

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA

ANALISIS DE LAS MEDIDAS DE PERIODOS  
DE VIBRACION DE EDIFICIOS PERUANOS

Antonio Delpiano Puelma

Profesor del Departamento de Ingeniería

Febrero, de 1977

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA

ANALISIS DE LAS MEDIDAS DE PERIODOS  
DE VIBRACION DE EDIFICIOS PERUANOS

Antonio Delpiano Puelma

Profesor del Departamento de Ingeniería

Febrero, de 1977

## RESUMEN

Se hace un análisis de las medidas de períodos de vibración en edificios de estructuras de concreto armado peruanos con el objeto de verificar la validez de las fórmulas propuestas en el nuevo capítulo IV, título V del Reglamento Nacional de Construcciones del Perú.

## ANTECEDENTES

Con ocasión de la revisión del Capítulo IV, título V del Reglamento Nacional de Construcciones : Seguridad contra el efecto destructivo de los sismos, ha sido necesario verificar la validez de las antiguas fórmulas propuestas en el artículo V-IV-10.4 y que son las siguientes:

- I. Para edificios donde los elementos resistentes a las fuerzas laterales están formados solamente por pórticos y muros de corte de la caja de ascensores, sin que paredes exteriores ni interiores rigidicen la estructura :

$$T = \frac{0.09 H}{\sqrt{D}} \quad (1)$$

- II. Para edificios con pocos muros de corte, grandes ventanas y pocos muros de relleno de ladrillos :

$$T = \frac{0.07 H}{\sqrt{D}} \quad (2)$$

- III. Para edificios con gran cantidad de muros de corte, gran cantidad de muros y tabiques divisorios y ventanales pequeños en la dirección que se está estudiando :

$$T = \frac{0.05 H}{\sqrt{D}} \quad (3)$$

IV. Los períodos de vibración de edificios con estructura tipo "S" (formadas por pórticos dúctiles) puedan ser calculados con la fórmula :

$$T = 0.1 N \quad (4)$$

T = período fundamental en segundos

N = número de pisos

D = longitud del edificio, en metros, en la dirección considerada.

H = altura total del edificio en metros

Como antecedentes para este trabajo se ha tenido en consideración el trabajo realizado por el señor William K. Cloud del United Coast and Geodetic Survey de Estados Unidos de Norteamérica, y que fuera presentado por el Ing. Julio Kuroiwa al II Simposio Panamericano de Estructuras, Lima 1964. El trabajo del Ing. Kuroiwa ha sido revisado, por cuanto se ha encontrado algunas diferencias entre los datos de los edificios mencionados en el Simposio y la realidad. Por otra parte, ha parecido oportuno revisar la inclusión de edificios en construcción en la estadística, por cuanto si bien el estudio de las variaciones de los períodos de un edificio en el tiempo tiene un interés propio, no presta mucha utilidad para los fines del presente trabajo; la costumbre en Lima, es que los edificios en uso posean una gran cantidad de muros de albañilería ejecutados en forma posterior al esqueleto de concreto armado, los cuales producen un gran cambio de rigidez de la estructura.

En igual forma se ha revisado la inclusión de dos edificios de

estructura metálica que poseen características propias que hacen aconsejable su estudio en forma independiente.

La estadística de las construcciones estudiadas (4) aparecen en Tabla 1 .

### ESTUDIOS EFECTUADOS

Se ha estudiado las regresiones lineales :

$$T = \alpha N \quad (5)$$

$$T = \beta H \quad (6)$$

$$T = \gamma H/\sqrt{D} \quad (7)$$

En trabajos anteriores (ver ref. 1, 2) se había estudiado regresiones de este tipo, pero para edificios de los Estados Unidos de Norteamérica. También se ha propuesto para los edificios peruanos (ref.3) unos valores para  $\alpha$  ,  $\beta$  y  $\gamma$  los cuales son comentados más adelante.

Para la obtención de los parámetros  $\alpha$  ,  $\beta$  , y  $\gamma$  se ha hecho un ajuste de mínimos cuadrados en forma tradicional, es decir :

Dada la hipótesis de que los valores  $Y_i$  estén relacionados en forma lineal con valores  $X_i$  ,

$$\hat{Y}_i = m X_i \quad (8)$$

$$\hat{Y}_i = \text{valor predicho de la variable } Y .$$

Se determina "m" de modo que la suma de los cuadrados de las desviaciones de los valores observados respecto a los valores predichos sea mínima.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \text{Mínimo} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{"n"} &= \text{número de observaciones} \\ \text{Esto implica que "m"} &= \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum X_i} \quad (10) \end{aligned}$$

Se define como "error estándar" a la dispersión estándar de las desviaciones.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - 2}} \quad (11)$$

el cual es una medida de la bondad del ajuste.

