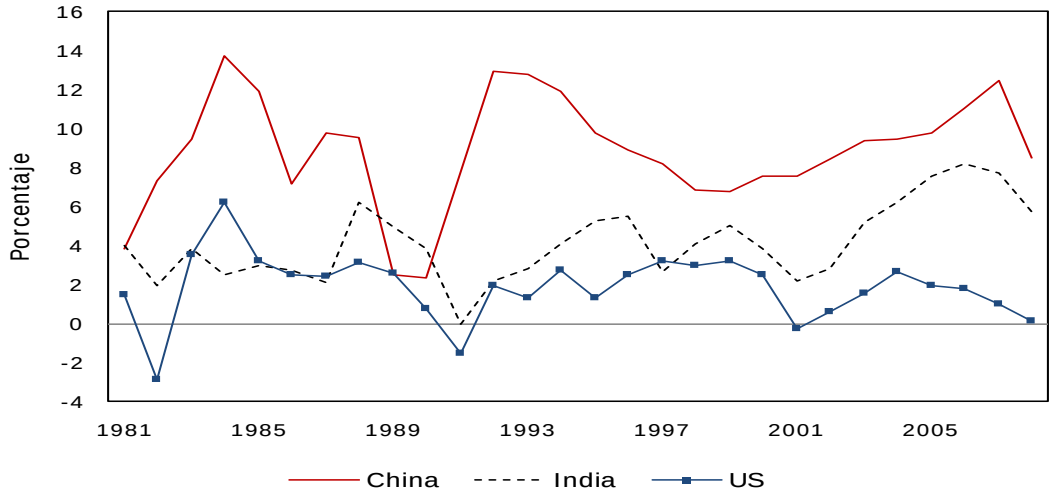
Fuente: IMF. World Economic Outlook, April 2009; Economic Report of the President, 2009; Estadísticas BCRP, INEI. Elaboración propia.

El PBI per cápita, o por habitante, permite tener una mejor aproximación al nivel de bienestar. Lamentablemente también presenta algunas limitaciones, principalmente vinculadas a la distribución del ingreso. Por lo tanto, debe tenerse en cuenta que el PBI per cápita es solo un indicador promedio. Si la sociedad está caracterizada por una

concentración excesiva de la riqueza, entonces el promedio no resulta ser una buena aproximación al bienestar de la mayoría de habitantes. A pesar de estas dificultades, podemos utilizar el PBI per cápita para comparar, por ejemplo, el crecimiento de China y la India, países con altos niveles de población, con las tasas de crecimiento de otros países con diferentes dinámicas poblacionales, como es el caso de los países europeos (véase Cuadro 1.1). Además, la literatura ha señalado que el PBI per cápita puede ser una buena aproximación al bienestar de la población de un país, pues se halla altamente correlacionado con otras medidas de calidad de vida, como la esperanza de vida, la tasa de mortalidad, entre otras (Jones 2002:5).

Hay economías que crecen más rápido que otras. Un ejemplo es China, país que en las dos últimas décadas ha crecido a una tasa mayor que el resto del mundo. La tasa de crecimiento del PBI se mide como el porcentaje de incremento del PBI de un período a otro. De este modo, su PBI per cápita chino en 2008 fue aproximadamente de 8,539 yuanes de 1990, lo cual representa más de diez veces su valor de 1980 (807 yuanes de 1990). Otro país que ha experimentado aceleración en el crecimiento en los últimos años es la India, país que triplicó su producto per cápita con una tasa de crecimiento promedio anual de 4.1% desde 1980. Desde 1980 tanto China como India han experimentado tasas positivas de crecimiento de su producto per cápita (véase Gráfico 1.2) a diferencia de lo ocurrido en países desarrollados donde el crecimiento ha sido más lento.

Gráfico 1.2
Tasas de crecimiento del PBI per cápita 1981-2008



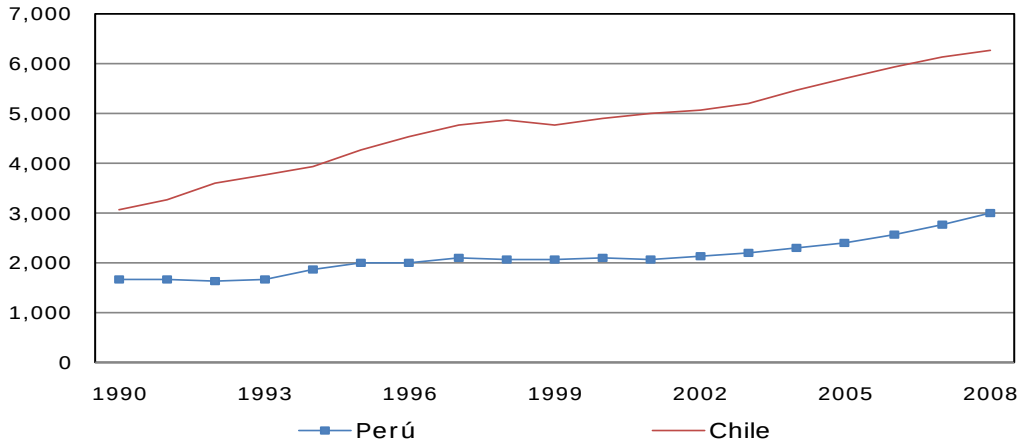
Fuente: IMF. World Economic Outlook, April 2009. Elaboración propia.

Entre los países de América Latina, durante el periodo comprendido entre 1980 y 2008, Chile mantuvo una tasa promedio anual de crecimiento de su PBI de 4.76% y un crecimiento de su PBI per cápita a una tasa mayor al 3%, lo que le permitió duplicar el nivel alcanzado en 1980. Por su parte, el PBI de Perú creció a la tasa de 3.08%, pero su PBI per cápita solo lo hizo a la tasa de 1.03% promedio anual. Así en 28 años, el producto por habitante aumentó en únicamente 30%. En el Gráfico 1.13 se muestran los niveles de PBI

per cápita en dólares del año 2000 para Chile y Perú desde 1990 de acuerdo con los datos de la CEPAL. Al respecto, cabe señalar no sólo que en 1990 el PBI per cápita de Chile superaba ampliamente al peruano, sino además resaltar que su tasa de crecimiento fue una tasa promedio anual mucho mayor.

Por otro lado, entre 1870 y 1990 el PBI per cápita, es decir el PBI dividido entre el número de habitantes, de Estados Unidos, pasó de 2,244 a 18,000 dólares de 1985. Es decir, el producto per cápita alcanzó en 1990 un nivel que representaba ocho veces el de 1870, con una tasa de crecimiento de 1.75% promedio anual. Si la tasa hubiera sido de 0.75% promedio anual, el PBI per cápita de 1990 habría sido de 5,519 dólares. Asimismo, se habría multiplicado por 27 si la tasa hubiera sido de 2.75%. De este modo, pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento, que se mantienen por largos períodos, generan enormes diferencias en los niveles de ingreso o producto per cápita. Desde 1960, el PBI per cápita en Estados Unidos, ha aumentado a una tasa de 2.16% promedio anual, pasando de 13,840 dólares de 2000 a 38,148 en 2007, logrando en 47 años que el producto por habitante casi triplicara su valor (véase Gráfico 1.3).

Gráfico 1.3
Perú y Chile: PBI per cápita 1990 - 2008
(US Dólares de PPC de 2000)



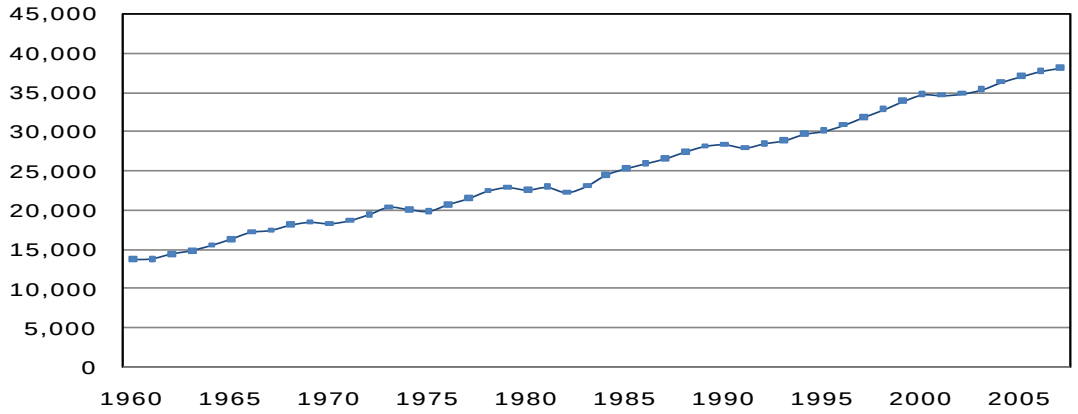
Fuente: CEPAL. Elaboración propia.

La evidencia empírica muestra que el PBI de los países presenta, en general, una tendencia creciente, pero ¿por qué crece el producto de los países? y ¿por qué difieren las tasas de crecimiento entre países? ¿Pueden los gobiernos intervenir para facilitar el crecimiento de un país? ¿Qué políticas contribuyen al crecimiento económico?

Como ya se mencionó, la teoría del crecimiento económico, que estudia cuáles son los determinantes del crecimiento económico a largo plazo y sus mayores limitaciones, surge como un intento de responder a estas y otras preguntas relacionadas. Hemos mencionado también que las respuestas a estas interrogantes dependerán del modelo que se utilice para analizar el crecimiento. Afortunadamente, contamos con evidencia empírica para contrastar

los resultados teóricos de cada modelo con la realidad, con el fin de encontrar la mejor explicación al crecimiento de cada economía en particular. En base a este conocimiento, se puede analizar cuáles son las políticas que deben implementarse para estimular el crecimiento, o en el peor de los casos, saber cuáles deben evitarse.

Gráfico 1.4
Estados Unidos: PBI per Cápita 1960-2007
(US Dólares de 2000)



Fuente: Economic Report of the President, 2009. Elaboración propia.

❖ Crecimiento y política económica

Las "condiciones iniciales" de las que se parte y la "política económica" que se adopte durante un determinado período, pueden acelerar o retrasar el crecimiento económico. Su influencia se ejerce, principalmente, a través de dos canales: la tecnología y la intensidad de capital o relación capital/trabajo.

- **La tecnología:** Cuando mejora la tecnología (conocimiento para la fabricación de motores eléctricos, transmisión de señales por medio de fibra óptica, etc.) aumenta el nivel de eficiencia de los trabajadores, es decir, su capacidad para utilizar las tecnologías modernas (su calificación y educación).

- **La intensidad de capital:** Se define como la cantidad de stock de capital (equipo, edificios, autopistas, puertos y máquinas) que tiene a su disposición un trabajador promedio. Una economía intensiva en capital es más productiva y genera mejores condiciones de bienestar para la población.

  Las condiciones iniciales y la política económica influyen en la intensidad de capital a través de:

  - La proporción de la producción total que se ahorra y se invierte para aumentar el stock de capital (se le denomina también esfuerzo de inversión o coeficiente de

inversión). Las políticas económicas que aumentan este esfuerzo aceleran la tasa de crecimiento económico a largo plazo.

- La nueva inversión necesaria para dotar de capital a los nuevos trabajadores o para reponer el stock de capital gastado u obsoleto.

Con el surgimiento de los modelos de crecimiento endógeno, es decir, de los modelos que determinan el crecimiento del producto per cápita endógenamente, se ha otorgado un renovado interés a la influencia de las políticas públicas sobre el crecimiento al considerar su efecto sobre la inversión y la tecnología. Así, las políticas económicas deben dirigirse a propiciar la acumulación del capital humano (a través de la educación, servicios de salud y nutrición), como a impulsar la inversión en capital físico y en Investigación y Desarrollo (I&D). Además, para reducir la incertidumbre y favorecer la inversión e innovación tecnológica, se destaca la necesidad de mantener la estabilidad tanto macroeconómica (vinculada a políticas de control de la inflación y de la volatilidad cambiaria) como también la estabilidad política basada en un marco de instituciones sólidas (Corbo 1996:163-164).

Respecto a la influencia de las políticas comerciales en crecimiento económico, la evidencia empírica no resulta concluyente y el tema de la apertura comercial es aún objeto de debate entre los economistas. Por un lado, se argumenta que la liberalización comercial contribuye al incremento de la productividad nacional pues al incrementar la competencia se realiza una mejor asignación de recursos y se facilita la importación de equipo y maquinaria necesaria en los países con escaso desarrollo tecnológico. Estos son los argumentos en los que se apoyan las medidas de liberalización propuestas por los organismos multilaterales para los países en desarrollo desde 1990. Por otro lado, Krugman (1987) afirma que la apertura puede disminuir el crecimiento si la competencia afecta a sectores intensivos en investigación que no se encuentren desarrollados. En este caso, la protección de las importaciones puede fomentar la inversión en dichos sectores. Otros autores han señalado que los países altamente industrializados lograron el crecimiento del que disfrutan a través de medidas proteccionistas y de promoción de la industria domestica por parte del Estado.

❖ Crecimiento, fluctuaciones y política económica

Luego de la Gran Depresión, se logró cierto consenso en torno a la idea de que la política económica era necesaria para ayudar a la economía a paliar los efectos de las fluctuaciones económicas, como defendió el reconocido economista, J.M. Keynes. Sin embargo, algunos economistas han defendido la efectividad de la política económica en el corto plazo y la neutralidad de la misma en el largo plazo. Es decir, afirman que la intervención del estado, sobre todo a través de la política monetaria, finalmente no tiene incidencia en el nivel de actividad y de empleo de largo plazo.

Por su parte, Olivier Blanchard sostiene que: «si aceptamos el hecho de que la política monetaria puede afectar la tasa de interés real por una década y tal vez más, entonces, debemos aceptar, lógicamente, que ella puede afectar la actividad económica, el producto o

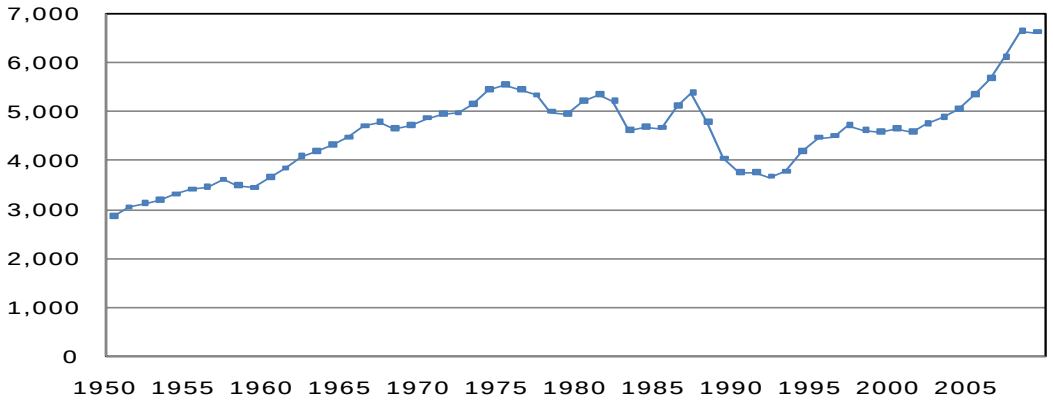
el nivel de desempleo, por un periodo de tiempo similar» (Blanchard 2003:3). Blanchard continúa:

> Bajas tasas de interés real en 1970 probablemente mitigaron parcialmente el incremento de los costos laborales sobre los beneficios, limitando la disminución en la acumulación del capital y, por lo tanto, limitando el incremento en la tasa natural de desempleo en 1970. Altas tasas de interés real en 1980 (y luego también, como resultado de la política monetaria alemana de la reunificación en los primeros años de 1990) tuvieron el efecto contrario, generando un gran aumento de la tasa natural de desempleo durante ese periodo.
>
> (…)Mi opinión es que, los cambios en el mark-up inducidos por la tasa de interés pueden ser relevantes, pero el canal de la acumulación de capital resulta más obvio y probablemente más importante. (…)Las implicancias del argumento anterior es que una subida sostenida en las tasas de interés reales lleva primero a un incremento de la tasa de desempleo actual (por el efecto demanda agregada usual) y luego, a medida que la acumulación del capital disminuye, lleva a un incremento de la tasa natural de desempleo en sí misma (Blanchard 2003:5-6).

❖ Crecimiento y política económica en Perú

En 1965 el PBI per cápita de América Latina era el mismo que el de los países del Este Asiático; no obstante, en 1989 el Este de Asia superaba en más del doble el PBI per cápita de América Latina (Easterly, 1995). Las explicaciones acerca de estas divergencias relacionadas con las políticas económicas se manifestaron a través de la diferencia en las distorsiones del nivel de precios, la profundidad financiera, el déficit presupuestario, la inestabilidad política y la tasa de escolarización (Corbo 1996: 181).

Gráfico 1.5
Perú: PBI per cápita 1950-2008
(Soles de 1994)



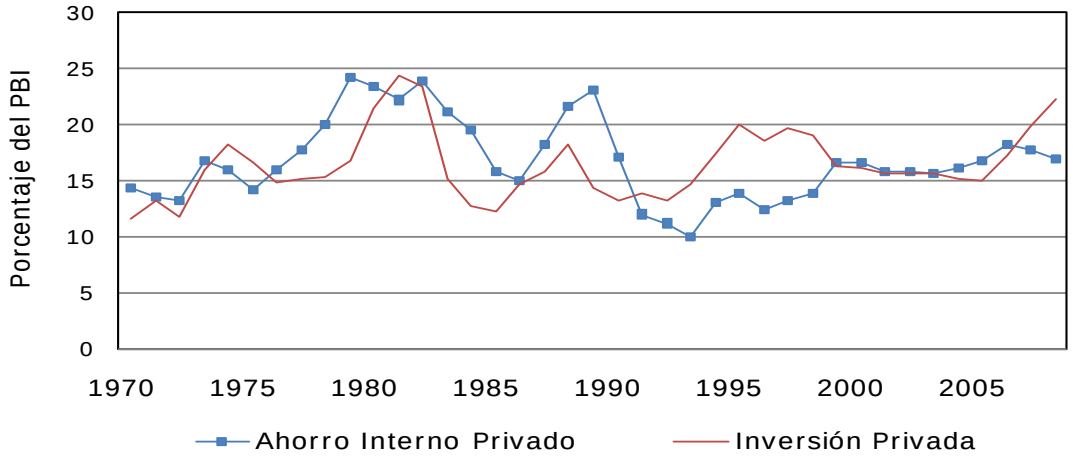
Fuente: Memoria 2009 BCRP. Elaboración propia.

