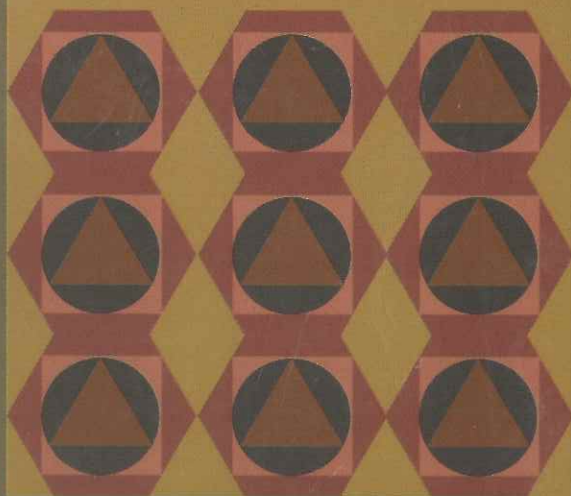


VI CONGRESO IBEROAMERICANO DE CABRI

IBEROCABRI 2012



RESÚMENES 2012

Editor: Francisco Ugarte Guerra

VI Congreso Iberoamericano de Cabri

6, 7 y 8 de agosto de 2012

IBEROCABRI 2012

RESÚMENES

Conferencias

Talleres

Reportes de Investigación

Socialización de Experiencias en Áreas Afines

Propuestas de Innovación Didáctica

Comunicación de Experiencias

Departamento de Ciencias
Sección Matemáticas-IREM
Maestría en Enseñanza de
las Matemáticas

Editor: Francisco Ugarte Guerra



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

*VI Congreso Iberoamericano de Cabri
Resúmenes 2012
IBEROCABRI 2012*

Primera edición, agosto 2012

Tiraje: 200 ejemplares

Editor: Francisco Ugarte Guerra
Diseño de carátula: Editorial Hozlo S.R.L.
Diagramación de interiores: Doris Moreno Alvarez
Impresión: Editorial Hozlo S.R.L.

© Editado e impreso por la Pontificia Universidad Católica del Perú – Departamento de Ciencias, 2012.
Avenida Universitaria 1801, Lima 32
626 2000-anexo 4151
E-mail: iberocabri2012@pucp.edu.pe, irem@pucp.edu.pe
Dirección URL: <http://www.congreso.pucp.edu.pe/iberocabri/>,
<http://www.pucp.edu.pe/irem/index.html>

Derechos reservados, prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

ISBN:
Hecho el Depósito Legal en la
Biblioteca Nacional del Perú: **2012-08601**

Impreso en el Perú – Printed in Perú

Presentación

El IberoCabri 2012, tendrá lugar en el Campus de la Pontificia Universidad Católica del Perú, los días 6, 7 y 8 de agosto. El congreso estará centrado en los usos y aplicaciones de Cabri en la geometría y en áreas afines.

Los Congresos Iberoamericanos de Cabri convocan bienalmente a investigadores, profesores y estudiantes de Iberoamérica, Francia, Italia, México, Argentina, Uruguay, Brasil, Colombia y otros, todos ellos interesados en el uso, aplicaciones e investigaciones que puedan realizarse utilizando el programa de geometría dinámica Cabri.

La organización del VI IberoCabri se enmarca dentro de las actividades que desarrolla el Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM) en coordinación con la Maestría en la Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP), en su línea de investigación: Tecnologías y medios de expresión en enseñanza de las matemáticas y cuyo principal problema de investigación consiste en identificar bajo qué condiciones el uso de las tecnologías digitales permiten un acceso más democrático y eficiente al desarrollo de contenidos y competencias.

Objetivos:

- Divulgar las experiencias internacionales sobre el uso de Cabri en distintas disciplinas.
- Mostrar y difundir el uso de programas de geometría dinámica como el Cabri en todos los niveles educativos.
- Plantear temas de investigación centrados en cómo incorporar las tecnologías digitales para desarrollar habilidades matemáticas.
- Compartir experiencias y lecciones aprendidas en los procesos de incorporación de tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje en todos los niveles educativos.

- Mostrar el estado de inserción del uso de Cabri en la Web 2.0, en libros electrónicos, en pizarras digitales, entornos virtuales de aprendizaje, etc.
- Formar redes de especialistas en la construcción de ambientes tecnológicos que sean compartidos y utilizados por todos los miembros de la red.
- Contribuir con la mejora de la calidad de la enseñanza de la geometría en Iberoamérica.