Los valores de "m" obtenidos y los correspondientes errores estándar para las regresiones (5), (6) y (7) son :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/23.3 & ; & \quad \sigma_{\alpha} = 0.1301 \\ \beta &= 1/72.6 & ; & \quad \sigma_{\beta} = 0.1189 \\ \gamma &= 1/15.9 & ; & \quad \sigma_{\gamma} = 0.1181 \end{aligned} \quad (12)$$

Es de notar que si en la estadística se incluye los edificios en construcción y los dos edificios de estructura metálica, los valores obtenidos son :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/22.3 & (13) \\ \beta &= 1/69.3 \\ \gamma &= 1/15.2 \end{aligned}$$

Sin embargo, este tipo de ajuste no es adecuado al problema y debe modificarse, pues si bien se logra minimizar la suma de las desviaciones entre valores observados y predichos, no se dá importancia a la magnitud relativa de las desviaciones respecto a los valores predichos. Por este motivo se volvió a estudiar las regresiones ya enunciadas, pero minimizando la siguiente función : (ver Apéndice A)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{g} \right)^2}{n - 2} \quad (14)$$

en esta forma se obtiene un nuevo valor para "m" :

$$m' = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{X_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{X_i} \right)} \quad (15)$$

Los nuevos valores encontrados para  $\alpha$  ,  $\beta$  y  $\gamma$  y los correspondientes valores de S , que correspondería a un error estándar relativo son :

$$\begin{array}{ll} \alpha = & 1/20.9 & S_{\alpha} = & 0.251 \\ \beta = & 1/66.7 & S_{\beta} = & 0.234 \\ \gamma = & 1/14.2 & S_{\gamma} = & 0.275 \end{array} \quad (16)$$

Las rectas correspondientes aparecen dibujadas en las figuras 1, 2 y 3 respectivamente.

Es preciso notar que la recta de ajuste misma es una predicción sobre la media de los valores "Y" para cada valor de "X" . Si se supone que los valores de "Y" se distribuyen en forma normal (para un "X" dado) con media igual al valor predicho, existirá un 50% de probabilidad

des de que los valores de "Y" observados caigan sobre la recta.

Recordando que el estimar el período fundamental por defecto es no conservador, parece aconsejable buscar relaciones que den mayor seguridad que un simple 50%. Se ha pensado que un 85% podría ser una cifra adecuada, y en este caso, para distribución normal y con desviación estándar constante se obtendría una recta paralela a la de regresión y que daría resultados sin sentido físico para valores pequeños de "X". Por ello se ha supuesto que el error estándar relativo (desviación estándar de la variable  $Y/\hat{Y}$  es constante para cualquier "X" e igual al de la muestra. En estas condiciones se obtiene una nueva recta que pasa por el origen cuya pendiente es :

$$m'' = m' (1 - Z_1) \quad (17)$$

en que :

$$Z_1 = 1.036 S \quad (18)$$

El valor numérico 1.036 se obtiene al observar una tabla de probabilidades con distribución normal. (ver Apéndice B)

Los valores de "m'" y "S" corresponden a los valores anotados más arriba como expresiones (16)

En esta forma se obtiene finalmente el siguiente grupo de regresiones :

$$T = N/28 \quad (19a)$$

$$T = H/88 \quad (19b)$$

$$T = H/(\sqrt{D} \times 20) \quad (19c)$$

Los datos que dan origen a estas expresiones y las rectas correspondientes aparecen en las figuras 1,2 y 3 junto a las rectas de ajuste.

## CONCLUSIONES

Los valores propuestos en la referencia 3, que corresponden a los mismos edificios peruanos considerados en este estudio son muy aproximadamente iguales con las expresiones (12) y por tanto son las rectas de ajuste de mínimos cuadrados, que dan un nivel de confianza de sólo el 50% .

Aparece como excesivamente poco conservadora para los edificios limeños la fórmula propuesta en ref.2  $T = 0.08 N$  Con mayor razón lo es la expresión (4) tomada del Reglamento Nacional de Construcciones.

Del análisis de las expresiones (16) se tiene que todas ellas tienen un error  $S$  semejante, siendo mejor la regresión sobre la variable  $H$  (altura en metros)

Es preciso notar la coincidencia aparente de la expresión (19c) con la número (3) (del Reglamento), que es la misma recomendada por el SEAOOC (ref. 4) , con la diferencia que esta última fórmula utiliza otro sistema de unidades (si se realiza el cambio de unidades se obtiene la expresión (1) del Reglamento).