El caso del Perú es especial. Su PBI per cápita crece sostenidamente desde 1950 hasta mediados de la década del setenta (véase Gráfico 1.5), para luego mostrar considerables fluctuaciones y disminuir notablemente entre fines de la década de los ochenta e inicios de los noventa. En 1992, el PBI per cápita ascendía a S/. 3,684 de 1994, cercano a su valor registrado en 1960 y recién en 2006 pudo sobrepasar el nivel que alcanzó en 1975, gracias al crecimiento acelerado producido desde 2004. Entre 2004 y 2008, el producto por habitante aumentó a una tasa de 6% promedio anual.

¿Cómo puede explicarse este comportamiento del PBI per cápita peruano? ¿Cuál fue la política económica seguida que puede explicar este comportamiento? ¿Tiene entre sus objetivos, la política económica, la promoción del crecimiento? Para abordar estas interrogantes, debemos analizar la evolución de las principales variables económicas que contribuyen o influyen en el crecimiento del PBI.

Una de estas variables es la inversión, pues gracias a ella no sólo se incrementa el stock de capital en la economía, si no también se incorporan cambios tecnológicos y se eleva la productividad del trabajo. El ahorro también cumple un rol importante en el crecimiento de un país, pues, para los enfoques no keynesianos, es fuente principal de financiamiento de las inversiones. Por lo tanto, la política económica debe promover la inversión privada y/o favorecer el ahorro privado y público.

Gráfico 1.6
Perú: Ahorro – Inversión 1970-2008
(Porcentaje del PBI)

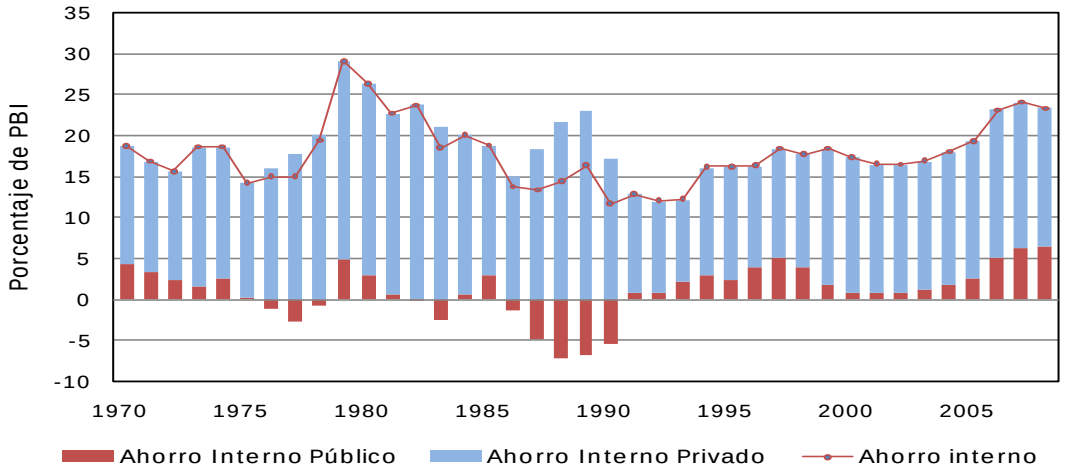


Fuente: BCRP. Elaboración propia.

En el año 1970 el porcentaje de la inversión privada con respecto al PBI era de 12% y aumentó a 22% en 2008. Por su parte el ahorro privado pasó de 14% en 1970 a 17% en 2008 (véase Gráfico 1.6). Por otro lado, la participación del ahorro público en el ahorro interno o nacional total, ha sido siempre reducida y muy fluctuante, aunque en los últimos años se aprecia un leve incremento (véase Gráfico 1.7). Es necesario señalar, sin embargo,

que la promoción del ahorro público no debe afectar el gasto en capital, sobre todo, el gasto en infraestructura, debido al alto déficit que registra el país en ese rubro. Hay evidencia empírica que muestra que el gasto público en infraestructura incrementa la rentabilidad de las inversiones privadas, estimulando su expansión.

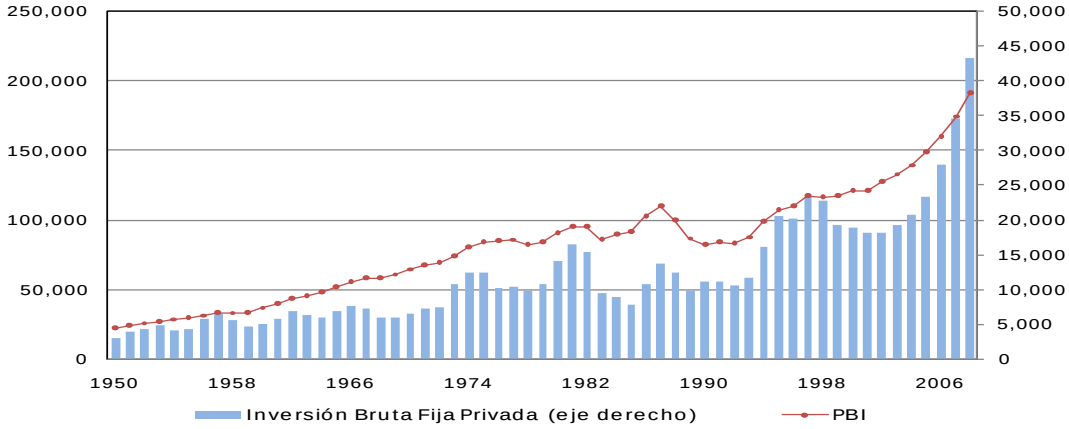
Gráfico 1.7
Perú: Ahorro interno privado y público 1970-2008
(Porcentaje del PBI)



Fuente: BCRP. Elaboración propia.

No hay duda de la importancia de la inversión para el crecimiento económico. Las variaciones porcentuales anuales de la inversión bruta fija privada (que no incluye la variación en inventarios) y las del PBI, evolucionan conjuntamente mostrando una correlación positiva.

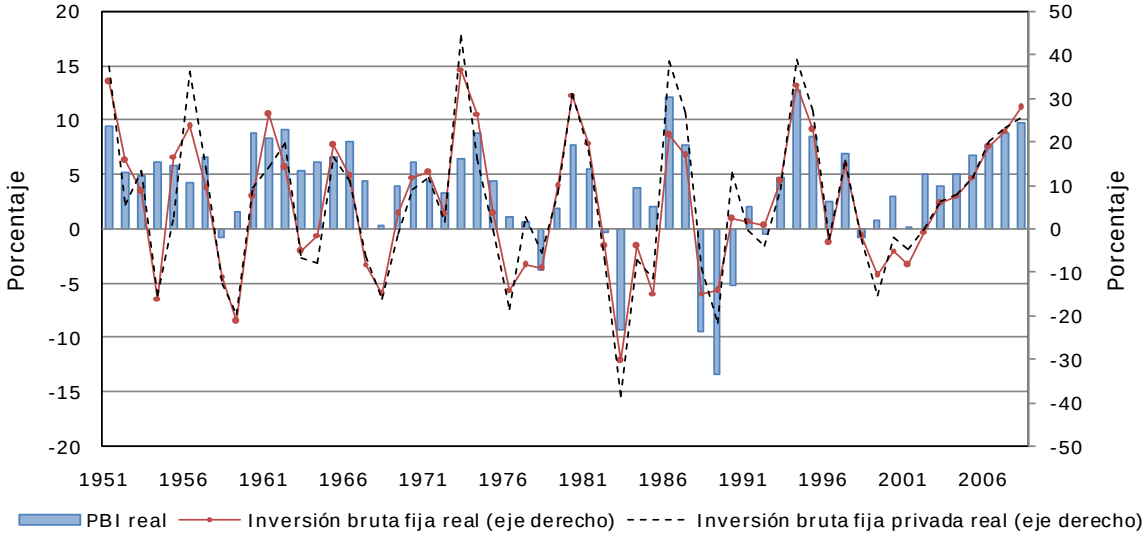
Gráfico 1.8
Perú: PBI e Inversión bruta fija privada 1950-2008
(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP. Elaboración propia.

Lo mismo ocurre con las variaciones porcentuales de la inversión total y las del PBI. En el comportamiento de los niveles de la inversión y del PBI también se observa una correlación estrecha (véase Gráficos 1.8 y 1.9). Por lo tanto, se puede decir que las políticas económicas que afectan los niveles de la inversión total, y de la inversión privada en particular, también afectan el crecimiento económico de largo plazo del PBI.

Gráfico 1.9
Perú: PBI real, Inversión bruta fija real e Inversión bruta fija real privada
1951-2008
(Variaciones porcentuales)

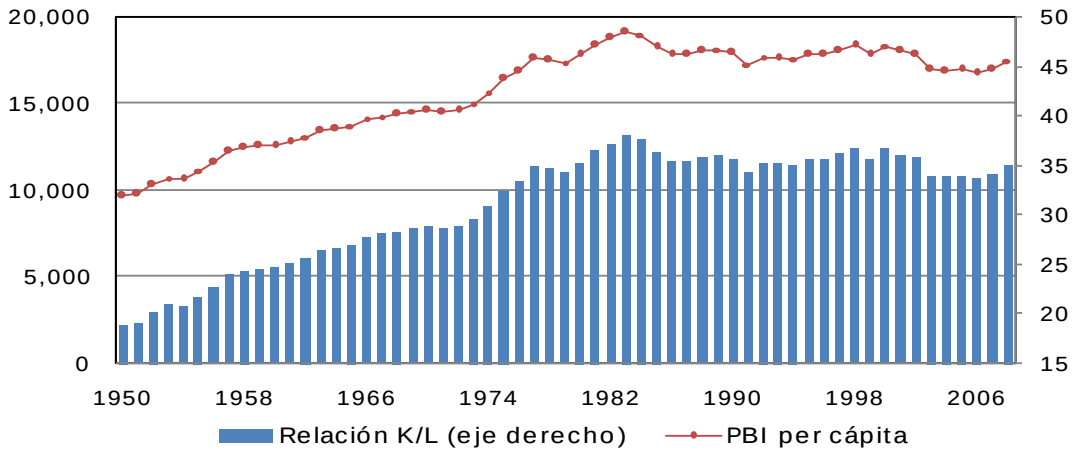


Fuente: BCRP. Elaboración propia.

El otro canal a través del cual influye la política económica sobre el crecimiento de largo plazo es la intensidad de capital, o la relación entre los factores capital y trabajo. Este ratio es un indicador de la intensidad con que se utiliza el factor capital (o el factor trabajo) en la economía. Cuando los trabajadores cuentan con un mayor stock de capital, se vuelven más productivos y pueden contribuir de mejor forma al incremento de la producción. La relación capital trabajo es también, por lo tanto, un indicador de modernización económica. En el Gráfico 1.10 se muestra la evolución del ratio capital trabajo y del PBI per cápita. Se puede apreciar una relación estrecha entre ambas variables. Las dos crecieron hasta mediados de los años setenta y decrecieron ligeramente en las últimas décadas.

Un canal adicional a través del cual las políticas económicas influyen en el crecimiento económico es la tecnología y hay, como se sabe, una relación estrecha entre los avances tecnológicos o las innovaciones con los niveles educativos y de calificación de los trabajadores, así como con los gastos en investigación y desarrollo. Al respecto hay que señalar que la teoría del crecimiento endógeno, desarrollada en los últimos años, ha enfatizado la necesidad de incrementar no solo el stock de capital físico, sino también el stock de capital humano.

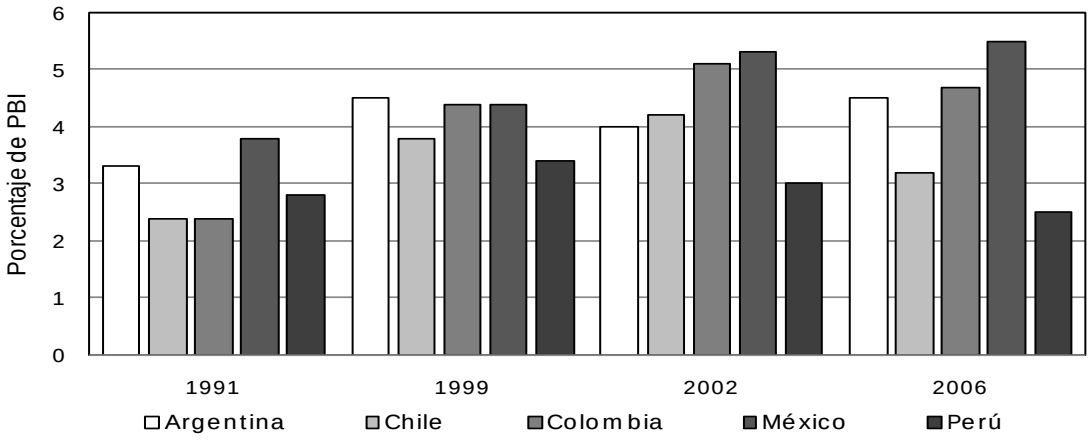
Gráfico 1.10
PBI per cápita y relación capital trabajo, 1950-2008
(PBI per cápita en soles de 1994)



Fuente: BCRP;INEI. Elaboración propia.
Nota: La relación capital trabajo se obtuvo dividiendo el stock de capital entre la PEA ocupada. El stock de capital fue construido por el autor en Jiménez (2009).

Los principales medios para mejorar el stock de capital humano son brindar educación de calidad, servicios adecuados de salud y asegurar la nutrición adecuada de los habitantes. Con el fin de conocer a grandes rasgos la evolución de la inversión pública en capital humano en el Perú y otros países, el Gráfico 1.11 muestra el porcentaje del gasto público en educación con respecto al PBI. Se observa que el Perú invierte considerablemente menos en educación que México, Chile, Colombia y Argentina.

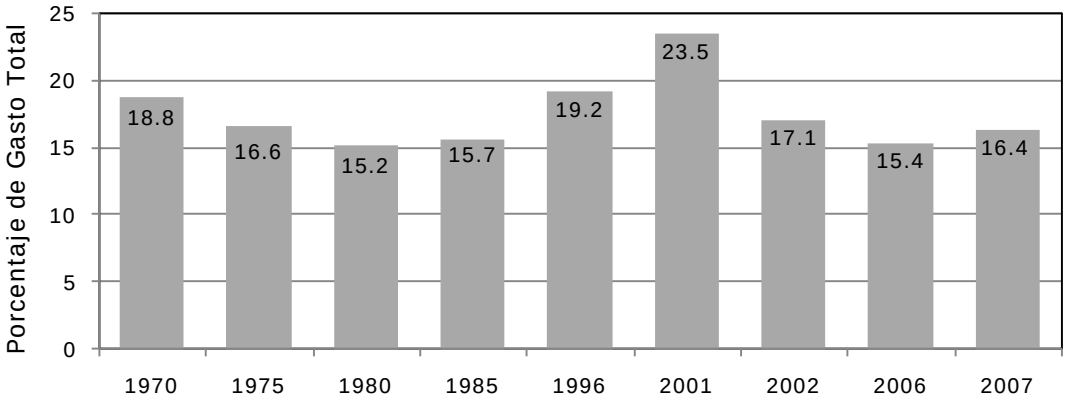
Gráfico 1.11
Gasto público en educación
(Porcentaje de PBI)



Fuente: CEPAL. Elaboración propia.

Es importante resaltar que un nivel elevado de gasto público no necesariamente se traduce en una mejora de la calidad y cobertura educativa, por tanto, este indicador resulta deficiente en ese aspecto. A pesar de ello, el porcentaje que representa el gasto público en educación en relación al gasto público total nos permite aproximarnos a la relevancia que otorga el gobierno a la educación. Lamentablemente, el gasto en educción en la última década no ha aumentado con respecto a los niveles de 1975 (véase Gráfico 1.12).

Gráfico 1.12
Perú: Gasto público en educación
(Porcentaje del Gasto Total)



Fuente: CEPAL. Elaboración propia.

En esta sección hemos presentado una visión general del crecimiento económico refiriéndonos constantemente a variables como la producción, los factores productivos, la inversión, el ahorro, el gasto, la tasa de crecimiento, entre otros. Si bien el lector puede estar familiarizado con estos términos, las dos siguientes secciones pretenden aclarar dichos conceptos y brindar las herramientas matemáticas básicas para comprender los desarrollos de los modelos que se llevarán a cabo en los capítulos siguientes.

2. HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS

En esta sección se presentan brevemente algunos conceptos útiles para tratar el tema del crecimiento. En especial se enfatiza los temas de cálculo elemental y la teoría de ecuaciones diferenciales y en diferencias simples, como también los conceptos de tasa de crecimiento y valor presente y futuro en tiempo discreto y continuo.

❖ Modelo económico y el uso de la matemática

Los modelos económicos son abstracciones de una realidad más compleja. Cada modelo es útil para lo que se propone mostrar; sin embargo, puede ser completamente inútil para otros propósitos. Por otra parte, la utilidad del modelo no depende necesariamente de su complejidad. Los modelos parten de supuestos simplificadores que permiten dejar de lado

algunos hechos para concentrar la atención en aquellos que los modelos están en capacidad de estudiar.

La matemática es el lenguaje que se utiliza para presentar los modelos. Las ecuaciones describen las relaciones entre distintas variables que el modelo presenta como una representación abstracta de una parte o del conjunto de la economía. Utilizando herramientas matemáticas, los modelos permiten realizar ejercicios de estática comparativa, es decir, análisis de los efectos en las variables endógenas de cambios en las variables exógenas.

En teoría del crecimiento importa el comportamiento dinámico. Se trabaja tanto con procesos de cambio continuos, así como con cambios discretos. Se utiliza, por lo tanto, cálculo elemental y la teoría de ecuaciones diferenciales y en diferencias simples que nos permiten comprender la naturaleza de los modelos dinámicos.