Este libro contiene los resúmenes de las propuestas aceptadas para el congreso:

- 10 conferencias,
- 18 talleres,
- 8 reportes
- 1 socialización de experiencias en áreas afines
- 11 propuestas de innovación didáctica o comunicación de experiencias.

Francisco Ugarte
Presidente del Congreso

Convocan

Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas
(IREM) - Perú

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas – Escuela de
Posgrado de la PUCP

Auspician:

Embajada de Francia

Vicerrectorado de Investigación,

Dirección de Gestión de la Investigación de la PUCP

Comité Científico

Colette Laborde, UJF-Francia.

Eugenio Diaz Barriga, UNAM-México.

Francisco Ugarte Guerra, PUCP-Perú.

Jesús Flores Salazar, PUCP-Perú.

Luis Moreno Armella CINVESTAV-México.

Maria José Ferreira da Silva PUCSP-Brasil.

Ubiratan D'Ambrosio USP-Brasil.

Comité Organizador

Cecilia Gaita Iparraguirre

Elizabeth Advíncula Clemente

Francisco Ugarte Guerra (Preside)

Haydée Z. Azabache Caracciolo

Contenido

CONFERENCIAS

Imaginación, geometría dinámica y Cabri <i>Alicia Noemi Fayó</i>	1
A construção de situações problemas utilizando o Cabri 3D <i>María José Ferreira da Silva</i>	4
Une analyse didactique de différents types d’interactivité rendus possibles par les technologies Cabri <i>Colette Laborde</i>	6
Interactivity in dynamic mathematics environments: what does that mean? Quelques exemples tirés de Cabri <i>Jean-Marie Laborde</i>	7
Utilizar la geometría axiomática para analizar los dibujos en Cabri 3D <i>Joris Mithalal</i>	8
Cabri: cálculo y física <i>Ruben Sabbadini</i>	10
Un registro semiótico importante en la evaluación de actividades matemáticas: el registro verbal <i>Eugenio Díaz Barriga Arceo</i>	12
La demostración y sus contextos <i>Luis Moreno Armella</i>	14
La infalibilidad de las matemáticas como un obstáculo para su enseñanza y su aprendizaje <i>Bernardo Camou Font</i>	15
La Geometría el Cabri y los amores a primera vista <i>Francisco Ugarte Guerra</i>	18

TALLERES

- Cómo es que las trayectorias de las cónicas pueden generar las cuádricas 19
Alicia Noemí Fayó, María Cristina Fayó
- Cabri 3D na sala de aula 20
Maria Jose Ferreira da Silva
- O Cabri 3D como ferramenta para desenvolver Visualização dos Primeiros axiomas de Geometria Euclidiana No Espaço 23
José Carlos Pinto Leivas
- Una propuesta didáctica, a partir de la construcción de mandalas en Cabri II, para potenciar las estrategias de aprendizaje en geometría 25
Lilian del C. Vargas Villar, Mará F. Villalobos Villar
- El Uso de los fractales para potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico-variacional a través del software Cabri “Del pensamiento numérico al pensamiento algebraico-variacional” 27
Jose Francisco Puerto Monterroza
- Un acercamiento al concepto de función a través de la manipulación de objetos geométricos, donde se presentan patrones funcionales de dependencia y de generalización, utilizando el Cabri 29
Jose Francisco Puerto Monterroza
- Différents types de tâches avec Cabri 3D reliant les aspects géométriques, numériques et algébriques d’objets de l’espace 31
Colette Laborde

Caractéristiques principales d'un système-auteur pour la réalisation d'activités mathématiques huatemnt interactives. L'exemple de Cabri LM	32
<i>Jean-Marie Laborde</i>	
Cabri 3D: para mejorar la visualización y provocar el uso de la geometría axiomática	33
<i>Joris Mithalal</i>	
Cabri: cálculo y física	34
<i>Ruben Sabbadini</i>	
Ambientes de aprendizaje con énfasis en la articulación de registros de representación	36
<i>Eugenio Díaz BARRIGA Arceo</i>	
Geometría y argumentación dinámicas	38
<i>Luis Moreno Armella</i>	
Superficies de revolución con Cabri 3D	39
<i>Elizabeth Milagro Advíncula Clemente</i>	
Uso de la pizarra digital interactiva en la enseñanza de la geometría dinámica	40
<i>Marisel Rocío Beteta Salas</i>	
Visualizando los límites de funciones y las derivadas con geometría dinámica	42
<i>María del Carmen Bonilla, María Elena Villanueva Pinedo, Rocío Consuelo Delgado Aguilar</i>	
Tratamiento metodológico de las funciones de varias variables	44
<i>Luis Alberto Callo Moscoso</i>	
Geometría del espacio con Cabri 3D	45
<i>Bernardo Camou Font</i>	