Por otra parte, siendo tan ambigua la clasificación de los edificios propuesta por el Reglamento, y no obteniéndose un valor de "S" mejor , no aparece aconsejable incluir en un código expresiones que son funciones de dos variables (como la 19c)

La fórmula :

$$T = H/88$$

apareca como suficientemente simple y segura, al menos para los edificios que se proyectan para la ciudad de Lima.

En algunos códigos, como el proyecto de norma peruana, se pretende obtener mayor seguridad en el diseño, contra la determinación por defecto del período fundamental simplemente cambiando el espectro. Parece más aconsejable no alterar la forma del espectro y determinar con más confianza el período.

REFERENCIAS

1. HOUSNER , G.W. , y BRADY, A.G. "Natural Periods of Vibration of Buildings" , Proc. ASCE, vol.89 , EM4 .
2. HUSID, R. "Análisis de las Medidas de Períodos de Vibración de Edificios Nuevos", Revista del IDIEM, vol. 4 , N° 3 . Chile.
3. HUSID, R. , y VARGAS J. "Análisis Crítico del Capítulo IV, Título V del Reglamento Nacional de Construcciones " PUCP. 1976 , Lima.
4. SEAOC "Recommended Lateral Force Requirements and Commentary ", 1974.
5. BENJAMIN, Y.R., CORNELL, C.A. "Probability, Statistics , and Decisions for Civil Engineers" Mc.Graw Hill, 1970.
6. RICKMERS, A.D. , TODD, H.N. "Introducción a la Estadística". CECSA 1971.

A N E X O

A. Determinación de la pendiente de la recta de mejor ajuste.

Sea  $\hat{Y}$  = mx la recta de mejor ajuste  
 $Y$  = valor observado  
 $\hat{Y}$  = valor predicho

Se tendrá que

$$Y = mx + E \quad (A-1)$$

en que  $E$  = error que se puede asumir se distribuye en forma normal con media cero. Si se define como "error relativo",  $Er$

$$Er = \frac{E}{mx} \quad (A-2)$$

Se pretende obtener "m" tal que la suma cuadrática de los errores relativos sea mínima, es decir se quiere minimizar a :

$$\sum_{i=1}^n Er^2$$

pero :

$$\sum_{i=1}^n Er^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y - mx}{mx} \right)^2 \quad (A-3)$$

$$\frac{d}{dm} (\sum Er^2) = 0$$

y por tanto :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y}{X} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y}{X} \right)} \quad (A-4)$$

B. Determinación de la pendiente de la recta que da una confianza de 85%

En el anexo anterior se indicó que el error  $E$  se podía asumir que se distribuye en forma normal con media cero.

Para un valor de  $x$ , la variable  $E_r = E/mx$  será una variable aleatoria y como se definió

$$E_r = \frac{E}{mx} = \frac{Y - mx}{mx}$$

se tendrá que  $E_r$  se distribuirá según una distribución "t" de Student con media nula y dispersión standard  $\sigma_{E_r}$

en que

$$\sigma_{E_r}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k E_r^2}{k - 2} \quad (B-1)$$

varianza del error relativo para un "x" dado y que se pueda asumir sea independiente de  $x$ .

(Si el error en la observación proviene de errores instrumentales y de observación que son aproximadamente independientes de la variable "x", los errores relativos no serían independientes de esa variable. Pero se está asumiendo que además hay errores importantes debido a diferencias en la estructuración, diferencias en los materiales, diferencias con los terrenos, etc. las cuales influyen en las estructuras en forma dependiente de la altura, o del número de pisos, etc. es decir, de la variable "x". Se está aceptando entonces, que los errores instrumentales o de medida son mucho menores que los provenientes de otras causas).

La mejor estimación para  $\sigma_{Er}^2$  será  $S_{Er}^2$  en que

$$S_{Er}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y - mx}{mx}}{n - 2} \quad (B-2)$$

en que  $n$  = número de observaciones y los valores de "x" "e" "y" son los de la muestra y "m" como se determinó en el Anexo A, (expresión A - 4)

Debido a que se cuenta con un número "n" suficientemente grande es posible utilizar la distribución normal en vez de la de Student y por tanto :

$$Z = \frac{\frac{Y - mx}{mx}}{S_{Er}} \quad (B-3)$$

que tendrá distribución normal, con media nula y desviación estándar uno. Si se desea predecir el valor del período de modo que con un 85% de confianza el valor predicho sea inferior al valor real, el valor crítico de  $Z = Z_c$ , será

$$Z_c = - 1.036 \quad (B-4)$$

De donde, para un "x" dado

$$\frac{Y - mx}{mx} = - 1.036 S_{Er}$$

$$Y = m (1 - 1.036 S_{Er}) x \quad (B-5)$$

$$Y = m' x \quad (B-6)$$

$$\text{con } m' = m (1 - 1.036 S_{Er}) \quad (B-7)$$

Con lo cual se ha obtenido la expresión de una nueva recta tal que con un 85% de confianza se podrá predecir que los valores de "Y" es tarán sobre la recta.