Por ejemplo, supongamos que el equilibrio ingreso gasto de una economía cerrada y sin gobierno está representada por la ecuación:

$$Y = C + I$$

Podemos asumir que la inversión (I) es igual al incremento del stock de capital (K), es decir:

$$I = \Delta K$$

Si suponemos que siempre se utiliza un determinado nivel de stock de capital para producir una unidad de producto, entonces:

$$Y = \frac{1}{v} K$$

De aquí se deduce que:

$$\Delta Y = \frac{1}{v} \Delta K$$

La economía crece pasando de un estado a otro o de un año a otro. La fuente del nuevo capital se supone que proviene del ahorro del producto que no es consumido durante el año y que es invertido al final del año. Si una proporción constante del producto (s) no es consumida o es ahorrada para aumentar el stock de capital (ΔK), entonces:

$$\Delta K = sY$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\Delta Y = \frac{s}{v} Y$$

Esta es una ecuación en diferencias de primer orden. Nos dice que hay una relación entre Y y ΔY. La teoría del crecimiento es la que permite especificar esta relación en forma precisa.

Ejemplo: A modo de ejemplo, podemos hallar la solución temporal de esta ecuación suponiendo que $s/v = 0.05$ y que el valor inicial de Y es $Y(0) = 50$. La solución de este problema puede obtenerse por dos métodos: el método iterativo o el método general.

<u>Método iterativo</u>

Tenemos:

$$\Delta Y = 0.05Y$$

$$Y_{t+1} - Y_t = 0.05Y_t$$

$$Y_{t+1} = (1+0.05)Y_t$$

$$Y_{t+1} = 1.05Y_t$$

Por lo tanto, para los distintos valores de t, se obtiene:

$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=n$
$Y_1 = (1.05)Y_0$	$Y_2 = (1.05)Y_1$ $Y_2 = (1.05)(1.05)Y_0$ $Y_2 = (1.05)^2 Y_0$	$Y_3 = (1.05)Y_2$ $Y_3 = (1.05)(1.05)Y_1$ $Y_3 = (1.05)(1.05)(1.05)Y_0$ $Y_3 = (1.05)^3 Y_0$	$Y_n = (1.05)Y_{n-1}$ $Y_n = (1.05)(1.05)Y_{n-2}$ $Y_n = (1.05)(1.05)(1.05)Y_{n-3}$ $\ldots$ $Y_n = (1.05)^n Y_0$

En general:

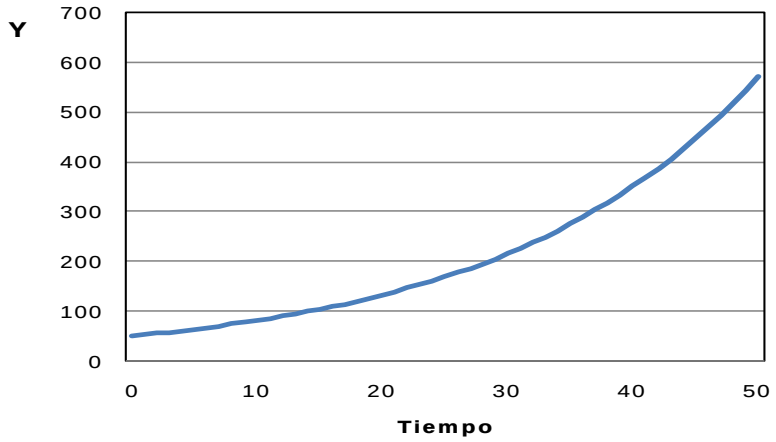
$$Y_t = (1.05)^t Y_0$$

De este modo, si conocemos la condición inicial, Y_0, podemos hallar los demás valores de la variable $Y(t)$. El Cuadro 1.2 muestra los distintos valores que toma la variable $Y(t)$ para distintos periodos t. Asimismo, el Gráfico 1.13, muestra la evolución en el tiempo de la variable.

Cuadro 1.2
Evolución de $Y(t)$ en el tiempo

Tiempo	$Y(t)$
0	50
1	52.5
5	63.8
10	81.4
15	103.9
20	132.7
25	169.3
50	573.4
75	1,941.6
100	6,575.1

Gráfico 1.13
Evolución de la variable $Y(t)$ en el tiempo



Método general

En nuestro ejemplo, $Y_{t+1} = (1.05)Y_t$, el término constante (c) es igual a cero. Por lo tanto, la solución particular es igual a cero y la solución general de la ecuación será igual a la solución homogénea.
De este modo, tenemos:

$$Y_t = (1.05)^t Y_0$$

Por otro lado, se puede utilizar el modelo para demostrar que la inversión neta es igual a la tasa de crecimiento del stock de capital por el nivel del stock de capital. De este modo, si $I = \Delta K$ y si K crece a la tasa g, puede mostrarse que $I = gK$. Partimos de la dinámica del stock de capital en tiempo discreto:

$$K(t) = K(0)(1+g)^t$$

Cuando $t = 1$, entonces:

$$K_1 = K_0(1+g) \qquad \rightarrow \qquad \frac{K_1}{K_0} = (1+g)$$

Tomamos logaritmos:

$$\ln\left(\frac{K_1}{K_0}\right) = \ln(1+g) \qquad \rightarrow \qquad \ln\left(1+\frac{\Delta K}{K}\right) = \ln(1+g)$$

Puesto que $\Delta K / K$ y g no son números grandes, entonces:

$$\frac{\Delta K}{K} = g \qquad \rightarrow \qquad \Delta K = gK$$

MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EN DIFERENCIA

El método general consiste en la suma de dos componentes: la solución homogénea y la solución particular. Supongamos una ecuación de la forma: $Y_{t+1} - aY_t = c$

La solución homogénea, Y_H^*, (también conocida como solución complementaria) se halla igualando a cero la ecuación en diferencias: $Y_{t+1} - aY_t = 0$

Siguiendo el procedimiento que se utilizó en el método iterativo, sabemos que la forma de la solución homogénea será:

$$Y_H^* = Y_t = Ab^t \qquad \rightarrow \qquad Y_{t+1} = Ab^{t+1}$$

Donde A es una constante. Por lo tanto, la ecuación en diferencias se puede expresar como:

$$Y_{t+1} - aY_t = Ab^{t+1} - aAb^t = 0$$

De donde se obtiene: $b - a = 0 \rightarrow b = a$. Reemplazamos este valor en la ecuación y tenemos la solución homogénea o complementaria:

$$Y_H^* = Y_t = Aa^t$$

La solución particular, Y_P^*, se halla igualando Y_{t+1} a una constante, k. Si Y_{t+1} es constante, entonces Y_t también será constante e igual a k:

$$Y_{t+1} = Y_t = k \qquad \rightarrow \qquad k - ak = c \qquad \rightarrow \qquad Y_P^* = k = \frac{c}{1-a}$$

Por lo tanto la solución general será:

$$Y_t^* = Y_H^* + Y_P^* = Aa^t + \frac{c}{1-a}$$

Usando un valor inicial conocido para $Y(0)$ podemos hallar el valor de la constante A. Si $t = 0$:

$$Y_{t=0}^* = A + \frac{c}{1-a} \qquad \rightarrow \qquad A = Y_0 - \frac{c}{1-a}$$

Es necesario que el parámetro a sea diferente de 1. Si $a = 1$, entonces debe tratarse otra solución particular de la forma $Y_{t+1} = kt$ (para mayor detalle, veáse A. Chiang, 1987).

Dado que $I = \Delta K$, tenemos:

$$I = gK \qquad \rightarrow \qquad \frac{I}{K} = g$$

Además, se puede demostrar que el stock de capital crece a misma tasa a la que crece la inversión neta. Como g es constante, de la $I = gK$ se obtiene:

$$\Delta I = g\Delta K \qquad \rightarrow \qquad \Delta I = gI$$

$$\frac{\Delta I}{I} = g$$

Por lo tanto, hemos demostrado que:

$$I = \Delta K = gK = gK(0)(1+g)^t$$

Lo anterior se puede mostrar en tiempo continuo. Si definimos la inversión neta $I = \dot{K}$ y si K crece a la tasa g, puede mostrarse que $I = gK$, el crecimiento del stock de capital a una tasa proporcional constante, se puede expresar como sigue:

$$K(t) = K(0)e^{gt}$$

Tomando logaritmos:

$$\ln K = \ln K(0) + gt$$

Puesto que K(0) es un constante, diferenciando con respecto al tiempo se tiene:

$$\frac{d \ln K}{dt} = g\frac{dt}{dt} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = g$$

En consecuencia:

$$\frac{\dot{K}}{K} = g \qquad \rightarrow \qquad \dot{K} = gK$$

Dado que $I = \dot{K}$, tenemos:

$$I = gK \qquad \rightarrow \qquad \frac{I}{K} = g$$

Además, se puede demostrar que el stock de capital crece a misma tasa a la que crece la inversión neta. Como g es constante, de la $I = gK$ se obtiene:

$$\dot{I} = g\dot{K} \qquad \rightarrow \qquad \dot{I} = gI$$

$$\frac{\dot{I}}{I} = g$$

Por lo tanto, hemos demostrado que:

$$I = \dot{K} = gK = gK(0)e^{gt}$$

Generalizando, si tenemos una variable x igual a:

$$x = ae^{gt}$$

Entonces, su variación en el tiempo será:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = gae^{gt}$$

❖ Tasa de crecimiento y valores presente y futuro

La tasa de crecimiento del PBI (o de cualquier otra variable) se mide como el porcentaje de incremento del PBI (o de cualquier otra variable) de un período a otro. A lo largo del texto se supone que la tasa de crecimiento se mantiene constante en el tiempo. Cuando la tasa de variación o crecimiento de una variable es constante, es fácil calcular su valor futuro así como su valor presente o descontado. Matemáticamente, el cálculo de las tasas puede hacerse en tiempo discreto o en tiempo continúo.

a. Crecimiento y valor presente en tiempo discreto

Si el PBI es representado por la letra Y, su tasa de crecimiento, entre las unidades de tiempo 0 y 1, será:

$$g = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0}$$

De aquí se obtiene que:

$$\frac{Y_1}{Y_0} = (1+g) \quad \text{y} \quad Y_1 = Y_0(1+g)$$

Si la tasa de crecimiento g, se mantiene constante en el tiempo, período tras período, el producto en el período t, será igual a:

$$Y_t = Y_0(1+g)^t$$

En general, si la variable X crece a una tasa constante en el tiempo igual a g su valor en el período $t = 0$ será igual a valor de X_0 . Por lo tanto, sus valores en el período $t = 1$ y en el periodo t serán:

Período 1: $X_1 = X_0(1+g)$

Período t: $X_t = X_0(1+g)^t$

Ahora supongamos que el carácter compuesto del crecimiento está ocurriendo k veces dentro del año, considerando que el tiempo t se divide en años, entonces:

Período 1: $X_1 = X_{0\,0}\left(1+\frac{g}{k}\right)^k$

Período t: $X_t = X_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$

Nótese que k puede ser número de meses, trimestres o días. Si k tiende a infinito, entonces nos encontramos en tiempo continuo y abandonamos el tiempo discreto.

<u>Valor inicial o descontado:</u>

Es igual al valor de la variable en cuestión, en este caso, el valor de X, cuando $t = 0$. Despejando X_0 de las fórmulas presentadas anteriormente, se obtiene:

$$X_0 = \frac{X_t}{(1+g)^t} \quad \text{o, en el otro caso:} \quad X_0 = \frac{X_t}{\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}}$$

<u>¿Cómo se obtiene la tasa de crecimiento?</u>

Para calcular el valor de la tasa de crecimiento, g, despejamos dicha variable de las últimas ecuaciones. Partiendo de:

$$(1+g)^t X_0 = X_t \quad \rightarrow \quad (1+g)^t = \frac{X_t}{X_0}$$

De aquí se deduce que:

$$(1+g) = \sqrt[t]{\frac{X_t}{X_0}}$$

$$g = \left(\sqrt[t]{\frac{X_t}{X_0}}\right) - 1$$

Partiendo de: $(1+g)^t X_0 = X_t$, se puede escribir:

$$\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} X_0 = X_t \quad \rightarrow \quad \left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} = \frac{X_t}{X_0}$$

Se toma logaritmos:

$$\ln\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} = \ln\frac{X_t}{X_0} \quad \rightarrow \quad kt\ln\left(1+\frac{g}{k}\right) = \ln X_t - \ln X_0$$

$$\ln\left(1+\frac{g}{k}\right) = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{kt}$$

Si suponemos que g/k no es muy grande, podemos escribir $\ln(1+g/k) = g/k$, entonces:

$$\frac{g}{k} = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{kt}$$

Por lo tanto, la tasa de crecimiento es igual a:

$$g = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{t}$$

<u>Tasa de crecimiento de un cociente</u>

El producto per cápita, como ya fue señalado, se utiliza como un indicador de bienestar material de la población de un país. Este indicador es el cociente de dividir el Producto entre la población, por ello resulta de utilidad aprender a calcular la tasa de crecimiento de

un cociente. Sea Y el PBI, L la población, el PBI per cápita se representa con la letra en minúscula y:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t}$$

La tasa de crecimiento de y del período $t-1$ al período t, será:

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1$$

$$\frac{y_t}{y_{t-1}} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

Expresando explícitamente el producto per cápita por sus componentes, tenemos:

$$\frac{\frac{Y_t}{L_t}}{\frac{Y_{t-1}}{L_{t-1}}} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

$$\frac{Y_t L_{t-1}}{Y_{t-1} L_t} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

De aquí se deduce que:

$$1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{Y_t L_{t-1}}{Y_{t-1} L_t} = \frac{1 + \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}}{1 + \frac{\Delta L_t}{L_{t-1}}}$$

Si denominamos g a la tasa de crecimiento del producto, n a la tasa de crecimiento de la población, entonces la tasa de crecimiento del producto per cápita será igual a:

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{1+g}{1+n} - 1$$

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{g-n}{1+n}$$

ALGUNAS APLICACIONES

Por ejemplo, suponiendo que se desea calcular la tasa de crecimiento promedio anual entre los años 1950 y 2008. Se sabe que el PBI peruano en 2008 fue de 191,479 millones de soles de 1994, en 1950 este valor era de 21,929 millones de soles de 1994. Entonces, aplicando la fórmula tenemos:

$$PBI_{2008} = PBI_{1950}(1+g)^{58} \qquad g = \left(\sqrt[58]{\frac{PBI_{2008}}{PBI_{1950}}}\right) - 1$$

Lo que genera un resultado de 3.8%.

En el caso en que quisiéramos calcular la tasa del crecimiento per cápita conociendo los valores de la tasa de crecimiento del producto y de la población, los cuales son de 5% y 3% respectivamente. Entonces aplicando la fórmula tenemos:

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{0.05-0.03}{1+0.03} = \frac{0.02}{1.03} = 0.0194$$

Por lo tanto, el PBI per cápita crecerá a 1.9%.

b. Crecimiento y valor presente en tiempo continuo

Para expresar el crecimiento de una variable en tiempo continuo, debemos recurrir al número natural e. Partiendo de la siguiente ecuación:

$$X_t = X_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$$

Se obtiene:

$$X_t = X_0\left[\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}}\right]^{gt}$$

Ahora, si k tiende a infinito, debemos preguntarnos a qué será igual el límite de la expresión siguiente:

$$\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}}$$

En A. Chiang (1987) se puede encontrar la demostración de que este límite es igual al número natural, conocido también como número neperiano, representado por el símbolo e, cuyo valor aproximado es 2.71828.

$$\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}} = 2.71828 = e$$

Por lo tanto, el valor de cuando X_t puede formularse como sigue:

$$X_t = X_0 \lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$$

$$X_t = X_0 \lim_{\frac{k}{g}\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{k}{g}}\right)^{\frac{k}{g}}\right]^{gt}$$

Lo que simplificadamente es igual a:

$$X_t = X_0 e^{gt}$$

<u>Valor inicial o descontado:</u>

Como vimos en tiempo discreto, el valor inicial hace referencia al valor que toma la variable en el periodo inicial ($t = 0$). Equivale a descontar el valor de la variable en el periodo t con la tasa de crecimiento multiplicada por el número de periodos transcurridos.

$$X_0 = X_t e^{-gt}$$

<u>Tasa de crecimiento:</u>

Para obtener la tasa de crecimiento de la variable X se toman logaritmos y luego se despeja g. Nótese que el logaritmo natural de e es igual a la unidad ($\ln e = 1$).

$$\ln(X_t) - \ln(X_0) = gt \ln e$$

$$\ln(X_t) - \ln(X_0) = gt$$

$$g = \frac{\ln(X_t) - \ln(X_0)}{t}$$

Tasa de crecimiento de un cociente

Nuevamente calculemos la tasa de crecimiento del producto per cápita, pero ahora en tiempo continuo. Sea Y el PBI, L la población, el PBI per cápita será y .

$$y = \frac{Y}{L}$$

Tomamos logaritmos y derivamos con respecto al tiempo:

$$\ln y = \ln \frac{Y}{L} = \ln Y - \ln L$$

$$\frac{d(\ln y)}{dt} = \frac{d(\ln Y)}{dt} - \frac{d(\ln L)}{dt}$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} - \frac{1}{L}\frac{dL}{dt}$$

Cuadro 1.3
Resumen: crecimiento en tiempo discreto y tiempo continuo

	Tiempo discreto	Tiempo continuo
Valor en t:	$x_1 = x_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$	$x_t = x_0 e^{gt}$
Valor inicial:	$x_0 = \frac{x_t}{\left[1+\left(\frac{g}{k}\right)\right]^{kt}}$	$x_0 = x_t e^{-gt}$
Tasa de crecimiento de un cociente $y = \frac{Y}{L}$	$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{(\Delta Y_t / Y_t) - (\Delta L_t / L_t)}{1 + (\Delta L_t / L_t)}$	$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L}$
Tasa de crecimiento de un producto $Z = XY$	$\frac{\Delta Z_t}{Z_{t-1}} = \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}} + \frac{\Delta X_t \Delta Y_t}{X_{t-1} Y_{t-1}}$	$\frac{\dot{Z}}{Z} = \frac{\dot{X}}{X} + \frac{\dot{Y}}{Y}$

Si convenimos que, en general, $\dot{X} = \frac{dX}{dt}$, entonces:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L}$$

Supongamos que g representa la tasa de crecimiento del producto y n la tasa de crecimiento de la población, entonces la tasa de crecimiento del producto per cápita será igual a:

$$\frac{\dot{y}}{y} = g - n$$

Como vemos, la tasa de crecimiento del PBI per cápita en tiempo continuo difiere de la tasa en tiempo discreto, como se aprecia en el Cuadro 1.3.