Construyendo una colcha de retazos con Tangramas y Cabri	48
<i>Beatriz Zunino, Bernardo Camou</i>	

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

Comportamento das raízes de funções polinomiais com a variação dos coeficientes	51
<i>Laurito Miranda Alves, Wilbert Sarmiento Campos, Hallan Jardim do Prado</i>	
O Cabri 3D como habitat para o estudo dos Sólidos de Arquimedes	53
<i>Talita Carvalho Silva de Almeida, Maria José Ferreira da Silva</i>	
Cabri como herramienta fundamental en la solución de problemas geométricos	54
<i>Martín E. Acosta, Carolina Mejía, Carlos W. Rodríguez</i>	
Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando Cabri Géomètre II Plus	56
<i>Edinsson Fernández Mosquera, María Fernanda Mejía Palomino</i>	
Diseño y construcción de una estructura civil (puente) con fundamentos de geometría dinámica	58
<i>Luis Fernando Moreno Montoya, Luis Albeiro Zabala</i>	
Aprendizaje basado en problemas en didáctica de la matemática, caso: el teorema de pitágoras y algunas extensiones mediado por Cabri Geometre II Plus	60
<i>Vivian Libeth Uzuriaga López, Martha Cecilia Mosquera Urrutia</i>	

Taller digital con Cabri gómetra
Daniel Léonard, Oskar Gàmez, Denis Conteau, Damien Hanser, Gilles Duchanois, Philippe Leclère 62

Cabri como ambiente de aprendizaje, construyendo las reglas de los signos de la multiplicación
José Benjamín Chan Domínguez, Genny Rocío Ulcab Ballote 64

SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS EN ÁREAS AFINES

Las curvas de Bezier en 3D, aplicaciones y perspectivas
Juana Castillo Padilla, Alejandro Antonio López Patiño, Edgar Efrén López Torres, Fernando Ponce Hernández 67

PROPUESTA DE INNOVACIÓN DIDÁCTICA

COMUNICACIÓN DE EXPERIENCIAS

Estudo das transformações no plano – uma situação de aprendizagem
Lúcia Helena Nobre Barros, Katia Vigo Ingar, Francisco Régis Vieira Alves 69

Visualizando integrales complejas con cabri
José Saquimux 70

Geometría plana y espacial con Cabri
Tomasa Carazas Machaca 72

Introducción a la geometría analítica espacial con Cabri 3D
Jesús Flores Salazar, Cecilia Gaita Iparraquirre, Marisel Beteta Salas 74

Visualización de diferentes sólidos geométricos usando Cabri 3D 75

Maritza Luna Valenzuela

EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

Uma experiência no cabri 3D na apreensão de axiomas de incidência no espaço com alunos de mestrado 77

José Carlos Pinto Leivas

Propuesta de actividades sobre cónicas con Cabri 78

Juana Contreras S.

Comunicaciones de experiencias 80

Troy Jones

Pirâmides: uma proposta de enseñanza con Cabri 3D 81

Elizabeth Milagro Advíncula Clemente, Jesús Victoria Flores Salazar

Propuesta didáctica para apoyar el aprendizaje de la parábola usando el software Cabri 82

Janeth Mechán Martínez, Jose Luis Morón Valdivia

Planos y esferas con Cabri 3D 84

Nélida Salomé Medina García

CONFERENCIAS

Imaginación, geometría dinámica y Cabri

Alicia Noemí Fayó

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Pacheco.
Universidad Nacional de Moreno. Grupo en Investigación Matemática
XVIII, Argentina