Es preciso notar que la estimación de "m" ya tenía asociada una incertidumbre por cuanto se contaba con una muestra de la población, la cual es infinita.

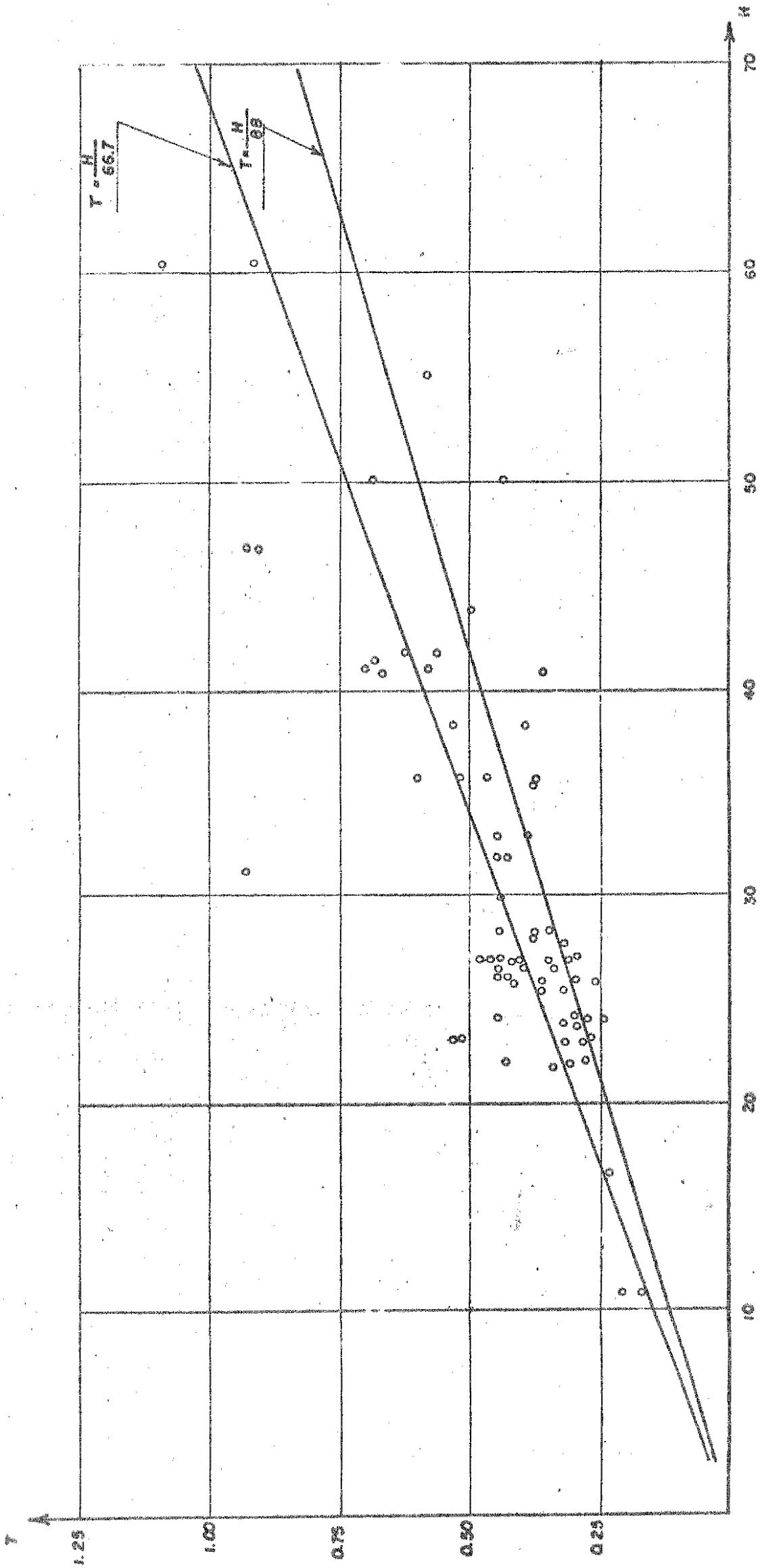
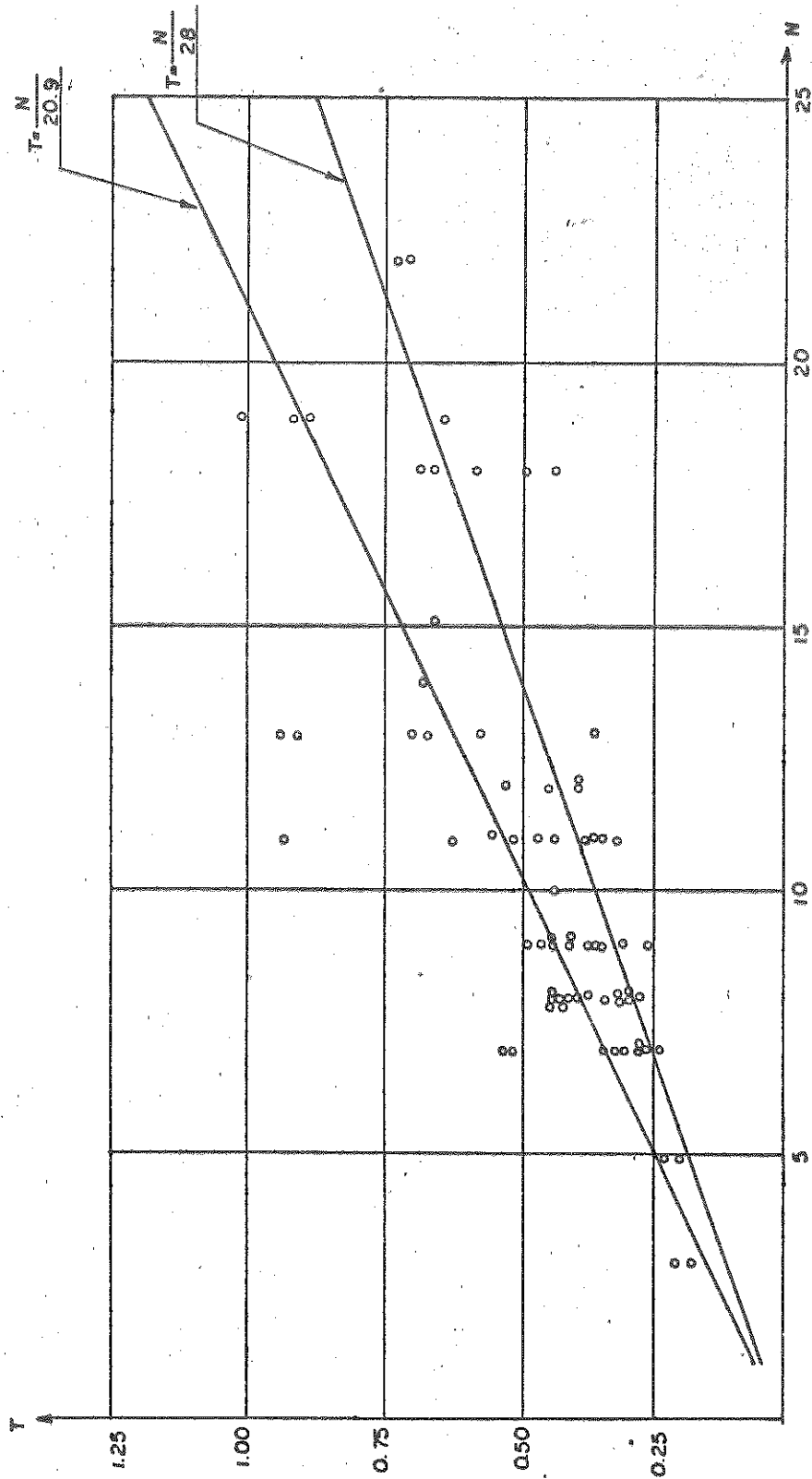