CÁLCULO DE LA TASA DE CRECIMIENTO EN TIEMPO DISCRETO Y CONTINUO

Supongamos que: $k_t = k_0(1+g)^t$

$$\ln k_t = \ln k_0 + t\ln(1+g) \qquad \ln(1+g) = \frac{\ln k_t - \ln k_0}{t}$$

Si la tasa g no es muy grande, entonces: $\ln(1+g) = g$

En tiempo continuo es: $k_t = k_0 e^{gt}$

Tomando logaritmos se obtiene:

$$\ln k_t = \ln k_0 + gt\ln e \quad \rightarrow \quad g = \frac{\ln k_t - \ln k_0}{t}$$

Con la ayuda de estas fórmulas se puede estimar el número de años necesario para duplicar el PBI de un país, si crece a una determinada tasa de g% (por ejemplo, 3%, 5% o 7% promedio anual). Supongamos que quisiéramos saber cuántos años necesita un país para duplicar su producción si crece a una tasa de 5%. Se reemplaza los valores en la fórmula de la tasa de crecimiento cuando $k = 1$, pues la medición del crecimiento ha sido anual. De esta forma, hallamos que, independientemente del nivel de producto inicial, para que una economía duplique su producto requiere de 14 años de crecimiento a una tasa de 5%.

$$2x_0 = x_0(1+0.05)^t \quad \rightarrow \quad 2 = (1.05)^t \quad \rightarrow \quad \ln 2 = t\ln(1.05) \quad \rightarrow \quad 0.7 = 0.05t$$

$$t = 0.7/0.05 = 14$$

3. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN, CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO Y FACTORES PRODUCTIVOS

Como hemos mencionado, el crecimiento económico se centra en la expansión de largo plazo del producto de la economía. Para poder analizar el crecimiento, es necesario medirlo. La contabilidad del crecimiento parte de considerar que las relaciones entre la tecnología y los factores de producción, trabajo y capital, se puede representar con una Función de Producción Agregada. Es decir, la función de producción describe la magnitud del producto que resulta de la combinación, dada la tecnología, de los factores de producción capital y trabajo. En esta sección se presentan algunos conceptos básicos para abordar temas de crecimiento: la función de producción, la contabilidad del crecimiento y los factores de producción.

❖ La función de producción neoclásica

La función de producción más utilizada en teoría del crecimiento es la denominada Cobb-Douglas que es homogénea de grado uno o que exhibe rendimientos constantes a escala:

$$Y = K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha}$$

Donde $0 > \alpha > 1$, Y es el producto, L es el factor trabajo, K es el capital y E representa la tecnología que incrementa la eficiencia del trabajo.

Como ya se ha señalado, la tasa de variación proporcional de una variable X es:

$$\frac{d\ln(X)}{dt} = \frac{1}{X}\frac{dX}{dt}$$

Si $\frac{d\ln(X)}{dt} = m$, podemos escribir que $X_t = X_0 e^{mt}$

Para hallar la tasa de variación proporcional de Y, tomamos logaritmos a la función de producción y luego derivamos con respecto al tiempo.

$$\ln(Y) = \alpha\ln(K) + (1-\alpha)\ln(L) + (1-\alpha)\ln(E)$$

$$\frac{d\ln(Y)}{dt} = \alpha\frac{d\ln(K)}{dt} + (1-\alpha)\frac{d\ln(L)}{dt} + (1-\alpha)\frac{d\ln(E)}{dt}$$

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \alpha\frac{1}{K}\frac{dK}{dt} + (1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} + (1-\alpha)\frac{1}{E}\frac{dE}{dt}$$

Se observa que la tasa de crecimiento del producto depende del crecimiento de los factores de producción y del Cambio tecnológico.

La relación capital – producto (v)

$$v = \frac{K}{Y}$$

Nótese que la relación capital producto es la inversa de la productividad media del capital (Y/K).

$$\frac{1}{v} = \frac{Y}{K}$$

Tomando logaritmos a esta ecuación y derivando con respecto al tiempo, obtenemos la tasa de crecimiento del ratio capital producto:

$$\ln(v) = \ln(K) - \ln(Y)$$

$$\frac{d\ln(v)}{dt} = \frac{d\ln(K)}{dt} - \frac{d\ln(Y)}{dt}$$

Sustituyendo la tasa de crecimiento del producto hallada anteriormente y factorizando, la tasa de crecimiento de la relación capital producto resulta igual a:

$$\frac{d\ln(v)}{dt} = (1-\alpha)\left[\frac{d\ln(K)}{dt} - \frac{d\ln(L)}{dt} - \frac{d\ln(E)}{dt}\right]$$

Si la mano de obra y su eficiencia crecen a tasas n y ρ, respectivamente ($L_t = L_0 e^{nt}$ y $E_t = E_0 e^{\rho t}$), entonces la tasa de crecimiento de la relación capital producto será igual a:

$$\frac{d\ln(v)}{dt} = (1-\alpha)\left[\frac{d\ln(K)}{dt} - n - \rho\right]$$

La inversión neta es el incremento neto del stock de capital durante un determinado período:

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K}$$

Una fracción δ del stock de capital se gasta cada período, pero la sociedad ahorra e invierte una fracción s del Producto. La inversión neta será, entonces, igual a:

$$\frac{dK}{dt} = sY - \delta K$$

De aquí se obtiene a qué es igual la tasa de crecimiento del stock de capital:

$$\frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = s\frac{Y}{K} - \delta \qquad \rightarrow \qquad \frac{d\ln(K)}{dt} = \frac{s}{v} - \delta$$

Reemplazando este valor en $d\ln(v)/dt$, obtenemos:

$$\frac{d\ln(v)}{dt} = (1-\alpha)\left[\left(\frac{s}{v} - \delta\right) - n - \rho\right]$$

Si la relación capital – producto permanece estable (o constante), se obtiene:

$$\frac{d\ln(v)}{dt} = 0 = (1-\alpha)\left[\left(\frac{s}{v} - \delta\right) - n - \rho\right]$$

$$\left(\frac{s}{v} - \delta\right) - n - \rho = 0$$

$$v^* = \frac{s}{\delta + n + \rho}$$

Donde v^* es la relación capital producto en el largo plazo o en el estado estacionario. Recordemos que esta relación capital producto se deriva de una función de producción con cambio técnico aumentador de trabajo de la forma:

$$Y = K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha}$$

La relación capital trabajo, en este caso, será:

$$v^* = \frac{s}{\delta + n}$$

Si asumimos una función de producción de tipo Cobb- Douglas,

$$Y_t = K_t^{\alpha}(L_t)^{1-\alpha}$$

Si la economía permanece con esta relación (v^*) constante, entonces:

$$K_t = v^* Y_t$$

Por lo tanto, la función de producción puede expresarse como:

$$Y_t = (v^* Y_t)^{\alpha} (L_t)^{1-\alpha}$$

$$\frac{Y_t}{Y_t^{\alpha}} = (v^*)^{\alpha} \left(\frac{Y_t}{Y_t^{\alpha}} \right)^{\alpha} (L_t)^{1-\alpha}$$

$$Y_t^{1-\alpha} = (v^*)^{\alpha} (L_t)^{1-\alpha}$$

$$\left(Y_t^{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (v^*)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (L_t)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}}$$

$$Y_t = (v^*)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (L_t)$$

Características de la función de producción neoclásica

La función de producción neoclásica del tipo Cobb-Douglas puede representarse también como sigue:

$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

En esta función, los factores son sustituibles, a diferencia de la función de producción de coeficientes fijos que veremos más adelante. La producción es creciente en los factores, es decir, mayores niveles de capital y trabajo incrementan el producto. No obstante, el aumento de la producción cuando se eleva la cantidad de un factor continuamente, mientras el otro permanece constante, es cada vez menor. En otras palabras, la función neoclásica exhibe rendimientos marginales decrecientes. Formalmente esto implica que la primera derivada de la función con respecto a los factores es positiva, mientras que la segunda derivada es negativa.

RENDIMIENTOS MARGINALES DECRECIENTES

$$\frac{dY}{dK} = \alpha \frac{Y}{K} > 0 \qquad \frac{dY}{dL} = (1-\alpha) \frac{Y}{L} > 0$$

$$\frac{d^2Y}{dK^2} < 0 \qquad \frac{d^2Y}{dL^2} < 0$$

Asimismo, la función presenta retornos constantes a escala. Esto implica que un incremento en los factores en determinada proporción (λ), incrementa el producto final en la misma proporción.

$$Y = F(K, L)$$

$$f(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda^{\alpha+1-\alpha} K^{\alpha} L^{1-\alpha} = \lambda f(K, L) = \lambda Y$$

Gracias a esta última propiedad, conocida también como homogeneidad de primer grado, la función puede expresarse en términos per cápita. Haciendo $\lambda = 1/L$.

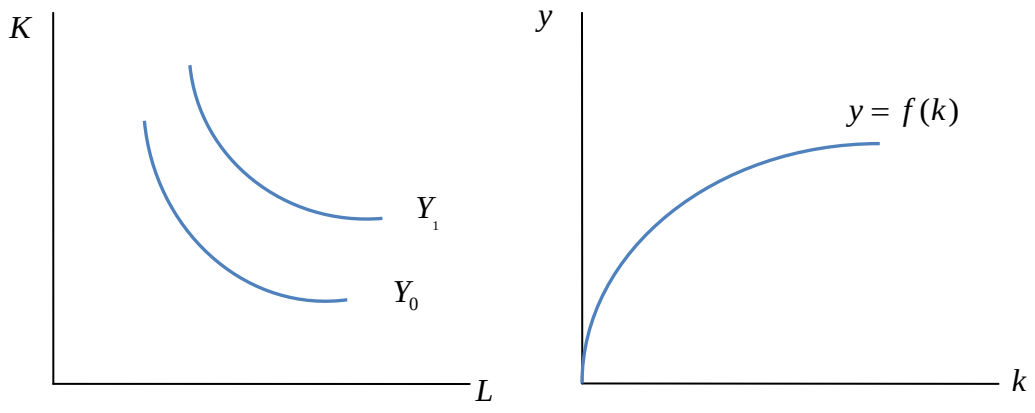
$$Y = F(K, L)$$

$$\frac{Y}{L} = F(\frac{K}{L}, 1)$$

$$y = f(k)$$

En el Gráfico 1.14, se presenta la función de producción neoclásica. En el panel izquierdo se representan las isocuantas, que representan las diversas combinaciones de los factores capital y trabajo para producir una misma cantidad de producto, Y_1 y Y_2. Las curvas son convexas al origen. En el panel derecho se presenta la función de producción por trabajador. En él podemos apreciar los rendimientos marginales decrecientes del capital.

Gráfico 1.14
Función de producción neoclásica



La función de producción neoclásica satisface las denominadas condiciones de Inada. De acuerdo con ellas, la productividad marginal de los factores de producción tiende a cero cuando la cantidad del factor tiende a infinito, y tiende a infinito si la cantidad utilizada de factor tiende a cero.

LAS CONDICIONES DE INADA

$$\lim_{k \to 0} \frac{\partial Y}{\partial K} = \infty \qquad \lim_{L \to 0} \frac{\partial Y}{\partial L} = \infty$$

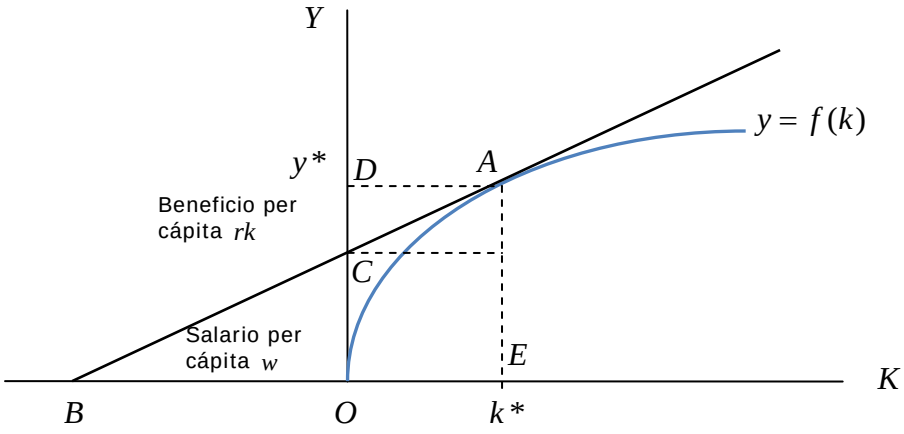
$$\lim_{k \to \infty} \frac{\partial Y}{\partial K} = 0 \qquad \lim_{L \to \infty} \frac{\partial Y}{\partial L} = 0$$

En los modelos macroeconómicos neoclásicos, bajo competencia perfecta, la condición de eficiencia en la producción establece que cada factor de producción debe recibir como pago su productividad marginal. En otras palabras, el salario real será igual al producto marginal del trabajo y el rendimiento real del capital será igual al producto marginal del capital. Dado que la producción presenta rendimientos constantes a escala, el producto se agotará totalmente con el pago a los factores. Esta afirmación es conocida como el teorema de Euler.

$$K \frac{dY}{dK} + L \frac{dY}{dL} = Y$$

Como se mencionó, $dY / dK = r$ es la tasa de beneficio o de rendimiento del capital, y $dY / dL = w$, el salario real. El Gráfico 1.15 muestra la distribución entre salarios y beneficios que se deriva del teorema de Euler.

Gráfico 1.15
Distribución entre salarios y beneficios



En el nivel de capital per cápita k^*, la producción por trabajador es $y^* = f(k^*)$. Asimismo, la productividad marginal del capital será la pendiente de la recta tangente en el punto A, es decir, el cociente de los segmentos $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$. De este modo, $r = \overline{CD} / \overline{DA}$, pues la tasa

de beneficio es igual a la productividad marginal del capital. Dado que $\overline{DA} = \overline{OE}$, entonces $r = \overline{CD} / \overline{OE}$, lo cual equivale a $r = \overline{CD} / k^*$. Por lo tanto, los beneficios por trabajador empleado serán iguales al segmento $\overline{CD} = rk^*$.

Siguiendo el teorema de Euler, el producto debe agotarse si los factores reciben como remuneración su producto marginal. Por ello, el salario por trabajador será $w = \overline{OD} - \overline{CD} = \overline{OC}$. Del mismo modo, podemos hallar el precio relativo de los factores de producción. Considerando $r = \overline{OC} / \overline{OB} = w / \overline{OB}$, tenemos que el ratio salario tasa de beneficio será igual a $w / r = \overline{OB}$.

Contabilidad del crecimiento económico

La contabilidad del crecimiento parte de considerar que la Tecnología se puede representar con una Función de Producción Agregada, que combina cantidades de factores productivos trabajo y capital, necesarias para obtener un nivel de producción en un determinado período.

Sea la Función de Producción Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

Donde A representa factores que afectan a la producción pero que no son recogidos por L y K, tales como los niveles de eficiencia alcanzados en una economía en cada momento del tiempo. Los aumentos sucesivos de A representan el progreso técnico, ya que permiten aumentar el nivel de producción con las mismas dotaciones de factores productivos. Si suponemos que los mercados son competitivos, que las empresas maximizan beneficios y que la Función de Producción presenta Rendimientos Constantes a Escala, como la presentada anteriormente, se puede descomponer el crecimiento del producto en las tasas de crecimiento ponderadas del capital, del trabajo y del cambio técnico:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dA}{A} + \alpha \frac{dK}{K} + (1-\alpha)\frac{dL}{L}$$

La tasa a la que crece el progreso técnico A también es conocida como productividad total del los factores (PTF). En la función de producción utilizada aquí, el progreso técnico no depende directamente de las decisiones de los agentes económicos, sino de factores que no se observan directamente y que evolucionan con el transcurso del tiempo. Por esta razón, se dice que el progreso técnico es exógeno.

Si la función presenta rendimientos constantes a escala, entonces el producto per cápita se expresa de la siguiente forma:

$$y = Af(k)$$

Asimismo, la tasa de crecimiento del producto per cápita es igual a la tasa de crecimiento del progreso técnico más la tasa de crecimiento del capital multiplicada por la participación de los beneficios en el producto total.

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{rK}{Y}\frac{\dot{k}}{k}$$

❖ La función de producción de coeficientes fijos

La función de producción de coeficientes fijos establece que la producción queda determinada en estricta proporción al stock de capital o al trabajo. De este modo, presupone que los factores de producción se combinarán en proporciones fijas. Formalmente se representa como sigue:

$$Y = mín\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right)$$

Donde $v > 0$, $u > 0$ y v/u determina la proporción fija en que se deben utilizar los factores. Por lo tanto, tenemos:

- Si $\frac{K}{v} < \frac{L}{u} \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{K}{v} \quad \wedge \quad L = uY = u\frac{K}{v} \leq u\frac{L}{u}$
- Si $\frac{L}{u} < \frac{K}{v} \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{L}{u} \quad \wedge \quad K = vY = v\frac{L}{u} \leq v\frac{K}{v}$

En el primer caso, el stock de capital determina el nivel de producción y el trabajo existente en la economía excede la cantidad requerida para el nivel de producción óptimo. En el segundo caso, es el capital el factor más abundante, por lo que la producción se determinará en base al trabajo. Todo ello nos permite apreciar que si alguno de los factores excede las necesidades representadas por el ratio v/u, dicho excedente permanecerá ocioso.

Entre sus principales características, la función de coeficientes fijos presenta retornos constantes a escala. Es decir, un incremento en los factores en determinada proporción, por ejemplo, multiplicarlos por la constante positiva λ, incrementa el producto final en la misma proporción, pues no se alterará la relación v/u. Otra característica de este tipo de función es que no permite sustitución entre los factores, de aquí su nombre de función de producción con coeficientes técnicos fijos.

$$Y = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right) = \min\left[\frac{\lambda K}{v}, \frac{\lambda L}{u}\right]$$

$$\text{Si } \frac{K}{v} < \frac{L}{u} \rightarrow \frac{\lambda K}{v} < \frac{\lambda L}{u}$$

En el panel izquierdo de la Gráfico 1.16 se muestra las isocuantas para niveles de producción Y_0 y Y_1. Se observa que, fuera de la diagonal con pendiente v/u, no es posible incrementar el producto aumentando la cantidad de cualquiera de los dos factores. En el panel derecho se presenta la producción y capital por cantidad de trabajo empleado.