Resumen

En el Iberocabri 2010, mi conferencia se tituló Creatividad y Cabri. Mi deseo para Iberocabri 2012, es analizar un componente más para fomentar la creatividad. En nuestra profesión, todos sabemos que lo que descubrimos y comprendemos, nos es factible trasmitirlo, pero para descubrir algo y sobre todo en Matemática, debemos contar con: interés en lo que hacemos, compromiso en la búsqueda, ser tenaces ante la adversidad y finalmente necesitamos imaginación. Los profesores, sobre todo, debemos experimentar la búsqueda, el redescubrimiento, maravillarnos y hasta emocionarnos con el encuentro del “saber sabio” para luego imaginar las estrategias de la transposición didáctica. Nos preguntamos entonces ¿Qué es imaginar?, ¿Dónde interviene en nuestras tareas?

A través de la conferencia, analizaremos cómo colabora la imaginación con la investigación y cómo debe ser tenida en cuenta a la hora de interesar a nuestros alumnos en las clases de Matemática. Mostraré diferentes propuestas, algunas para investigaciones en las universidades y otras en la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, a profesores que trabajando con Cabri, han redescubierto temas, para adaptarlos a alumnos de nivel secundario, terciario o universitario. En la exposición de cada experiencia, realizaré una pequeña revisión de conceptos, para refrescar la memoria y ubicar a los asistentes, luego, describiré en qué consistió su exploración.

Imaginar estrategias constituye un trabajo laborioso por parte de los docentes, pero vale la pena la selección de situaciones

innovadoras para el aprendizaje, que fomenten la investigación para descubrir nuevos conceptos, recurriendo a conocimientos ya adquiridos.

Palabras claves: Investigaciones con Cabri. Experiencias para el aula.

Referencias

- Artigue, M. (2002) Ingeniería Didáctica: ¿Cuál es su papel en la investigación didáctica de hoy? *Les dossiers des Sciences de l'Education. Didactiques des disciplines scientifiques et technologiques: concepts et méthodes*. Revue Internationale des Sciences de l'Education. Presses Universitaires du Mirail N° 8.
- Artigue, M. et al. (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Coedición: Una Empresa Docente – Grupo Editorial Iberoamericana. Bogotá.
- Artigue, Michèle (2004), *Problemas y desafíos en educación matemática: qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática*, *Educación Matemática*, 16 (3), pp. 5-28. Editorial Santillana.
- Bell, E. T. (2009). *Los Grandes Matemáticos*. Buenos Aires: Losada.
- Binimelis, M. I. (2010). *Una nueva manera de ver el mundo, la geometría fractal*. España: RBA. p. 95
- Bongiovanni, V. Jahm, A. (2009). *VI Congreso de Educación Matemática*. Explorações de poliedros no ambiente de Geometría dinámica con Cabri 3D. Puerto Mont. Chile
- Brousseau, G. (1986) *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática. Recherches en Didactiques de Mathematiques*. Vol.7 N° 2. Recuperado el 12 de junio de 2012 en

http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/sanc_m/Didactica/Unidad%201/brousoui_ii_.pdf

- Dorier, J.L. (ed.) (1997): *L'Enseignement de l'Algèbre Linéaire en Question, Panorama de la Recherche en Didactique sur ce Thème*. Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- Douady, R. (1995); "La ingeniería didáctica y al evolución de su relación con el conocimiento" en *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*, pág. 61-97. Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica.
- Dreyfus, T., Hillel, J., Sierpinska, A.; (1998) Cabri based linear álgebra: transformations. *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 209-221. Recuperado el 12 de junio de 2012 en <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/papers/g2-dreyfus-et-al.pdf>
- Eves, H. (1969). *Estudio de las geometrías*. Tomo I. México: Unión Tipográfica Hispano Americana.
- Falsetti, Marino, Rodríguez, M., (2004); "Validación en Matemática en situación de aprendizaje". *Actas del VI Simposio de Educación Matemática*, UNLU. Argentina. Formato CD.
- González, V. y Rodríguez, M.; (2006); "Un modelo para evaluar la validación matemática", *Revista Educación Matemática*, México, Vol. 18, N° 3, 2006. pp. 103-124.
- Guillén Soler, Georgina. (1997) *El mundo de los poliedros*. España: Síntesis.
- Hernández Sampieri, Roberto; et al. (2001); *Metodología de la Investigación*. 2ª. ed. México, D.F: McGraw-Hill..
- Hillel, J.; Sierpinska, A. & Dreyfus, T. (1998): Investigating linear transformations with Cabri. *Proceedings of the International Conference on the Teaching of Tertiary Mathematics*, Samos, Greece.