FIG. I  
ADDITION



**FIG. 2**  
ADSORPTION

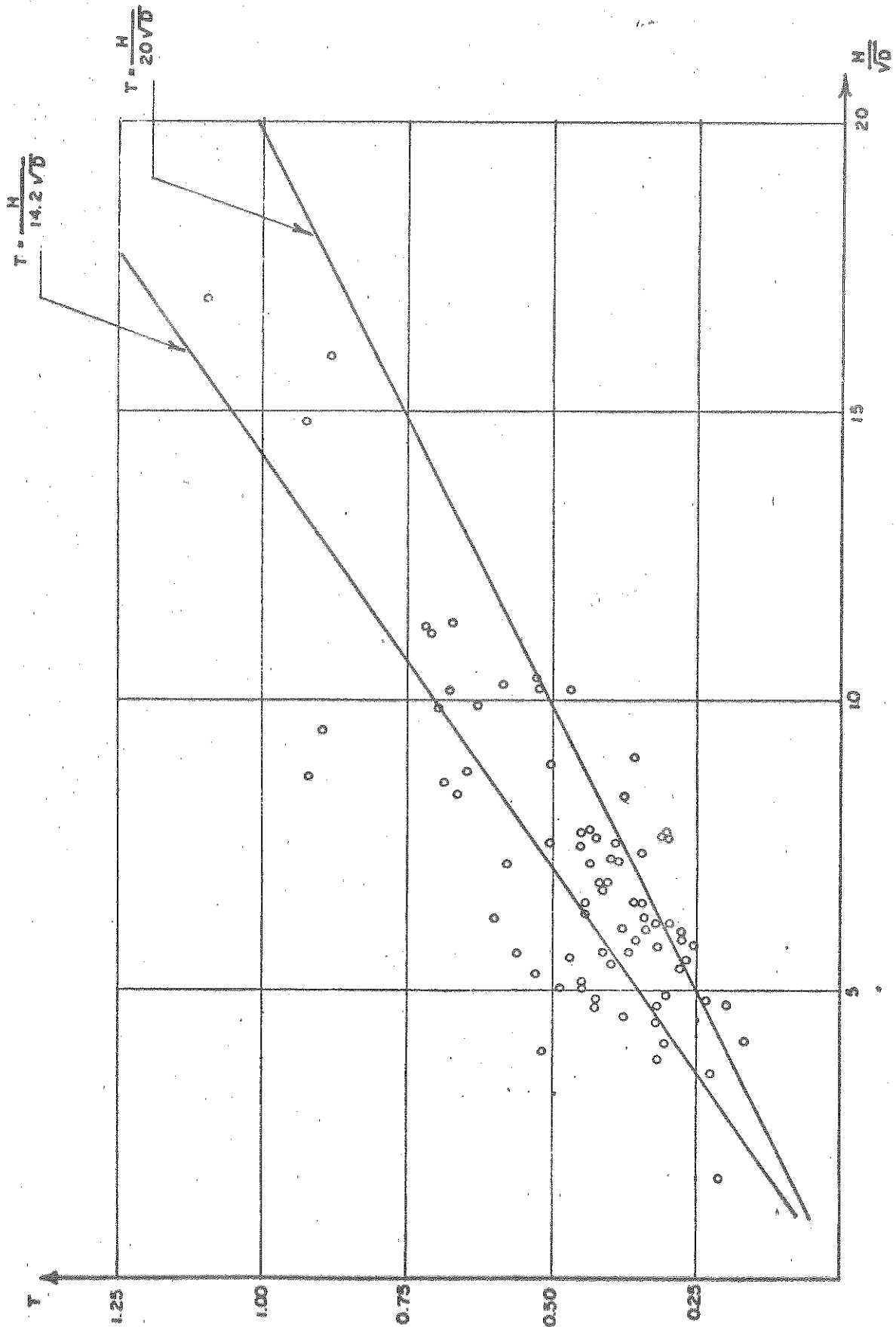




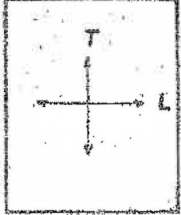
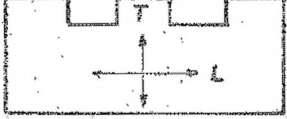




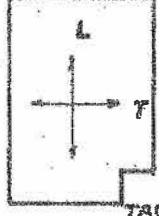
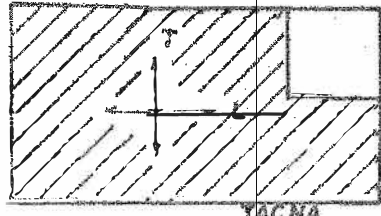
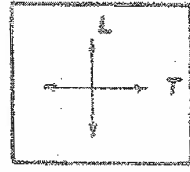
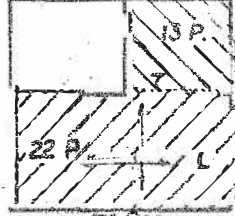

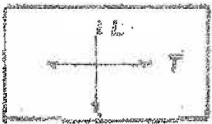
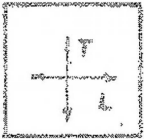

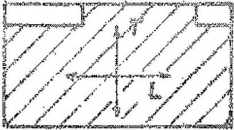




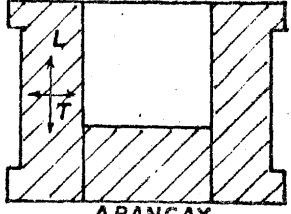
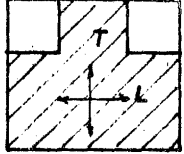
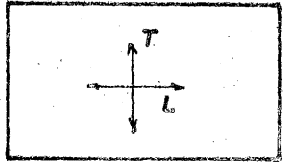
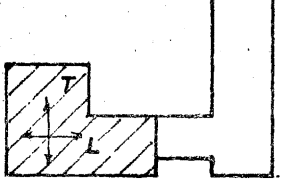