Como la función tiene retornos constantes a escala, si $\lambda = 1/L$, la función puede expresarse en términos per cápita:

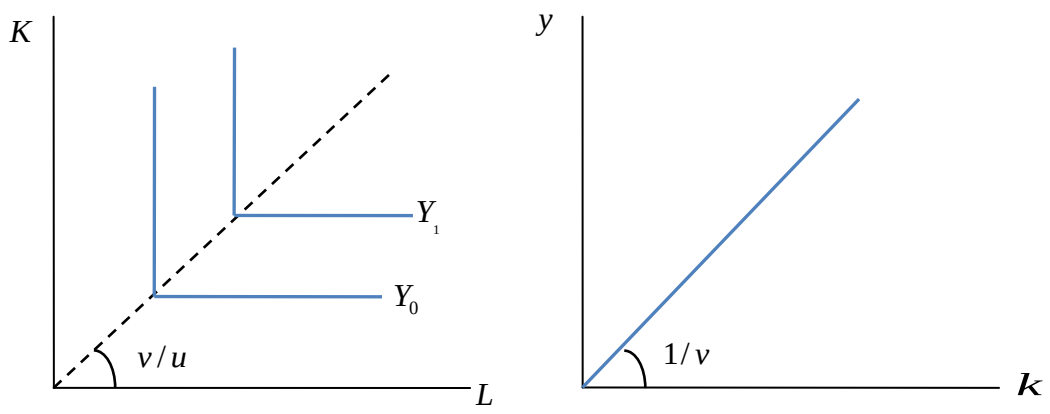
Producción per cápita: $$y = \frac{Y}{L} = \frac{1}{u}$$

Capital per cápita: $$k = \frac{K}{L} = \frac{v}{u}$$

Del mismo modo, la relación producto capital, cuyo valor es constante, puede expresarse de la siguiente forma:

Relación producto capital: $$\frac{Y}{K} = \frac{y}{k} = \frac{1}{v}$$

Gráfico 1.16
Función de producción de coeficientes fijos



❖ Los factores productivos

En general, el producto de la economía está determinado por su "habilidad" para producir bienes y servicios. Como vimos al presentar la función de producción, utiliza dos importantes factores (trabajo y capital) y los combina mediante un proceso que involucra la tecnología. La tecnología es el conocimiento que permite combinar esos dos factores de producción. Se representa por: $Y = F(K, L, T)$ que es conocida como Función de Producción.

La Función de Producción, describe como el capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (T) se transforman en Producto o dan lugar a una cantidad de producto Y. Lo que quiere decir, en otras palabras, que Y es producido utilizando estos tres factores. Es claro entonces que el crecimiento del producto proviene del crecimiento de K, de L o de T. En general, una economía produce mayores cantidades de Y si tiene más trabajadores. Más máquinas, o mejores «maneras» de relacionar el trabajo con las máquinas.

Fuerza laboral y crecimiento económico

La Fuerza de Trabajo es básicamente el número de personas en edad de trabajar (PET), que están trabajando o están buscando trabajo, también denominada Población Económicamente Activa (PEA). Aquellas personas que están buscando trabajo y no lo encuentran son los desempleados. La Tasa de Desempleo es la fracción de la PEA desempleada. En el Perú, en el año 2005 la PEA era de 13'815,894 personas. La PEA ocupada ascendía a 13'119,725 personas. Por lo tanto la tasa de desempleo fue de 5%.

Cuando el producto está en su nivel potencial se dice que la economía está en su tasa de desempleo natural. La diferencia entre la tasa de desempleo y la tasa natural se conoce con el nombre de Tasa de Desempleo Cíclica. Se dice que hay una relación negativa entre el producto y la tasa de desempleo. Cuando el producto se sitúa por encima de su nivel potencial, la tasa de desempleo se ubica por debajo de la tasa natural, y viceversa.

Cuantas más personas trabajan, más bienes y servicios son producidos. La relación es directa: para aumentar el crecimiento económico hay que aumentar el tamaño de la fuerza laboral y/o reducir la tasa de desempleo si es posible a cero. Pero hay restricciones:

1. La sociedad limita el tamaño de la fuerza laboral. Se impide, por ejemplo, el trabajo de los niños por razones morales o porque es mejor dejarlos que desarrollen sus habilidades y adquieran conocimientos para convertirse en trabajadores calificados en el futuro. Por otro lado, también la sociedad ha decidido implantar sistemas de Seguridad Social para permitir que los adultos mayores disfruten de su retiro sin buscar más ser empleados.

2. La tasa natural de desempleo puede no ser cero. En la economía siempre hay desempleados aún cuando la economía está en su producto potencial

Determinantes de la tasa de desempleo natural

El incremento de la tasa natural se atribuye al desempleo friccional y al desempleo estructural.

- **Desempleo friccional:** Básicamente se considera resultado de transiciones en el mercado de trabajo; las personas dejan un empleo para buscar otro, o están esperando la respuesta de un empleo, etc. Tienen corta duración.

- **Desempleo estructural:** trabajadores que son forzados a cambiarse de una industria a otra o entraron a trabajar sin la calificación adecuada, por lo general son trabajadores que no tienen las calificaciones para los puestos de trabajo existentes.

Sea L la fuerza laboral, U los desempleados y E los empleados. Entonces:

$$L = U + E$$

La tasa de desempleo será:

$$\mu = \frac{U}{L}$$

La tasa natural de desempleo (μ_n) se definirá a partir de los conceptos anteriores que para su mejor comprensión reformulamos como sigue:

- **Tasa de pérdida de trabajo (s):** número de personas que pierden su trabajo entre número de personas empleadas.

- **Tasa de hallazgo de trabajo (f):** número de desempleados que encuentran trabajo entre el número de desempleados.

Por lo tanto:

- El número de personas que encuentran trabajo en un período será igual a fU

- El número de personas que pierden sus empleos en un períodos será: $s(L-U)$

La tasa de desempleo natural es la tasa que prevalece cuando la economía no está en boom ni en recesión. Si el número de personas desempleadas no cambia a lo largo del tiempo, entonces el número de personas que pierden trabajo debe ser igual al número de personas que encuentran trabajo. Por lo tanto, la tasa natural de desempleo se obtendrá como sigue:

$$fU = s(L-U)$$

$$(f+s)U = sL$$

$$\mu_n = \frac{s}{f+s}$$

En general, la tasa de desempleo no es cero: la gente siempre perderá empleos por alguna razón, es decir $s > 0$. Esto se debe a distintas explicaciones. Por un lado, firmas que quiebran mientras otras son exitosas, inventos que ponen productos fuera del mercado, países que penetran mercados quebrando las firmas de los países de esos mercados, etc.

La tasa de desempleo natural aumenta cuando s alta, es decir, cuando la tasa de pérdida de empleo es alta y cuando f es baja, es decir, cuando la tasa de hallazgos es baja. (Nótese, entonces, que los países tienen deferentes tasas naturales de desempleo).

Cuando ocurre lo contrario se reduce la tasa de desempleo natural.

$$\mu_n \uparrow = \frac{s \uparrow}{f \downarrow + s \uparrow}$$

¿Cómo se reduce la tasa natural de desempleo?

- Mejorar la información en el mercado de trabajo (política laboral que relacione oferta y demanda).

- Mejorar capacitación de trabajadores: De este modo se reduce la pérdida de empleo e incrementa la tasa de hallazgos de empleo.

- Eliminar desincentivos al trabajo: demasiada regulación y demasiados beneficios al desempleo. Aunque esto solo aplica en países desarrollados.

Capital y crecimiento económico

El capital está constituido por equipamiento, estructuras, maquinaria, e inventarios que ayudan a mejorar la capacidad productiva de la economía. El stock de capital no es otra cosa entonces que la cantidad de activos productivos que se utiliza para producir bienes y servicios. Por su parte, la inversión está estrechamente relacionada al stock de capital. De este modo, la Inversión es el monto de nuevo capital que se adiciona al stock de capital existente en cada período. La Inversión es una variable de flujo y el capital es una variable de stock.

Según la contabilidad nacional, está compuesta por:

- Inversión fija (en maquinaria y equipo y en construcción).

- Variación de Inventarios (bienes en proceso, o que han sido producidos y no se han vendido).

Inversión Bruta y Neta

No toda inversión es una adición al stock existente de capital. Una parte se destina a reponer el capital gastado en el proceso de producción. El monto de capital gastado se denomina depreciación. Por lo tanto, si ΔK representa la variación en el stock de capital y δ la tasa de depreciación del capital, tenemos lo siguiente:

$$I_{Bruta} = \Delta K + \delta K$$

$$I_{Neta} = I_{Bruta} - \delta K$$

$$I_{Neta} = \Delta K$$

Por lo visto, la inversión neta es la que aumenta el monto total de stock de capital de la economía. En otras palabras, la Inversión Neta es el incremento neto del stock de capital durante un determinado periodo. En tiempo continuo la Inversión Neta se expresa como:

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K}$$

Inversión y Ahorro

La contabilidad nacional establece como identidad del producto la suma del Consumo, Inversión, Gasto y Exportaciones Netas.

$$Y = C + I + G + XN$$

Donde Y es el producto, C es consumo, I es la inversión, G es el gasto público, XN son las exportaciones netas. Además, el Gobierno financia el Gasto Público cobrando impuestos a los ciudadanos. La tributación total, T, puede ser introducida en la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$(Y - T - C) + (T - G) = I + XN$$

Podemos separar así el Ahorro Privado, S_p, del Ahorro Público, S_g :

$$S_p = Y - T - C$$

$$S_g = T - G$$

$$S_p + S_g = I + XN$$

Por lo tanto, el ahorro doméstico es igual a la Inversión más las exportaciones netas. En una economía cerrada $XN = 0$, entonces el ahorro doméstico es igual a la inversión.

En un modelo simplificado sin Gobierno, el Ahorro doméstico será igual al ahorro privado. Dado que la sociedad ahorra e invierte una fracción s del producto, la función de ahorro se define como:

$$S = sY$$

La condición de equilibrio en una economía cerrada establece que la Inversión debe igualar el Ahorro. Por lo tanto, la inversión neta y su tasa de crecimiento serán:

$$\frac{dK}{dt} = sY - \delta K \quad \rightarrow \quad \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = \frac{sY}{K} - \delta \quad \rightarrow \quad \frac{d\ln(K)}{dt} = \frac{s}{v} - \delta$$

Inversión y Tasa de Interés

Hay una relación inversa entre la inversión y la tasa de interés. Un incremento de la tasa de interés reduce la inversión porque encarece su financiamiento. Esto ocurre si el inversionista tiene sus propios fondos o se presta en el mercado, porque aumenta el costo de oportunidad de aquellos que planean financiar la inversión utilizando sus propios fondos.

Tecnología y crecimiento económico

La tecnología se define como los «conocimientos» que permiten transformar insumos en productos. Con "mayores conocimientos" se puede producir más con un monto dado de factores de producción. La tecnología es resultado de investigaciones para encontrar nuevas y mejores formas de «hacer las cosas».

El Progreso o Cambio Técnico implica que se puede obtener mayor producción de unas mismas disponibilidades de L y K con el paso del tiempo. El cambio técnico puede ser general cuando rige por igual para todos los recursos o factores que estén siendo utilizados. También puede haber un cambio técnico particular que rige para un factor o para fracciones de este factor.

- **Progreso técnico general:** Rige por igual para todos los recursos (trabajo y capital). La experiencia es considerada como "maná" del cielo. Ambos factores productivos son *homogéneos*.

- **Progreso técnico particular:** No rige para todos los recursos. Las máquinas nuevas son más productivas, así como los hombres de capacitación reciente. Ambos factores productivos no son homogéneos, sino *generacionales.*

Neutralidad del progreso técnico

La neutralidad hace referencia a las situaciones en las que el progreso técnico desplaza a la función de producción de manera tal que los factores trabajo y capital se siguen empleando a lo largo del tiempo en las mismas proporciones que en el periodo de referencia. El progreso técnico neutral no inclina la balanza del lado del trabajo ni del capital. Se distinguen tres tipos de neutralidad.

- **Neutral de Harrod:** Aumento de la eficiencia del trabajo (original de Joan Robinson en *The classification of inventions* de 1938).

  $Y = F(K, \alpha L)$ con $\alpha(0) = 1$ y $\alpha(t) > 0$ para $t > 0$

- **Neutral de Solow:** Aumento de eficiencia del capital.

  $Y = F(\alpha K, L)$ con $\alpha(0) = 1$ y $\alpha(t) > 0$ para $t > 0$

En este caso, la relación capital-producto no es constante, por lo que no es apropiado para el modelo de Solow. Sin embargo, puede ser útil en los modelos del tipo de generación.

- **Neutral de Hicks:** Si las cantidades aplicadas de K y L no varían, la producción crece al ritmo del progreso técnico $\rightarrow$ $\alpha(t) = e^{mt}$

  $Y = \alpha F(K, L)$ con $\alpha(0) = 1$ y $\alpha(t) > 0$ para $t > 0$

Si la función de producción tiene rendimientos constantes a escala, es decir, es homogénea de grado 1, entonces la Neutralidad de Hicks es una combinación de las neutralidades de Harrod y Solow.

$$Y = \alpha F(K, L) = F(\alpha K, \alpha L)$$

Esta especificación tampoco es apropiada para modelos con una relación capital-producto constante.

4. HISTORIA Y HECHOS ESTILIZADOS DE LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

En esta sección presentamos una breve reseña de la historia de la teoría del crecimiento económico, resaltando los temas de preocupación en cada periodo y los modelos y principales desarrollos de las distintas escuelas. Presentamos además los principales hechos estilizados que la teoría del crecimiento busca explicar.

❖ Breve historia de la teoría del crecimiento económico

La teoría económica nace con las obras de Adam Smith (1776) y David Ricardo (1817) como ciencia macroeconómica y del crecimiento. Los que los precedieron, como David Hume, Richard Cantillon y François Quesnay, entre otros, también abordaron temas macroeconómicos. Pero Smith y Ricardo son los primeros en abordar sistemáticamente el tema del crecimiento económico y de la generación de riqueza y, en particular, los límites o restricciones que enfrenta el proceso de expansión de las economías capitalistas de mercado.

Se puede identificar tres períodos históricos en el desarrollo de la teoría del crecimiento, en cada uno de los cuales se desarrollan enfoques que difieren entre sí por los temas tratados y las preocupaciones políticas explícitas o implícitas de los autores involucrados. Estos son:

- Periodo de expansión del capitalismo: desde el siglo XVIII hasta fines del siglo XIX

- Periodo de recuperación del capitalismo: desde la post-Gran Depresión de 1930 y la post-Segunda Guerra Mundial hasta inicios de la década de 1970

- Periodo de recuperación del capitalismo: desde la post-estanflación de mediados de 1970 y principios de 1980.

a. Periodo de expansión del capitalismo: desde el siglo XVIII hasta fines del siglo XIX

La preocupación teórica durante este período se centraba en las restricciones o límites que enfrentaba el crecimiento económico. Adam Smith en su obra *Investigación acerca de la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones*, publicada en 1776, señala que la extensión del mercado era una limitación al crecimiento económico y a los aumentos de la productividad. Cuanto mayor es la extensión del mercado, mayores son las posibilidades de la especialización y la división del trabajo, y una mayor especialización y división del trabajo permite aumentos en la productividad que se expresan en reducciones del costo por unidad producida. Por su parte, estas reducciones de costos aumentan la capacidad de la economía nacional de penetrar mercados externos mediante mayores exportaciones, es decir, aumentan su competitividad internacional, generando un proceso de causación circular acumulativa. Cuando al mercado nacional se adiciona parte del mercado internacional, aumenta la extensión del mercado y, por consiguiente, las posibilidades de una mayor especialización y división del trabajo. Las consecuentes mayores innovaciones reducen aun más los costos por unidad producida aumentando de este modo la competitividad, y así sucesivamente. De esta manera, la especialización y la extensión del mercado se refuerzan mutuamente, dando lugar a rendimientos a escala crecientes de la economía.

La especialización y la división del trabajo constituyen el factor clave del crecimiento económico o del continuo incremento de la riqueza nacional, y este factor es el que puede

ser limitado en su desarrollo por la extensión del mercado. Este último concepto es concebido también como un proceso que implica el desarrollo infraestructural a escala nacional, la apertura de nuevas vías de comunicación, el desarrollo de ciudades e industrias, y el aumento de la población. Smith destaca el rol principal que cumple el Estado como el gestor del desarrollo infraestructural a escala nacional.

Por otra parte, David Ricardo, que publica su obra *Principios de economía política y tributación* (1817) veinte años después que Smith, también teoriza sobre los límites que enfrenta la expansión de la economía capitalista. La economía que el estudia es, sin embargo, más desarrollada. Desde la segunda mitad del siglo XVIII hasta principios del XIX, se había producido un proceso de transformaciones socioeconómicas, tecnológicas y culturales conocido como Revolución Industrial. Es el período en el que se impone la industria manufacturera con la introducción de procesos de mecanización y en el que se expande el comercio con el impulso de las máquinas a vapor y los ferrocarriles. Específicamente la introducción de nuevas maquinas en las primeras décadas del siglo XIX impulsó un vasto proceso de industrialización, de modernización y aumentos de la productividad, con el consiguiente crecimiento de su producción. El costo y tiempo de la producción manufacturera disminuyen y dan lugar a la denominada producción en serie por la simplificación de procesos de trabajo complejos en tareas y operaciones sencillas.

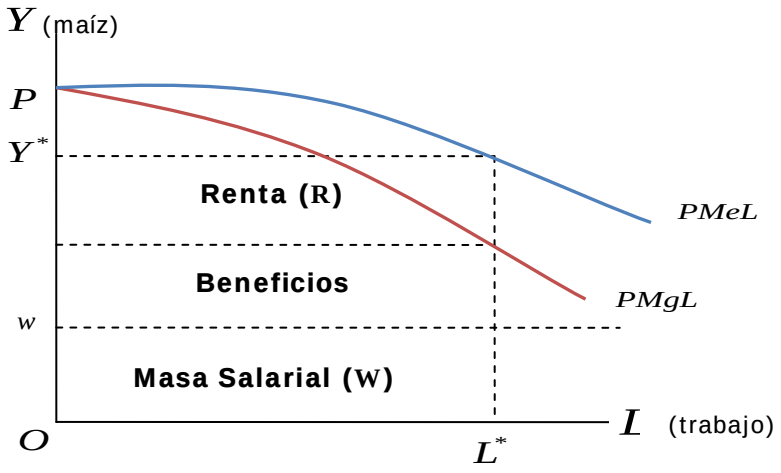
Ricardo identifica, en estas condiciones del desarrollo capitalista, como límite a su expansión a la clase social terrateniente que él denomina rentista o improductiva, por oposición a la clase capitalista. Desarrolla su teoría de la distribución de la riqueza o el producto de una economía, dividiendo la sociedad en tres clases: los capitalistas, que son los que invierten capital y generan progreso; los terratenientes, dueños de la tierra, que la alquilan o rentan a los capitalistas; y, por último, los trabajadores, que aportan su trabajo y reciben a cambio un salario. Para analizar cómo se distribuye el producto entre estas tres clases, Ricardo introduce el concepto de rendimientos decrecientes de la tierra, cuya cantidad es fija y su calidad variable. Bajo este supuesto el producto medio y marginal del trabajo son decrecientes.