In J.-L. Dorier (ed.), L'Enseignement de l'Algèbre Linéaire en Question, *Panorama de la Recherche en Didactique sur ce Thème* (pp. 249-268). Grenoble, France: La Pensée Sauvage.

Litwin, E. (2008). *El oficio de enseñar*, Buenos Aires: Paidós.

Proyecto Estalmat Castilla y León recuperado el 11 de junio de 2012 en

<http://www.uam.es/proyectosinv/estalmat/ReunionValencia2010/POLIEDROS-REGULARES-1.pdf>



A construção de situações problemas utilizando o Cabri 3D

Maria José Ferreira da Silva

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

zeze@pucsp.br

Resumo

O ensino de Geometria espacial na escola básica brasileira, principalmente, tratada no Ensino Médio (14 a 17 anos), privilegia o estudo de medidas de volume a partir do Princípio de Cavalieri e fórmulas. Em alguns casos, chega-se a solicitar a memorização de fórmulas para as medidas de superfícies e volumes para cada tipo de pirâmide. As figuras são apresentadas como ilustração e não é solicitado ao aluno nem suas construções, nem tão pouco um tratamento que possibilite a solução de alguma situação problema. Embora, muitas ações de formação continuada venham acontecendo os professores ainda se intimidam com a utilização de situações problemas, bem como, de tecnologias em sala de aula. Nesse sentido faremos uma análise de algumas situações em que o software Cabri 3D pode ser utilizado para conduzir o aluno a buscar a construção de sólidos por truncaturas e caminhos para determinar a medida de seu

volume levantando conjecturas, comprovando-as, ou não, enquanto desenvolve a solução do problemas apresentado. Trataremos ainda de algumas situações em que as transformações geométricas, não trabalhadas na escola, sejam utilizadas para solucionar problemas. No caso dos sólidos, a escola apresenta simplesmente, prismas e pirâmides e os sólidos de Platão, outros tipos não são tratados. A possibilidade de fazer truncaturas é uma das vantagens do ambiente dinâmico Cabri 3D, pois permite, por exemplo, a construção de sólidos arquimedianos esquecidos no ensino brasileiro desde o século passado, bem como a determinação de medidas de volumes por decomposição de sólidos, como os de Platão.

Palavras-chave: Cabri 3D. Tecnologia. Situações de ensino. Geometria

Referências

- Almeida, T.C.S. (2010). *Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseadas no renascimento*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Almouloud, S.A., Manrique, A. L.; Silva, M. J. F., Mendonça, T.C. (2004). A geometria no Ensino Fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira De Educação*. n. 27. Disponível Em:
<<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf>>
Acesso em: 20 jun. 2008.
- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a Cas environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 7, 245-274.
- Duv Al, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de*

representações semióticas. Tradução: Marlene Alves Dias. Proem editora.

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensee humaine: registres semiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri- geometry. *International journal of computers for mathematical learning*. 6, 283-317.

Laborde, C. & Laborde, J. M.(2011). Interactivity in dynamics mathematics environments: what does that mean. Electronic Proceedings of the Sixteenth Asian Technology Conference in Mathematics 2011:
http://atcm.mathandtech.org/EP2011/invited_papers/3272011_19113.pdf

Salazar, J.V.F. (2009). Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço. Tese de doutorado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.



Une analyse didactique de différents types d'interactivité rendus possibles par les technologies Cabri

Colette Laborde
Cabrilog, Grenoble, France
colette.laborde@cabri.com

Abstract

It is commonly accepted that an important feature of technology and technology based tasks lies in their interactivity and in the possibility of providing feedback to students' actions. The talk will address the notion of interactivity and feedback from a didactic perspective. In

particular, the design of tasks based on dynamic mathematics environments and of different types of feedback provided to students will be analyzed. It will be shown that the degree of interactivity may greatly vary and that interactivity affects many aspects of the use of such environments. The discussion will be illustrated by the various Cabri technologies.