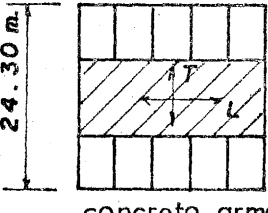
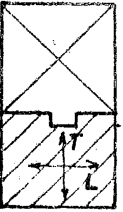
FIG. 3

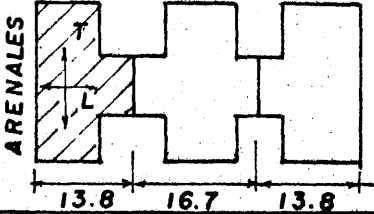
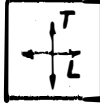
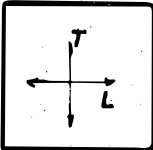
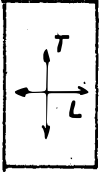
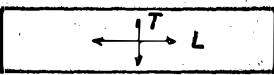
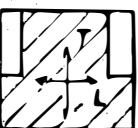
40081710N



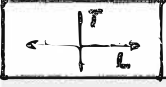

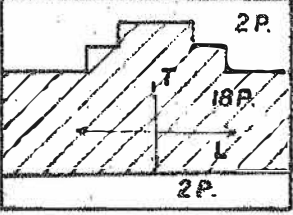
Edificio	Altura		Dimensiones		Periodos (segs.)		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	L (metros)	T	TL	TT	
1. La Nacional Av. Grau Lima	19	60.52	36.55	12.7	0.92	1.10	<p>GRAU</p>  <p>concreto armado</p>
2. La Nacional Av. Abancay Lima	13	41.24	32.25	17.2	.58	.70	<p>ABANCAY</p>  <p>concreto armado</p>
3. San Patricio Tacna 2da.C Lima	9	25.5	28.8 57.2	8.0 8.0	.32	.36	 <p>TACNA</p> <p>concreto armado</p>
4. San Reynaldo Tacna 329 Lima	12	38.45	25.45	13.8	.34 a .44	.53	 <p>TACNA</p> <p>concreto armado</p>
5. Vda. de Pie dra e hijas Tacna 359 Lima	18	55.15	23.5	28.5	.67	.59	 <p>TACNA</p> <p>Concreto Armado</p>
6. El Moncayo Tacna 338 Lima	8	24.0	37.4	15.0	.32	.30	 <p>TACNA</p> <p>concreto armado</p>
7. La Universal Tacna 308 Lima	7	22.9	13	14.4	.32	.28	 <p>TACNA</p> <p>Concreto Armado</p>

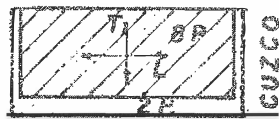
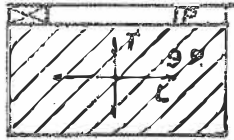
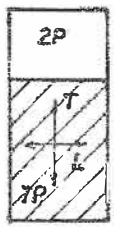
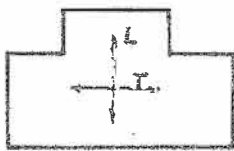
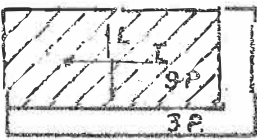
Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos (segs)		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	(metros)	(metros)	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
8. Ostolaza Tacna y Huacavelica-Lima	11	36.05	33.2	12.6	.61	.52	HUANCVELICA  concreto armado
9. Nazarenas Tacna 411 Lima	8	28.0	36.8	11.2	.39	.38	TACNA  concreto armado
10. San Alfonso -Tacna 320-Lima	9	27.0	12.0	12.2	.30	.31	TACNA  Concreto Armado
11. Málaga Santolaya Tacna 543 Lima	13	41.1	38.5	24.0	.36	.67	TACNA  Concreto Armado
12. Tacna Tacna 592 Lima	11	35.6	61.8	34.2	.32	.38	MOQUEGUA  TACNA Concreto Armado
13. Antigua La Crónica Tacna 665 Lima	8	26.55	21.24	23.3	.32	.40	TACNA  Concreto Armado
14. Tacna y Colmena Lima	22	68.4	36.6 reducción 36.6	37.25 17.7	.72 a 1.02	.71	TACNA  COLMENA Concreto Armado

Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos (segs.)		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	(Metros)		T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
15. Hotel Crillón Colmena-Lima	19 (no hay 9 ni 13)	60.0	46.12	14.0	.65	.885	 <p>LA COLMENA concreto armado</p>
16. Del Castillo Colmena 611-Lima	8	26.0	27.5	14.6	.30	.42	<p>TORRICO</p>  <p>COLMENA</p> <p>Concreto Armado</p>
17. Monte Rosa Rufino Torco 837 - Lima	8	26.7	18.0	17.7	.34	.45	<p>COLMENA</p>  <p>TORRICO</p> <p>Concreto Armado</p>
18. Parra del Riego Wilson 911 Lima	11	35.8	39.9	12.3	.37	.47	 <p>YACNA concreto armado</p>
19. Hotel Riviera - Wilson 961 Lima	14	41.39	30.0	16.5	.50	.68	 <p>WILSON</p> <p>Concreto Armado</p>
20. Wilson Wilson 990 Lima	7	24.3	20	25.7	.28	.24	 <p>WILSON</p> <p>Concreto Armado</p>
21. San Blas Wilson 1040 Lima	7	23.2	31.5	17.8	.25	.27	 <p>WILSON</p> <p>Concreto Armado</p>

Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos		OBSERVACIONES	
	Pisos	Metros	L (metros)	T	TL (segs)	TT		
22. Ministerio de Hacienda - Av. Abancay Lima	11	42	54.6	17.8	.56	.63	 ABANCAY	
23. Cía. de Seguros Fenix - Abancay-Lima	9	27.8	23.7	20.1	.41	.30 a .34	 ABANCAY	
24. Cofico Abancay 235 Lima	7	23.8	36.2	20.1	.52	.53	 ABANCAY	Concreto Armado
25. Conaco Abancay 210 Lima	11	28.56	19.9	15.0	.44	.35	 ABANCAY	Concreto Armado
26. Ricardo Palma Abancay y Cuzco-Lima	9	26.33	11.5	28.3	.45	.43	 ABANCAY	Concreto Armado
27. El Pacífico Washington Arequipa y N. Sánchez Lima	13	47	24.2	10.0	.90	.93	 24.30 m ABANCAY	N. SANCHEZ Vigas sin losa en el nivel 1. concreto armado
28. Inmobiliaria Zigo S.A. R. Chile-N. Sánchez Lima	6	15.2	14.85	12.3	.32	.53	 ABANCAY	N. SANCHEZ R. CHILE Concreto Armado

Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	L	T	II	II	
29. Arenales							No se ubicó
30. Arenales 371 Lima	8	22.2	13.8	21.8	.28	.43	 <p>ARENALES</p> <p>Concreto Armado</p>
31. Fénix Pe- ruana J. Pardo 190 Miraflores	11	31.2	12.1	12.8	.50	.93	 <p>J. PARDO</p> <p>concreto armado</p>
32. Ed. Rentas Malecón 28 de Julio 211 Miraflores	9	25.75	19.0	19.5	.36	.26	 <p>MAL ECON</p> <p>Concreto Armado</p>
33. Panamerica na T.V. Arequipa 1110- Lima	5	16.8	12.2	22.0	.20	.23	 <p>AREQUIPA</p> <p>Concreto Armado</p>
34. F. de Arqui- tectura Lima	3	10.95	36.3	7.32	.21	.17	 <p>JARDIN</p> <p>concreto armado</p>
35. Muy Muy M. Ferrey- ros 686 Ancón	10	30.0	17.0	15.0	.40	.44	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>

Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	L (metros)	T	TL (segs)	TT	
36. Mar y Sol M. Ferreyros 636 Ancón	9	26.85	15.0	16.9	.42	.45	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>
37. Merlin M. Ferreyros 622	9	26.85	14.85	22.95	.41	.47	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>
38. Tortuga M. Ferreyros 572 Ancón	8	24.2	21.8	10.0	.45	.30	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>
39. Medusa Ferreyros Ancón	12	33.0	19.2	20.7	.45	.39	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>
40. El Parque M. Ferreyros 382 Ancón	18	50.3	48.0 reducción 48.0	34.0 25.0	.44	.69	 <p>M. FERREYROS</p> <p>Concreto Armado</p>

Edificio	Altura		Dimensiones		Períodos		OBSERVACIONES
	Pisos	Metros	(metros)		T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
41. Bco. Industrial del Perú - Cuzco y Pq. Castañeta Lima	8	31.9	38.7 reducción 37	17.25 15.0	.43 a .47	.43	 <p>P. CASTAÑETA</p>
42. Soc. Nac. Agraria M. Quesada 329 - Lima	9	27.0	28.75	17.0	.49	.35	 <p>M. QUEZADA</p>
43. Radio El Sol - L. Velarde y Uruguay Lima	7	21.85	12.75	28.2	.34	.31	 <p>URUGUAY</p>
44. El Sol Colmena y Camaná Lima	15	47.3	18.6	29.85	1.1	1.14	 <p>COLMENA</p>
45. Seguros La Colmena Azángaro Lima	9	28.2	16.5 13.5	32.8 28.5	.92	.52	 <p>AZANGARO</p>