Como supone que la tasa de salario real por trabajador está dado, para un nivel determinado de empleo el producto total se dividía en tres partes: la masa total de salarios, la renta total de la tierra y los beneficios totales (véase Gráfico 1.17). El producto del nivel de empleo (L^*) por la tasa de salario (w) constituía la masa salarial total (W). Por su parte el producto de la diferencia entre producto medio y marginal de la tierra por el nivel de empleo constituía la renta total (R) que iba a manos de los terratenientes. Por lo tanto, los beneficios se determinaban como residuo; es decir, como diferencia entre el producto total (Y^*) y la suma de los salarios y rentas ($W + R$). Como se comprenderá, el producto total resulta de multiplicar el producto medio por el nivel de empleo.

El aumento del empleo y por lo tanto de la producción, dado el supuesto de rendimientos marginales de la tierra, genera un aumento de la renta y una disminución de los beneficios. Si los aumentos del empleo y la producción continúan, *ceteris paribus*, los beneficios podrían reducirse a cero y la economía alcanzaría una situación que Ricardo denominó de *estado estacionario,* es decir, una situación donde ya no hay incentivos para la continuación

de la acumulación de capital y, por lo tanto, para la expansión del empleo y la producción. La solución era la eutanasia del rentista y/o la introducción de cambios técnicos en el proceso de producción.

Gráfico 1.17
La teoría de la distribución del ingreso de Ricardo



Fuente: Kaldor (1955-1956).

Para Ricardo el salario pagado por los capitalistas debería permitir a los trabajadores reponerse y reproducirse en condiciones socialmente adecuadas. Por lo tanto, el salario no se determinaba en el mercado y solo en la situación de estado estacionario el salario real se igualaba al producto marginal del trabajo. Si el salario se situaba por debajo de ese nivel, se generaban conflictos sociales que impedían el normal funcionamiento de la economía.

La teoría de la distribución de Ricardo puede resumirse entonces como sigue: cuando aumenta la renta de los propietarios de la tierra al expandirse la producción, se reduce los beneficios. Pero puede ocurrir que los beneficios se reducen también porque aumenta la tasa de salarios debido a que los precios de los bienes salario aumentan cuando aumenta la población y, consecuentemente, la demanda de alimentos.

Los rendimientos marginales decrecientes y su consecuencia (aumento de rentas de los propietarios de la tierra y aumento de los salarios que reducen los beneficios) conducen al estado estacionario o ausencia de crecimiento, a menos que se contrarreste estos efectos mediante el cambio tecnológico o la especialización mediante el comercio libre que permitiría conseguir alimentos a menores precios para evitar el incremento del costo de vida y la subida de los salarios.

A propósito de las proposiciones de Ricardo, John M. Keynes (citando a Malthus) señala que la desaparición de la clase terrateniente provocaría una *insuficiencia de demanda*. Los clásicos, como Ricardo, criticaban esta proposición malthusiana, pues se adherían fervorosamente a la Ley de Say ("la oferta genera su propia demanda").

En general, Smith, Ricardo, Malthus, Stuart Mill y Marx, enfocaron su preocupación teórica en cuestiones de la acumulación de capital y el crecimiento económico. La teoría neoclásica resultante de la revolución marginalista, que se produjo a finales del siglo XIX, hizo más énfasis en el intercambio, la asignación de recursos y la determinación de los precios, dejando de lado el análisis de las fuentes del crecimiento y de los límites que enfrenta. Los neoclásicos abordarán estos temas recién en las décadas de 1950 y 1960.

b. Periodo de recuperación del capitalismo: desde la post-Gran Depresión y la post-Segunda Guerra Mundial hasta inicios de la década de 1970

Desde fines del siglo XVIII e inicios del siglo XX, las teorías de Smith y Ricardo fueron sustituidas por la teoría Neoclásica. Esta teoría de mercado autorregulado o de libre mercado es puesta en cuestión por la Gran Depresión de 1929. El tema que preocupa a los teóricos de este período es el desempleo y la recesión. John M. Keynes, cuya obra fundamental *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero* se publica en 1936, sostiene que el problema que enfrentan las economías es de *insuficiencia de demanda* y de *desempleo involuntario*. El Estado debía intervenir para superar el desempleo y la recesión. El presidente estadounidense Franklin D. Roosevelt decide aplicar las políticas keynesianas inaugurando el conocido *New Deal.*

Pero las economías capitalistas no salen de la crisis sólo con las políticas keynesianas anticíclicas, se requería también de un nuevo sistema monetario internacional que sustituyera al Patrón Oro que había dejado de ser útil. Keynes participa también en la creación de este nuevo sistema conocido después como el sistema de Bretton Woods. Este nuevo sistema introduce el régimen de tipo de cambio fijo con libre convertibilidad del dólar en oro, el control al movimiento internacional de capitales y el monitoreo de los equilibrios macroeconómicos por parte de la nueva institución conocida como Fondo Monetario Internacional (FMI). El régimen de tipo de cambio fijo se caracterizaba por haber introducido una relación fija de 35 dólares la onza de oro y relaciones cuasi fijas entre las otras monedas y el dólar. Eran cuasi fijas porque se mantenían fijas hasta que las crisis de balanza de pagos obligaban a modificar esa relación, para luego mantenerla en ese nuevo nivel.

Bajo el nuevo contexto monetario internacional las economías iniciaron un periodo de larga recuperación y crecimiento que se prolongó desde la segunda mitad de la década de los años 1940 hasta comienzos de los década de 1970. En este período, calificado como de *Golden Age* por Angus Madisson (1991), desde el año 1949, los Estados Unidos ayudaron mediante el “Plan Marshall” a la reconstrucción de las economías de los países europeos.

El interés por el tema del crecimiento surge en plena crisis a finales de los años treinta, gracias a los trabajos de Harrod y Keynes. Como la economía se encontraba en crisis con desempleo y la propia crisis mostraba la inestabilidad de las economías capitalistas, la teoría del crecimiento ya no se ocupa de sus límites sino de las posibilidades de que este crecimiento ocurra con pleno empleo y estabilidad. Roy Harrod, en *Essay in dynamic theory* (1939), sostiene que el crecimiento con pleno empleo y estabilidad es imposible. Con una propuesta teórica similar, Evsey Domar publica en 1946 su obra *Capital expansion rate of growth and employment*.

Los modelos de Harrod y Domar asumían una función de producción con coeficientes fijos, es decir, no era posible la sustitución de factores capital y trabajo en la producción. Esta propiedad se traducía en una relación capital producto fijo. Se asumía también que la tasa de ahorro de la economía, denominada también propensión marginal a ahorrar, era constante y se determinaba exógenamente al modelo. Estas dos características, una relación capital producto y una tasa de ahorro fijas, implicaban que el crecimiento estable con pleno empleo no era muy probable. Por el contrario, podía esperarse que la economía entrara en prolongados periodos de inestabilidad y desempleo.

Sin embargo, el período del *Golden Age* se caracterizó por altas tasas de crecimiento de las economías, así como por la notable reducción de las tasas de desempleo, el incremento del comercio internacional, el mejoramiento de los estándares de vida de la población y los cambios tecnológicos basados en la electrónica y las telecomunicaciones. La prosperidad económica de los países parecía contradecir las conclusiones de los modelos de Harrod y Domar. En este período los teóricos neoclásicos abordan el tema del crecimiento. Se destacan los trabajos de Solow (1956), Swan (1956), Cass (1965) y Koopmans (1965).

El modelo de Solow-Swan (1956) pretende demostrar que es posible el crecimiento estable garantizando el pleno empleo. Solow consideraba que los resultados pesimistas de los modelos keynesianos se debían a la imposibilidad de sustitución entre factores. De este modo, se reemplaza la función de producción de coeficientes fijos por una función de producción neoclásica, la cual permitía la sustitución entre el capital y el trabajo. Con esta modificación, Solow concluye que la tasa de crecimiento del stock de capital y del producto es igual a la tasa a la que crece la fuerza laboral y, por lo tanto, el pleno empleo estaba asegurado. Sin embargo, dado que el producto crecía a la misma tasa a la que crecía la fuerza laboral, el producto per cápita (equivalente al producto dividido entre la fuerza laboral) no estaba creciendo.

No obstante, en la realidad se observaban tasas de crecimiento del producto per cápita distintas a cero, contradiciendo los resultados del modelo de Solow-Swan. Para poder explicar el crecimiento del producto per cápita, era necesario introducir un factor adicional a la función de producción neoclásica: el cambio tecnológico. Asumiendo una tasa de cambio técnico exógena, el producto crecería a una tasa igual a la suma de la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y la tasa de cambio técnico, mientras que el producto per cápita lo haría a una tasa de crecimiento igual a la tasa de cambio técnico.

Una crítica adicional a los modelos de Harrod y Domar era la suposición de una tasa de ahorro exógena. Dentro de la literatura neoclásica sobre crecimiento económico, surgieron modelos que introducen el enfoque de la optimización intertemporal para hallar una tasa de ahorro endógena. El trabajo de Frank Ramsey, *A mathematical theory of saving* (1928), es el antecedente de este tipo de modelos, los modelos de Cass y Koopmans. A pesar de la introducción del enfoque intertemporal, el modelo de Ramsey, Cass y Koopmans mantiene los resultados hallados por el modelo neoclásico de Solow- Swan. El supuesto neoclásico de rendimientos decrecientes de los factores tiene una consecuencia devastadora: no hay crecimiento económico sin progreso tecnológico exógeno. Sin embargo, a pesar de esta

limitación, el modelo neoclásico y la función de producción neoclásica se situaron en el centro del análisis sobre el crecimiento económico.

Mientras la escuela neoclásica llevaba a cabo estos desarrollos, la escuela de Cambridge en el Reino Unido, elaboraba un nuevo análisis sobre el crecimiento expuesto principalmente por Nicholas Kaldor y Luigi Pasinetti. Nicholas Kaldor en 1956 publicó *Alternative theories of distribution*, artículo en el cual presenta un modelo de crecimiento económico que considera la distribución del ingreso nacional entre capitalistas y trabajadores. Estos agentes tienen distintas propensiones a ahorrar, por lo tanto, la tasa de ahorro de la economía será igual al promedio de estas tasas de ahorro ponderada por la participación del ingreso de cada grupo social en el ingreso total.

Asumiendo que los capitalistas tienen una mayor propensión a ahorrar que los trabajadores, Kaldor mostró que los cambios en la distribución del ingreso a favor de los capitalistas generan un incremento de la tasa de ahorro, aumentando así la acumulación del capital. Este incremento en la inversión permite absorber a los trabajadores desempleados (van de Klundert 2001: xi). Por lo tanto, es posible que las economías con una función de producción con coeficientes fijos experimenten crecimiento con pleno empleo, si la tasa de ahorro de la economía es endógena y depende de los cambios en la distribución del ingreso.

c. **Periodo de recuperación del capitalismo:** desde la post-estanflación de mediados de 1970 y principios de 1980

A comienzos de los años 1970 la investigación teórica se sesgó hacia el ciclo económico y demás fenómenos de corto plazo, estimulados por la revolución de las expectativas racionales y el aparente fracaso del hasta entonces paradigma keynesiano. Esta fue una década de crisis. En 1971, el presidente Nixon decretó la inconvertibilidad del dólar en oro, con lo que dio origen a los regímenes de flotación cambiaria y a la crisis del sistema de Bretton Woods. Dos años más tarde, el FMI deja de avalar el control de capitales. En estos mismos años se produce la llamada crisis del petróleo. La subida de sus precios da lugar a un shock de oferta adverso provocando estancamiento económico e inflación (estanflación).

La crisis renueva la preocupación por el desempleo e incorpora otra: la preocupación por asegurar un crecimiento sostenido de la productividad para alcanzar niveles de bienestar más elevados. Los trabajos de Romer (1986) basado en su tesis doctoral (1983) y el de Lucas (1988) devolvieron el tema del crecimiento al campo de la investigación teórica. A diferencia de los neoclásicos, estos autores sostenían que, para que la tasa de crecimiento sea positiva, no se requiere del supuesto de una variable que crece en forma exógena.

Los avances teóricos más importantes de este período son:

- Se elimina los rendimientos marginales decrecientes y se introduce los retornos crecientes a escala ante la evidencia de la disminución de los costos unitarios cuando aumenta la escala de producción. Aquí destacan los trabajos de Kaldor (1966), Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991), Barro (1991). El principal antecedente de estos desarrollos lo constituye el trabajo de Allyn Young (1928).

- Se introduce la competencia imperfecta para construir modelos en los que la inversión en Investigación y Desarrollo (I&D) genera cambio tecnológico endógeno con las contribuciones de Paul Romer (1987, 1990, 1994), Aghion y Howitt, (1992, 1998), Grossman y Helpman (1991). Según estos modelos la sociedad premia a las empresas investigadoras con el disfrute de un poder de monopolio si inventan un nuevo producto o si consiguen mejorar la calidad de productos existentes. Se requiere intervención del Gobierno porque la tasa de crecimiento no es óptima (de Pareto), para garantizar derechos de propiedad física e intelectual, regular sistema financiero, eliminar distorsiones, mantener marco legal que garantice el orden, etc.

- Se desarrollan modelos de crecimiento keynesianos que otorgan importancia a los factores de demanda. En estos modelos, el aumento de la oferta de largo plazo y, por tanto, del producto potencial responden a la expansión de la demanda. Sobresalen los trabajos de Cornwall (1972), Skott (1989), Kaldor (1971, 1972, 1981, 1985), Thirlwall (1979) y Nell (1992).

Los modelos de crecimiento endógeno se clasifican en dos generaciones. La primera generación de modelos reúne las contribuciones realizadas por autores en los años sesenta, los cuales constituyen el antecedente a los modelos de segunda generación. Dentro de la primera generación resalta el trabajo de Frankel (1962) y el modelo de *learning by doing* de Arrow (1962). Los modelos de la segunda generación fueron desarrollados en la década de los ochenta. Por lo general, los modelos de segunda generación son más conocidos dentro de la teoría de crecimiento endógeno, denominada también nueva teoría del crecimiento. Sin embargo, estos modelos recogen elementos presentados anteriormente, por lo que han sido cuestionados en cuanto a su originalidad. También se ha criticado el desarrollo poco exhaustivo del progreso técnico, motor del crecimiento. Finalmente, estos modelos, dentro de la tradición neoclásica priorizan los factores de oferta (el ahorro) en el crecimiento de las economías, sin reparar en los factores de demanda, hecho que también ha sido criticado.

Por otro lado, los modelos de crecimiento keynesiano enfatizan la importancia de la demanda efectiva en el crecimiento de largo plazo. Las principales contribuciones en este campo se agrupan bajo el nombre de la teoría del crecimiento dirigido por la demanda, los cuales serán abordados en el Capítulo 6.

❖ Hechos estilizados del crecimiento económico

Como en toda ciencia, la economía parte de una observación acuciosa de la realidad. Esta observación permite encontrar ciertas regularidades empíricas que suscitan preguntas de interés y motivan a los economistas a buscar respuestas mediante el planteamiento de diversas hipótesis al respecto. Estas regularidades empíricas son denominadas los hechos estilizados del crecimiento. Nicholas Kaldor, en su artículo *Capital accumulation and economic growth*, publicado en 1963, propuso seis hechos estilizados básicos, que toda teoría del crecimiento debería tratar de explicar:

Hecho 1: El volumen agregado de producción y la productividad del trabajo han crecido continuamente en las economías occidentales.

Hecho 2: La relación capital por trabajador muestra un crecimiento continuo.

Hecho 3: La tasa de beneficio del capital ha sido estable a largo plazo.

Hecho 4: La relación capital-producto ha permanecido estable por largos periodos.

Hecho 5: La participación de los ingresos del trabajo (salarios) y del capital (beneficios) en la producción total también ha permanecido relativamente estable.

Hecho 6: Se aprecian diferencias sustanciales en las tasas de crecimiento de la producción y de la productividad del trabajo entre los países.

Los hechos mencionados por Kaldor son una característica general de muchas economías en el largo plazo, como, por ejemplo, Estados Unidos (Jones 2002:13-14). Sin embargo, estos seis hechos no son independientes entre sí. Por un lado, si el producto per cápita está aumentando, como indica el Hecho 1, mientras que la relación capital producto se mantiene constante, según el Hecho 4, entonces, el ratio de capital por trabajador debe estar aumentando (Hecho 2). Supongamos que Y, K, L y r representan el producto, el stock de capital, la cantidad de trabajo y la remuneración o ingreso del capital, respectivamente.

$$\left(\frac{Y}{L}\right)\uparrow \quad y \quad \overline{\left(\frac{Y}{K}\right)} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{K}{L}\right)\uparrow$$

Por otro lado, de acuerdo con el Hecho 4, la relación capital producto permanece constante y dado que la participación de los beneficios en el ingreso se mantiene estable en el tiempo, como establece el Hecho 5, se deduce entonces que la remuneración al capital debe también haberse mantenido constante (Hecho 3).

$$\overline{\left(\frac{Y}{K}\right)} \quad y \quad \overline{\left(r\frac{K}{Y}\right)} \quad \rightarrow \quad \bar{r}$$

Puede concluirse entonces que los Hechos 2 y 3 se deducen de los demás. Por lo tanto, prescindiremos de ellos y nos concentraremos sólo en los hechos 1, 4, 5 y 6. Hay un amplio consenso como hechos estilizados de la realidad sobre los Hechos 1, 4 y 6. La excepción es el Hecho 5, pues se registra una cierta tendencia a la disminución (aumento) de la participación de los beneficios del capital (trabajo) a lo largo del tiempo.