Mots-clés: Interactivité, rétroactions, problème, mathématiques dynamiques



Interactivity in dynamic mathematics environments: what does that mean? Quelques exemples tirés de Cabri

Jean-Marie Laborde
Cabrilog, France
Jean-Marie.Laborde@cabri.com

Abstract

S'il est un mot qui a été galvaudé, c'est bien celui d'"interactivité". Par exemple dans de très nombreuses annonces interactivité est quasiment mis pour "digital" dans le sens de "non papier". Pourtant il y a un monde entre simple interactivité de type "j'appuie sur un bouton" (ou plutôt une représentation de bouton) et une authentique "manipulation directe" dans un cadre d'"engagement direct" favorisant une interaction véritable entre dispositif informatique et utilisateur, pour nous l'élève ou le professeur. Différents exemples dont certains "historiques" et d'autres caractéristiques du développement de Cabri (Cabri I-II, 3D, sur calculatrices ainsi que le nouveau Cabri LM) viendront illustrer ce propos.

Mots-clés: Mathématiques Dynamiques, Visualisation 2D et 3D, Manipulation Directe d'objets mathématiques.

Referencias

Douglas Butler, Nicholas Jackiw, Jean-Marie Laborde and Michal Yerushalmy. *Design for transformative practices*. in *Invited Panel at 17th ICMI Study*. [2006]. Hanoi University of Technology, Vietnam.

Jean-Marie Laborde, *Playing in 3 and 4 dimensions: Special session of the Mathematical Colloquium* (for the delivery of Honorary Degree), St Olaf College, Northfield, MN, USA 2009, dec. 3 [2009]

Schneidermann B. (1983). Direct Manipulation: a step beyond programming languages, *IEEE Computer*, vol. 16, 57-69.



Utilizar la geometría axiomática para analizar los dibujos en Cabri 3D

Joris Mithalal

IUFM de Paris

Laboratorio de Didáctica André Revuz, Francia

joris.mithalal@paris.iufm.fr

Resumen

La geometría espacial es generalmente un tema muy difícil que enseñar: los alumnos ya no pueden leer informaciones en los dibujos, porque no hay tipo de representación –perspectiva paralela, modelos...– adecuado para resolver problemas de geometría.

Hay dos ventajas con software de geometría dinámica espacial. Primero, las simulaciones informáticas permiten leer más informaciones en los dibujos. Luego, si embargo no se puede leer todos los resultados, y en estos casos el análisis matemático es muy eficiente para tener más informaciones.

Por eso, se puede provocar el uso de geometría axiomática natural (GII) (Houdement, Kuzniak, 2006) por los alumnos con

situaciones mucho más simples que en el contexto de la geometría plana. Además, en estos casos hay menos ruptura entre los problemas de geometría natural (GI) y los de geometría axiomática natural, porque GII puede permitir estudiar los dibujos informáticos por si mismo.

Más que estudiar unas situaciones, se tratará en esa conferencia de describir un posible camino entre GI y GII. Utilizaré el trabajo de Duval (2005) para describir precisamente cómo los alumnos pueden utilizar los dibujos, y mostraré que la “déconstruction instrumentale” desempeña un papel muy importante en el proceso de evolución desde GI hasta GII. En efecto la déconstruction instrumentale permite construir dibujos concretos – y por eso responde a problemas de GI – utilizando objetos matemáticas teóricos – que solo se puede concebir con GII. Ejemplos sacados del uso de unas situaciones ilustraron la importancia de pequeñas variaciones en la déconstruction instrumentale.

Palabras clave: geometría 3D; geometría dinámica; visualización; paradigmas geométricos; Cabri 3D.

Referencias

- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10: 5 – 53.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11: 175 – 193.
- Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.



Cabri: cálculo y física

Ruben Sabbadini
Liceo Farnesina, Roma, Italia
rusabba@tin.it

Resumen

Cabri non è solo geometria, ma anche analisi matematica, calcolo delle probabilità, fisica. Io ho scritto un libro (FisiCabri Principato Milano Italia) con circa 150 applicazioni Cabri (io chiamo così le mie figure dinamiche) che simulano altrettanti fenomeni fisici. E' uno strumento portentoso per la didattica, si possono mostrare cose che una figura, statica, su una pagina di libro non potrebbero far vedere. Ad esempio un'onda dipende da due parametri, spazio e tempo e, in una figura statica, o si mostra la dipendenza dallo spazio o quella dal tempo. In una applicazione Cabri, invece, si vede contemporaneamente la dipendenza dallo spazio, quella dal tempo, l'onda e la particella di materia che si muove di moto periodico.