Paul Romer, en su trabajo *Capital accumulation in the theory of long run growth* (1989), incorpora cinco nuevos hechos estilizados pues la aparición de bases de datos permitió comparaciones más completas entre países. Estos nuevos hechos son:

Hecho 7: Cuando se utilizan muestras que incluyen un número elevado de países, sus tasas de crecimiento no están correlacionadas con sus niveles iniciales de ingreso per cápita.

Hecho 8: El crecimiento en el volumen de comercio se correlaciona positivamente con el crecimiento del producto.

Hecho 9: Las tasas de crecimiento de la población se correlacionan negativamente con el nivel de ingreso.

Hecho 10: El crecimiento de los factores de producción no es suficiente para explicar el crecimiento del producto. Siempre se obtiene un residuo al hacer la contabilidad del crecimiento.

Hecho 11: Tanto mano de obra calificada, como la no calificada tienden a emigrar hacia los países de ingresos altos.

Evidencia sobre los hechos estilizados[†]

Hecho 1: El volumen agregado de producción y la productividad del trabajo han crecido continuamente en las economías occidentales.

Cuadro 1.4

Niveles de PBI per cápita, 1820-1989

(US Dólares a precios de 1985)

	1820	1989	Coeficiente de multiplicación 1820-1989
Australia	1,242	13,584	11
Austria	1,041	12,585	12
Bélgica	1,024	12,876	13
Dinamarca	988	13,514	14
Finlandia	639	13,934	22
Francia	1,052	13,837	13
Alemania	937	13,989	15
Italia	960	12,955	13
Japón	588	15,101	26
Países Bajos	1,307	12,737	10
Noruega	856	16,500	19
Suecia	947	14,912	16
Reino Unido	1,405	13,468	10
EE.UU.	1,048	18,317	17

Fuente: Maddison (1991:6-7).

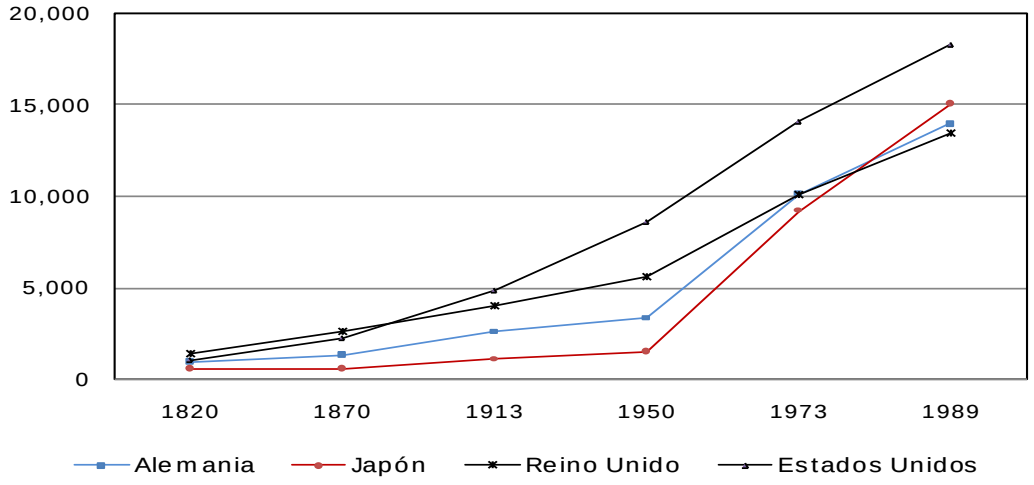
En primer lugar, no hay duda acerca del Hecho 1. Como se aprecia en el Cuadro 1.4, entre 1820 y 1989 para 14 países industrializados, el PBI per cápita se multiplicó en promedio 15

[†] Parte de la evidencia presentada en esta sección proviene de Andrés y Doménech (2004-2005).

veces. Resalta el caso japonés, pues su producto por habitante en 1989 representaba 26 veces el PBI per cápita de 1820.

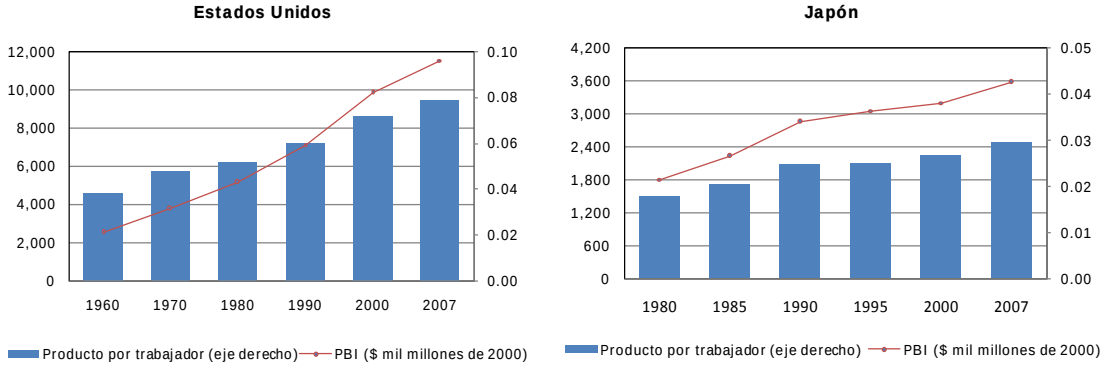
El Gráfico 1.18 presenta la evolución del producto per cápita para Alemania, Japón, Reino Unido y Estados Unidos, en todos estos países se evidencia crecimiento significativo. Asimismo, en el Gráfico 1.19 se presenta el PBI real en miles de millones de dólares de 2000 y la productividad media del trabajo para Japón y Estados Unidos. La productividad media es el cociente del producto entre el número de trabajadores. En ambos países se aprecia un incremento del PBI acompañado del aumento del producto medio por trabajador.

Gráfico 1.18
PBI per cápita 1820 -1989
(US Dólares de 1985)



Fuente: Maddison (1991).

Gráfico 1.19
EE.UU. y Japón: PBI y productividad media del trabajo



Fuente: SNA Statistics; Economic Report of the President, 2009.
Nota: El PBI está en miles de millones de US Dólares de 2000 de PPC. La productividad media del trabajo se construyó dividiendo el PBI entre el número de trabajadores empleados en el país.

Hecho 4: La relación capital-producto ha permanecido estable por largos periodos.

Sobre el Hecho 4, hay evidencia de que K/Y es relativamente estable en países industrializados. Por lo tanto, el capital (K) y el producto (Y) crecerían a la misma tasa. Suponiendo que se encuentran cerca de su estado estacionario, se obtiene relaciones K/Y similares (cerca de 3 con una tasa de depreciación de 4%) para Estados Unidos, Canadá, Francia e Italia durante 1960-1995 (véase Cuadro 1.5).

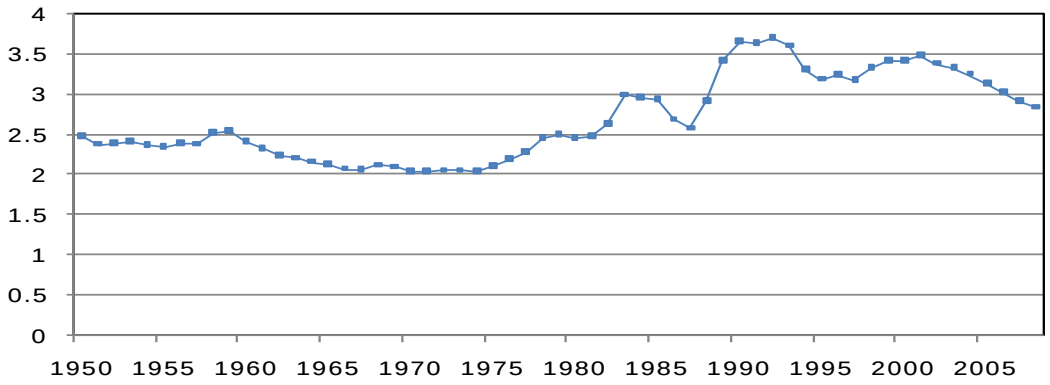
Cuadro 1.5

Inversión, crecimiento y ratio capital-producto 1960-1995

País	Tasa de inversión	Crecimiento del PBI	Ratio capital-producto	
			δ = 0.03	δ = 0.04
Japón	27.2	5.33	3.3	2.9
Alemania	23.6	2.68	4.2	3.5
Canadá	19.7	2.68	3.5	3.0
Italia	23.4	3.26	3.6	3.1
Francia	21.5	2.93	3.6	3.1
Estados Unidos	17.5	2.96	3.6	2.9
Reino Unido	16.2	2.17	3.2	2.6
España	19.7	3.80	2.9	2.5

Fuente: Andrés, Boscá y Doménech (1995) en Andrés y Doménech (2004-2005).

Gráfico 1.20
Perú: Relación capital producto* 1950-2008



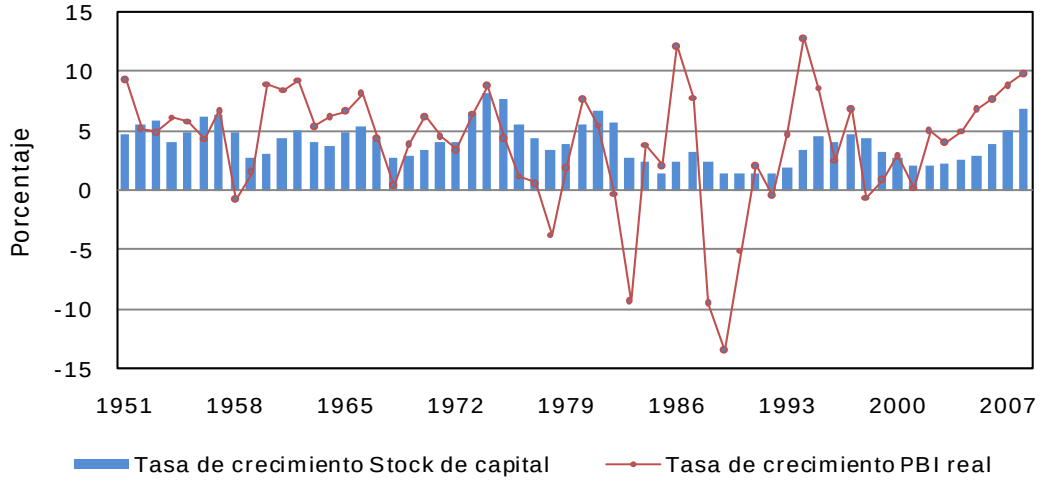
Fuente: BCRP. Elaboración propia.
** El stock de capital fue construido por el autor en Jiménez (2009).*

Según Jones (2002: 14), en Estados Unidos, la tasa de interés real de la deuda del Gobierno se mantiene estable en el tiempo, en concordancia con el Hecho 3 mencionado por Kaldor. Este hecho junto con el Hecho 5, la estabilidad de las participaciones del capital y el trabajo en el ingreso total, llevan a la conclusión de que la relación capital producto se ha

mantenido constante en los Estados Unidos. No obstante, este hecho no ha sido corroborado para países en desarrollo.

En el caso de Perú, Jiménez (2009) construyó una serie para el stock de capital desde 1950. En base a esas estimaciones se presentan los Gráficos 1.20 y 1.21. En el primero se aprecia relativa estabilidad en el ratio capital producto, con un cambio de nivel entre fines de 1980 e inicios de 1990. En el segundo se presentan las tasas de crecimiento del producto y del stock de capital. Entre ellos se puede percibir una relación estrecha; no obstante, el producto es mucho más variable que el capital.

Gráfico 1.21
Perú: Crecimiento del producto y el capital 1951-2008



Fuente: BCRP. Elaboración propia.
** El stock de capital fue construido por el autor en Jiménez (2009).*

<u>Hecho 5:</u> La participación de los ingresos del trabajo (salarios) y del capital (beneficios) en la producción total también ha permanecido relativamente estable.

Jones (2002:14) señala que en los Estados Unidos se ha estimado que la participación de los pagos al factor trabajo (sueldos, salarios y compensaciones por autoempleo) representa el 70% del ingreso total. Asumiendo un modelo con dos factores de producción y rendimientos a escala constantes (es decir, sin ganancias extraordinarias), la participación del capital en el ingreso estará dada por la diferencia entre el 100% y la participación del trabajo, es decir, será igual a 30%.

Sin embargo, se ha puesto en duda que rK/Y se mantenga constante en el tiempo, cuestionando de este modo la veracidad del Hecho 5. Por ejemplo, en el Cuadro 1.6 se aprecia que esta relación pasó en Estados Unidos de 35%, en el período 1889-1919, a 25% entre los años 1919-1953, pero si se considera el periodo 1929-1953, el ratio capital producto se ubicó alrededor de 29%.

Cuadro 1.6

Estimaciones de la Participación del Capital en la Renta Total

País	Periodo	Participación del Capital
Japón	1913-1938	0.40
Japón	1954-1964	0.41
Reino Unido	1856-1871	0.41
Reino Unido	1873-1913	0.43
Reino Unido	1913-1951	0.33
Reino Unido	1951-1973	0.27
EE.UU	1899-1919	0.35
EE.UU	1919-1953	0.25
EE.UU	1929-1953	0.29

Fuente: Maddison (1991)

Hechos 6: Se aprecian diferencias sustanciales en las tasas de crecimiento de la producción y de la productividad del trabajo entre los países.

Hechos 7: Cuando se utilizan muestras que incluyen un número elevado de países, sus tasas de crecimiento no están correlacionadas con sus niveles iniciales de ingreso per cápita.

Cuadro 1.7

Relación entre PBI per cápita inicial y tasa de crecimiento promedio

Países clasificados por PBI per cápita en 1960	Tasa de crecimiento promedio del PBI per cápita 1960-1992
Quintil más pobre	1.4%
Segundo quintil más pobre	1.2%
Quintil medio	1.8%
Segundo quintil más rico	2.6%
Quintil más rico	2.2%

Fuente: Easterly y Levine (2001:19)

Acerca de los Hechos 6 y 7, las tasas de crecimiento han sido muy distintas entre países y no están correlacionadas con el nivel de ingreso per cápita. Ante esto, se cuestiona la hipótesis de convergencia, la cual señala que los países pobres tienden a crecer más rápido que los ricos y por ende alcanzarán a los países ricos en el proceso de crecimiento. Al respecto, Easterly y Levine (2001:19) señala, que los países más ricos en 1820, crecieron más rápido que los países pobres en los años siguientes. Incluso señala que el ratio de país más rico al más pobre aumentó de 6 en 1820 a 70 en 1992. El Cuadro 1.7 evidencia que los países de los dos quintiles más ricos en 1960 crecieron a tasas mayores en el periodo 1960-1992.

Hecho 8: El crecimiento en el volumen de comercio se correlaciona positivamente con el crecimiento del producto.

El Hecho 8 aborda uno de los temas más debatidos en economía: la correlación positiva entre el crecimiento en el volumen de comercio (suma de importaciones y exportaciones), y el crecimiento del producto. En el Cuadro 1.8 se aprecia el vínculo entre la tasa de crecimiento del PBI per cápita y del volumen de comercio para seis países industrializados. Si bien este hecho describe una relación positiva, debe considerarse que no se puede establecer una dirección causal entre comercio y crecimiento.

Cuadro 1.8

Crecimiento de PBI per cápita y Volumen de Comercio

(Tasa promedio anual)

	1913-1950		1950-1973		1973-1987	
	Tasa de Crecimiento de PBI per cápita	Tasa de Crecimiento de Volumen de Comercio	Tasa de Crecimiento de PBI per cápita	Tasa de Crecimiento de Volumen de Comercio	Tasa de Crecimiento de PBI per cápita	Tasa de Crecimiento de Volumen de Comercio
Francia	1.1	0.7	8.2	8.8	4.6	4.1
Alemania	-2.8	-2.4	12.4	12.0	4.7	3.8
Japón	2.0	1.1	15.4	15.5	6.8	6.6
Países Bajos	1.5	1.0	10.3	9.3	3.6	3.0
Reino Unido	0.0	0.2	3.9	4.5	3.9	3.5
EE.UU.	2.2	2.4	6.3	6.5	4.7	4.1

Fuente: Maddison (1991:148).

Por un lado, desde que Ricardo publicara en 1817 los *Principios de Economía Política*, la teoría de las ventajas comparativas consiguieron inclinar la balanza a favor del libre comercio, apoyada en la idea de que una mejor asignación de los recursos beneficiaba a los países y contribuía al crecimiento. No obstante, como señala Krugman (1987), el consenso alrededor de la teoría de las ventajas comparativas, basada en los supuestos de retornos constantes a escala y de competencia perfecta, se ha visto afectado ante los modelos que incluyen retornos crecientes y competencia imperfecta. En estos modelos, se encuentra que la protección en ciertas industrias tiene efectos positivos sobre el crecimiento. Ha Joon Chang (2008) señala que los países industrializados lograron acelerar su crecimiento utilizando políticas proteccionistas e impulsando la industria doméstica y sólo cuando esta industria estuvo en condiciones de competir, abrieron sus mercados e incrementaron los niveles de comercio.

Al respecto, Jones señala:

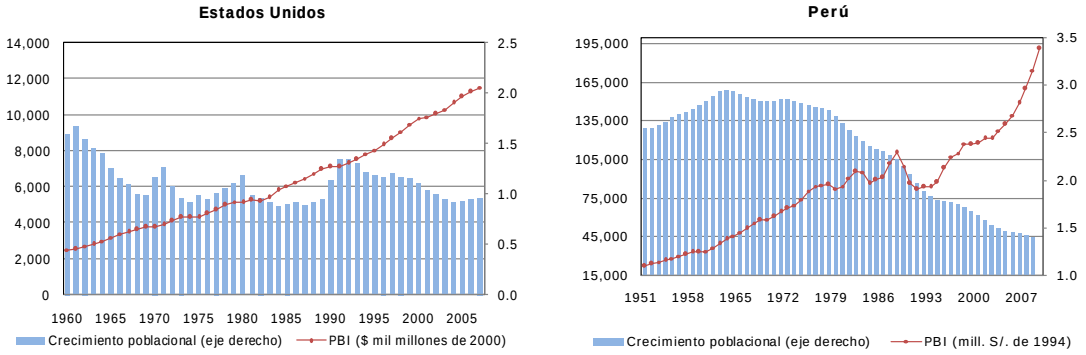
> La relación entre el comercio y el desempeño económico es complicada. Algunas economías, como Hong Kong, Singapur y Luxemburgo, florecieron

> como "centros de intercambio" regional. El ratio de intensidad de comercio – la suma de exportaciones más importaciones dividida entre el PBI – para estas economías excede el 150 por ciento. ¿Cómo es esto posible? Estas economías importan productos intermedios, agregan valor al completar el proceso de producción y luego exportan el resultado. […] Un componente sustancial del sólido desempeño en el crecimiento de estas economías está asociado con un incremento en la intensidad de intercambio. Por otro lado, la intensidad de intercambio en Japón en realidad disminuyó del 21 por ciento en 1960 a alrededor de 18 por ciento en 1992 a pesar del rápido crecimiento per cápita. Y cerca de todos los países en África sub-sahariana tienen intensidades de intercambio más altas que Japón (Jones 2002:17).

Hecho 9: Las tasas de crecimiento de la población se correlacionan negativamente con el nivel de ingreso.

Sobre el Hecho 9, la correlación negativa entre la tasa de crecimiento de la población y el ingreso, se explica porque países más desarrollados han completado la transición desde altas tasas de natalidad y mortalidad a otras más bajas. En países en desarrollo, tasas altas de natalidad coexisten con bajos niveles de ingreso. En Perú, la tasa de crecimiento poblacional ha experimentado un descenso desde 1980, el cual se ha acelerado en los últimos años, pasando de una tasa superior a 2.5% en 1951 a 1.4% en 2008.

Gráfico 1.22
PBI real y crecimiento poblacional



Fuente: Economic Report of the President, 2009; BCRP; INEI. Elaboración propia.

Hecho 10: El crecimiento de los factores de producción no es suficiente para explicar el crecimiento del producto. Siempre se obtiene un residuo al hacer la contabilidad del crecimiento.

Sobre el Hecho 10, existe consenso acerca de la insuficiencia de la acumulación de factores para explicar totalmente el crecimiento. Es decir, si se considera el incremento del capital y del trabajo en la función de producción, considerando datos reales, el resultado no coincide con el crecimiento observado del producto. De este modo, si la función de producción es:

$$Y = F(K,L) \quad \rightarrow \quad \frac{dY}{Y} = F_K \frac{dK}{Y} + F_L \frac{dL}{Y} \quad \rightarrow \quad \frac{dY}{Y} = \frac{rK}{Y}\frac{dK}{K} + \frac{wL}{Y}\frac{dL}{L}$$

Empíricamente, la parte de la derecha es menor, por lo que se aprecia un residuo sin explicar. En términos per cápita, si la función de producción posee rendimientos constantes a escala, entonces:

$$y = F(k,1) = f(k) \quad \rightarrow \quad \frac{\dot{y}}{y} = \frac{rK}{Y}\frac{\dot{k}}{k}$$

También aquí hay un residuo, que se puede incorporar si expresamos la función de producción de la siguiente manera:

$$y = Af(k) \quad \rightarrow \quad \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{rK}{Y}\frac{\dot{k}}{k}$$

Al respecto, Easterly y Levine (2001: 5-18) compilan evidencia hallada por diversos autores, en la cual se señala que este residuo, denominado Productividad Total de Factores (PTF) ha sido relevante en el crecimiento de las economías. En especial, en los países industrializados, la PTF explicaba más del 50% del crecimiento en el periodo comprendido entre 1947 y 1973 (véase Cuadro 1.9). Mientras que para el período 1960-1990 la PTF es relativamente menor. No obstante, en los países evaluados de América Latina y el Este Asiático, la importancia de este residuo es significativamente menor.

Entre las posibles explicaciones a la existencia de este residuo se encuentran, en primer lugar, la omisión de un factor relevante, como la educación y el aprendizaje en el trabajo, los cuales elevan su calidad, caso en el que la función de producción se representaría como $Y = F(K, EL)$. Sin embargo, Easterly y Levine (2001:12) también presentan evidencia según la cual persiste el residuo luego de haber incorporado factores que influyen en la calidad del capital humano. En segundo lugar, la teoría económica explica este residuo como producto de la tecnología, la cual permite combinar mejor los factores de producción para obtener una mayor producción. Como veremos en el siguiente capítulo, los modelos de crecimiento neoclásicos consideraban este residuo como resultado del progreso técnico exógeno.

Por otro lado, la teoría de crecimiento endógeno se inclina por la inclusión de externalidades como *spillovers* o la existencia de economías de escala. A diferencia del modelo neoclásico, estos modelos consideran que el progreso técnico es endógeno. Estos modelos serán abordados en el Capítulo 5. Finalmente, la PTF también ha sido atribuida a la reducción de costos reales los cuales pueden producirse en diferentes sectores de la economía en distintos periodos.

Cuadro 1.9

Resultados de descomposición del crecimiento para países seleccionados

	Crecimiento del PBI	Contribución: Capital	Trabajo	PTF
OECD 1947-1973				
Francia	5.40%	41%	4%	55%
Alemania	6.61%	41%	3%	56%
Italia	5.30%	34%	2%	64%
Japón	9.50%	35%	23%	42%
Reino Unido	3.70%	47%	1%	52%
Estados Unidos	4.00%	43%	24%	33%
OECD 1960-1990				
Francia	3.50%	58%	1%	41%
Alemania	3.20%	59%	-8%	49%
Italia	4.10%	49%	3%	48%
Japón	6.81%	57%	14%	29%
Reino Unido	2.49%	52%	-4%	52%
Estados Unidos	3.10%	45%	42%	13%
América Latina 1940-1980				
Argentina	3.60%	43%	26%	31%
Brasil	6.40%	51%	20%	29%
Chile	3.80%	34%	26%	40%
México	6.30%	40%	23%	37%
Venezuela	5.20%	57%	34%	9%
Este Asiático 1966-1990				
Hong Kong	7.30%	42%	28%	30%
Singapur	8.50%	73%	32%	-5%
Corea del Sur	10.32%	46%	42%	12%
Taiwán	9.10%	40%	40%	20%

Fuente: Easterly y Levine (2001:8)

Hecho 11: Tanto mano de obra calificada, como la no calificada tienden a emigrar hacia los países de ingresos altos.

En cuanto a la movilidad de la mano de obra hacia países de ingresos más altos, existe diversa evidencia empírica que respalda este hecho. Jones (2002:17) sostiene que las fuertes restricciones a la inmigración en los países desarrollados constituye una prueba de la veracidad de este hecho. La migración es costosa, no sólo en términos económicos si no también en el ámbito personal. Sin embargo, los flujos de migrantes desde países en desarrollo hacia países desarrollados han ido en aumento en las últimas décadas. Es de esperarse que las retribuciones a los trabajadores, calificados como no calificados, sean mayores en los países de altos ingresos en relación a los países en desarrollo, pues de lo contrario no se explicaría el hecho de que los trabajadores migrantes asuman los elevados costos de la migración.

Easterly (2001: 156-157) y Easterly y Levine (2001:23-26) enfatizan que no sólo el trabajo migra y se concentra en zonas donde se percibe mayor remuneración, sino también el capital. La concentración de los factores en zonas donde los ingresos son altos, da lugar a la generación de externalidades positivas que aumenta la productividad de los factores y, por lo tanto, su remuneración. La concentración de capital físico y humano y el aumento concomitante de sus remuneraciones como resultado de las externalidades, genera una relación positiva entre productividad del factor y su cantidad. Este hallazgo no parece ser consistente con la teoría neoclásica según la cual la productividad marginal y la remuneración del factor disminuye al aumentar su cantidad. Según esta teoría, en zonas donde el capital es abundante, su productividad marginal debería ser baja y esto reduciría su tasa de beneficio.

Además, según Easterly (2001:156-157) y Easterly y Levine (2001:23-26), la concentración de factores se da tanto a nivel internacional, como dentro de las ciudades. Esta tendencia a la concentración, que se explica por las externalidades y la existencia de rendimientos crecientes, puede dar lugar a que algunos países se vean atrapados en círculos viciosos de pobreza, situación en la cual tanto el stock de capital físico como humano es escaso y poco remunerado. Por tanto, el poco capital o el escaso número de trabajadores calificados, buscará dirigirse a lugares donde se percibe un mayor ingreso, dejando al país aun más empobrecido.

❖ Referencias Bibliográficas

AGHION, Philippe y Peter HOWITT
1992 «A model of growth through creative destruction». *Econometrica*, vol. 60, pp. 323-353.
1998 «Market structure and the growth process», *Review of Economic Dynamics*, Elsevier for the Society for Economic Dynamics, vol. 1, n.º 1, pp. 276-305.

ALLEN, Roy George Douglas
1970 *Teoría macroeconómica: consideración matemática*. Madrid: Aguilar.

ANDRÉS, Javier y Rafael DOMÉNECH
2004-2005 *Notas de Macroeconomía Avanzada*. Mimeo.

BARRO, Robert
1991 «Economic growth in a cross section of countries». NBER Working Papers 3120, National Bureau of Economic Research, Inc.

BLANCHARD, Olivier
2003 «Monetary policy and unemployment». En W.Semmler (ed.) *Monetary Policy and unemployment: The US, Euro-area and Japan.* Routledge International. Studies in Money and Banking.

CASS, David
1965 «Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation». *Review of Economic Studies*, vol. 32, pp. 233-240.

CHIANG, Alpha
1987 *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. 3.a ed. McGraw-Hill/Interamericana.

CORBO, Vittorio
1996 «Viejas y nuevas teorías del crecimiento: algunas ilustraciones para América Latina y Asia Oriental». En Mauricio Cárdenas (coord.). *El crecimiento económico en América Latina, teoría y práctica*. Bogotá: Tercer Mundo Editores - Fedesarrollo.

CORNWALL, John
1972 *Growth and Stability in a Mature Economy*. Londres: Martin Robertson.

DOMAR, Evsey
1946 «Capital expansion, rate of growth, and employment». *Econometrica*, vol.14, pp. 137-147.

EASTERLY, William
1995 «Surprises, policies and economic growth». En M. Aparicio y W. Easterly (eds.). *Crecimiento Económico*. Bogota: Tercer Mundo Editores.
2001 *The Elusive Quest for Growth*. MIT Press.

EASTERLY, William y Ross LEVINE
2001 «It's Not Factor Accumulation: Stylized Facts and Growth Models». *World Bank Economic Review*, vol. 15, n.º 2.

GROSSMAN, Gene y Elhanan HELPMAN
1991 «Trade, knowledge spillovers, and growth». European Economic Review, vol. 35, n.º 2-3, pp. 517-526.

HA-JOON CHANG
2008 [2007] «Qué fue del buen samaritano. Naciones ricas, políticas pobres». Barcelona: Intermón Oxfam.

HARROD, Roy
1939 «An essay in dynamic theory». *Economic Journal*, vol. 49, pp. 14-33.

JIMÉNEZ, Félix
2006 Macroeconomía: Enfoques y Modelos. Tomos I y II. 3.ª ed. Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
2009 «Producto Potencial, Fuentes del Crecimiento y Productividad de la Economía Peruana, 1950-2008». Departamento de Economía. Pontificia Universidad Católica del Perú. Mimeo.

JONES, Charles
2002 Introduction to Economic Growth. 2.ª ed. W.W. Norton & Company Inc.

KALDOR, Nicholas
1955-1956 «Alternative theories of distribution». *The Review of Economic Studies*, vol. 23, n.º 2, pp.83-100.
1963 «Capital accumulation and economic growth». En Lutz y Hague (eds.). *The Theory of Capital, International Economic Association*. Londres: Macmillan.
1966 «Causes of the slow rate of economic growth in the UK». En F. Targetti y A. P. Thirlwall (eds.). *The Essential Kaldor*. Londres: Duckworth. 1989.
1971 «Conflicts in national economic objectives». *The Economic Journal*, vol. 81, n.º 321, pp. 1-16.
1972 «The irrelevance of equilibrium economics». *The Economic Journal*, vol. 82, n.º 328, pp. 1237-1255.
1981 «The role of increasing returns, technical progress and cumulative causation in the theory of international trade and economic growth». *Économie appliquée*.
1985 *Economics without Equilibrium.* New York: ME Sharpe, Armonk.

KEYNES, John Maynard
1936 *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan

KOOPMANS, Tjalling
1965 *On the concept of optimal economic growth. The Econometric Approach to Development Planning.* Amsterdam, North Holand.

KRUGMAN, Paul
1987 «Is free trade passé». *Economics Perspectives*, vol.1, n.º 2. pp.131-144.

LUCAS, Robert
1988 «On the mechanics of economic development». *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, pp. 3-42.

MADDISON, Angus
1991 *Dynamic forces in capitalist development : a long run comparative view*. Oxford University Press.

NELL, Edward
1992 *Transformational growth and effective demand*. London: Macmillan.

RAMSEY, Frank
1928 «A Mathematical Theory of Saving». The Economic Journal, Vol. 38, n.º 152, pp. 543-559.

REBELO, Sergio
1991 «Long-Run policy analysis and long-run growth». *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp.500-521.

RICARDO, David
1817 *On the Principles of Political Economy and Taxation*. London: John Murray.

ROBINSON, Joan
1938 «The classification of inventions». *Review of Economic Studies*, vol. 5, n.º 2, pp. 139-42.

ROMER, Paul
1986 «Increasing returns and long-run growth». *Journal of Political Economy*, vol. 94, pp. 1002-1037.
1987 «Growth based on increasing returns due to specialization». *American Economic Review*, vol. 77, n.º 2, pp. 56-62.
1989 «Capital accumulation in the theory of long run growth». RCER Working Papers n.º 123.
1990 «Endogenous technological change». *Journal of Political Economy*, vol. 98, pp. S71-S102.
1994 «New goods, old theory, and the welfare costs of trade restrictions», *Journal of Development Economics*, Elsevier, vol. 43(1), pp. 5-38, Febrero.

SKOTT, Peter
1989 *Conflict and Effective Demand in Economic Growth.* Cambridge: Cambridge University Press.

SMITH, Adam
1958 [1776] *Investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones.* México D.F.: Fondo de Cultura Económico.

SOLOW, Robert
1956 «A contribution to the theory of economic growth». *Quarterly Journal of Economics*, vol.70, pp. 65-94.
1988 «Growth theory and after», *The American Economic Review*, vol. 78, n.º 3, pp. 307-317.

TEMPLE, Jonathan
1999 «The new growth evidence». *Journal od Economic Literature*, vol. 37, pp. 112-156.

THIRLWALL, Anthony
1979 «The balance of payments constraint as an explanation of international growth rate differences». *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, vol. 128, pp. 45-53.

YOUNG, Allyn
1928 «Increasing Returns and Economic Progress». *The Economic Journal*, vol. 38, pp. 527-42.

VAN DE KLUNDERT, Theo
2001 *Growth Theory in Historical Perspective. Selected essays of Theo van de Klundert*. Sjak smulders (ed.). Cheltenham: Edward Elgar.

ÚLTIMAS PUBLICACIONES DE LOS PROFESORES
DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Libros

Felix Jiménez
2010 *La economía peruana del último medio siglo.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Felix Jiménez (Ed.)
2010 *Teoría económica y Desarrollo Social: Exclusión, Desigualdad y Democracia. Homenaje a Adolfo Figueroa.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Óscar Dancourt y Félix Jiménez (Ed.)
2009 *Crisis internacional. Impactos y respuestas de política económica en el Perú*. Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alfredo Dammert y Raúl García
2009 *Los Jones quieren casa nueva. Cómo entender la nueva crisis económica mundial*. Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Efraín Gonzales de Olarte y Javier Iguiñiz Echeverría (Eds.)
2009 *Desarrollo económico y bienestar. Homenaje a Máximo Vega-Centeno.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Félix Jiménez
2008 *Reglas y sostenibilidad de la política fiscal. Lecciones de la experiencia peruana.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Adolfo Figueroa
2008 *Nuestro mundo social. Introducción a la ciencia económica*. Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alan Fairlie
2007 *Bases para una negociación justa entre la unión europea y la comunidad andina.* Lima: Comunidad Andina y Programa Laboral de Desarrollo (PLADES).

Alan Fairlie y Sandra Queija
2007 *Relaciones económica Perú – Chile: ¿Integración o conflicto?* Lima: Fondo editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Waldo Mendoza y Pedro Herrera
2006 *Macroeconomía. Un marco de análisis para una economía pequeña y abierta*. Lima: Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Serie: Documentos de Trabajo

No. 287 "The Impact of Student Loans on Educational Attainment: The Case of a Program at the Pontifical Catholic University of Peru". Luis García Núñez. Agosto, 2010.

No. 286 "Persistence of Unemployment in the Canadian Provinces". Gabriel Rodríguez y Firouz Fallahi. Julio, 2010.

No. 285 "Is There a Link between Unemployment and Criminality in the US Economy? Further Evidence". Gabriel Rodríguez y Firouz Fallahi. Julio, 2010.

No. 284 "Application of Three Non-Linear Econometric Approaches to Identify Business Cycles in Peru". Gabriel Rodríguez. Julio, 2010.

No. 283 "Econometría de Evaluación de Impacto". Luis García Núñez. Mayo, 2010.

No. 282 "Informalidad, empleo y productividad en el Perú". José Rodríguez y Minoru Higa. Abril, 2010.

No. 281 "Transiciones laborales, reformas estructurales y vulnerabilidad laboral en el Perú". Rosa Morales, José Rodríguez, Minoru Higa y Rodrigo Montes. Abril, 2010.

No. 280 "La responsabilidad moral del mundo de la economía desde la doctrina social de la Iglesia Católica". Javier M. Iguiñiz. Diciembre, 2009.

No. 279 "Sobre Escasez y Libertad". Javier M. Iguiñiz. Noviembre, 2009.

No. 278 "La matriz de capacidades y desempeños (MCD) y el algoritmo del desarrollo humano (ADH)". Efraín Gonzales de Olarte. Octubre, 2009.

No. 277 "Impactos de los choques externos, ciclos económicos y arreglos preferenciales comerciales sobre la producción agropecuaria en el Perú, 1950-2007". Mario D. Tello. Noviembre, 2009.

Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú
Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Telf. 626-2000 anexo 4950 - 4951
http://www.pucp.edu.pe/economia