Si può facilmente disegnare una funzione in Cabri, con lo strumento "Trasporto di misura", lo insegnerò nel taller. Si può facilmente calcolare la derivata e l'integrale della funzione e se ne possono tracciare i grafici.

Si possono dimostrare graficamente, e in maniera didatticamente efficace, i teoremi fondamentali del Calcolo delle Probabilità: il teorema di De Moivre- Laplace e la Legge dei grandi numeri.

Palabras clave: Cabri, Fisica, Analisi Matematica

Referencias

- Atkins, P. W (1984). *Il secondo principio*. Zanichelli Editore, Bologna (Italy).
- Gnedenko, B. V. (1979). *Teoria della Probabilità* Editori Riuniti Edizioni MIR, Roma (Italy).

- La Fisica del Berkley. (1971), *Elettricità e Magnetismo (Parte prima)*, Zanichelli, Bologna)
- Moreno Gordillo J. A., Rodriguez Gallegos R., Laborde C., *Equations différentielles dans Cabri II Plus* Atti della Conferenza Internazionale CabriWorld 2004 del settembre 2004 a Rome, Italia (in via di pubblicazione). Preprint in spagnolo sul sito: http://www-iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth_fichiers/PaperCW2004.pdf
- Orear J., *Fisica generale*, 1970, Zanichelli, Bologna
- Sabbadini R. (2005), *FisiCabri*, 2005, Principato, Milano
- Sabbadini R., *Cabri Géomètre: un potente strumento per la didattica della fisica* in Progetto Alice vol. IV n. 11 II tr. 2003
- Sabbadini R. (2005), *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.
- R. Sabbadini R. (2005), *Rendere visibile la matematica: Analisi, Calcolo delle Probabilità e Fisica si mettono in mostra* in Ipotesi Anno 8 n. 1/2005.
- Sabbadini, R. (2006). *Vedere la matematica e la fisica: la soluzione di equazioni differenziali con Cabri Géomètre*. in Progetto Alice Anno III vol. VII n° 21 Editrice Pagine, Roma, 547-560
- Tomasi L. (2002), *Cabri Géomètre II Plus: novità e potenzialità dell'ultima versione del software*, CabrIrsae, Ottobre 2002



Un registro semiótico importante en la evaluación de actividades matemáticas: el registro verbal

Eugenio Díaz Barriga Arceo
Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma del Estado de México
eugeniux@hotmail.com

Resumen

En este documento presentamos algunos resultados preliminares de investigaciones en marcha realizadas en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México y el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, referentes al desempeño de estudiantes en pruebas piloto referentes a los cursos de Álgebra Superior, Álgebra Lineal, Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Varias Variables. Los ejercicios presentes en dichas pruebas trabajaban simultáneamente diversos registros de representación semiótica, en especial, el registro de representación verbal. Un primer análisis de dichos resultados apunta a en el sentido de que la tarea de estructurar coherentemente el registro verbal marca poderosamente el tránsito entre los diversos registros de representación. Se busca profundizar el análisis de los protocolos de las sesiones para clarificar la relación entre las representaciones escritas (sean simbólicas o con palabras) con la expresión espontánea de los estudian.

Palabras clave: registro semiótico verbal, complementación, autoevaluación, cabri.

Referencias

- Booth, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*, Windsor, Reino Unido, nfer-Nelson.
- Díaz Barriga, E. (2011). Conferencia: Cabri en auxilio de la resolución de problemas algebraicos. *III Congreso Internacional en Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Medellín, Colombia.

- Filloy, E., Rojano, T. (1985a), "Obstructions to the Acquisition of Elemental Algebraic Concepts and Teaching Strategies", en L. Streefland (ed.), *Proceedings of the Ninth Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Utrech, Holanda, State University of Utrecht, pp. 154-158.
- Filloy, E., Rojano, T. (1985b), "Operating unknown and models of teaching (A clinical study with 12-13 years old with a high proficiency in pre-algebra)", en S. K. Domarin y M. Shelton (eds.), *Proceedings of the Sixth Annual Meeting for the Psychology of Mathematics Education*, North American Chapter, Columbus, Ohio, EUA, Ohio State University, pp. 75-79.
- Gardner, M. (1983). ¡Ajá!. Editorial Labor.
- Gómez, L (2008). El desarrollo de la competencia lectora en los primeros grados de primaria. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, Vol. XXXVIII, Núm. 3-4, 2008, pp. 95-126. Centro de Estudios Educativos, A.C. México.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Moreno, J., Rodríguez, R., Laborde, C. (2004). *Ecuaciones Diferenciales en Cabri II Plus*, Equipo de trabajo "Informática y Aprendizaje de las Matemáticas" (IAM-MAGI), Grenoble, Francia.
- Moreno, J. (2006). *Articulation des registres graphique et symbolique pour l'étude des équations différentielles avec Cabri Géomètre. Analyse des difficultés des étudiants et du rôle du logiciel*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Perelman, Y. (1978). *Álgebra recreativa*. Editorial Mir, Moscú.
- Pluvinae, F. (1988). *Complementación de textos matemáticos. Cuadernos de Investigación*. Sección de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.



La demostración y sus contextos

Luis Moreno Armella
Cinvestav-IPN, México
lmorenoarmella@gmail.com

Resumen

La presencia de la tecnología digital no ha resultado enteramente compatible con los usos y costumbres de los sistemas educativos, pues estos son producto de la cultura estática del papel. Consecuentemente, la tecnología digital no ha encontrado una atmósfera de bienvenida incondicional: no olvidemos que las organizaciones curriculares requieren cierto grado de estabilidad para evaluar sus virtudes y sus defectos.

Empero, no podemos hacer como si la presencia de la tecnología digital fuese solamente una prótesis que produce alivio pasajero a los problemas de la cotidianidad educativa: como si fuese una lupa, un mediador cuyo papel equivale a permitirnos hacer mejor lo que de todas formas podíamos hacer sin él. Entonces, las matemáticas a cuyo auxilio vendría esta tecnología, queda *intocada*.

La tecnología digital, tal como está encarnada en un medio semiótico como Cabri, va más lejos. Su sistema de representación permite rebasar el nivel de la mera ilustración visual y acceder al nivel de las estructuras: Cabri es un *microscopio matemático* y escolar. Las consecuencias son de varios tipos: aparte de la erosión curricular del conocimiento estático, hay consecuencias profundas de corte cognitivo y epistémico.

Nuestra presentación versará sobre las consecuencias cognitivas y epistémicos para *la demostración* que emergen del nuevo orden dinámico y estructural.

La escuela, como mediador protagónico del conocimiento, no puede renunciar a las consecuencias de este nuevo orden que, en cierta medida, subvierte el establecido hasta hoy

Palabras clave: demostración, epistemología, cognición, curriculum

La infalibilidad de las matemáticas como un obstáculo para su enseñanza y su aprendizaje

Bernardo Camou Font
Academia Bolzano y Liceo 10, Uruguay
bernardocamou@adinet.com.uy

Resumen

La exaltación del carácter abstracto, exacto e infalible de la matemática en vez de favorecer su aprendizaje frecuentemente lo obstaculiza. Una presentación que permanentemente enfatiza estos aspectos, esconde el carácter concreto, particular y aproximado de la construcción del conocimiento matemático. Se subestiman las representaciones que son consideradas tan sólo elementos auxiliares de los objetos matemáticos.

Un claro ejemplo de subdesarrollo de una rama de la matemática debido a los obstáculos que plantea la representación es el de la geometría del espacio. He venido desarrollando durante los últimos 20 años, un enfoque para enseñar y aprender geometría del espacio que he denominado iMAT (integrando multirepresentaciones, aproximaciones y tecnología). Dicho enfoque ha sido implementado y evaluado con éxito con 134 estudiantes de nivel Secundario de Estados Unidos y Uruguay constituyendo mi reciente tesis de doctorado en la University of Georgia.

El supuesto fundamental del enfoque es que para progresar en el estudio de la geometría del espacio es necesario e ineludible utilizar un conjunto de representaciones, que de diferentes formas, aproximan el mismo objeto geométrico. Entre la representaciones concretas (modelos 3D) y las abstractas (dibujos 2D), las representaciones semi-abstractas que CABRI 3D suministra, constituyen un elemento fundamental para poder realizar exitosamente el proceso de conceptualización del objeto geométrico.

La presunta infalibilidad de la matemática le cierra los caminos a todo lo que le dio origen: el ensayo y el error, el caso

particular, la aproximación de la representación y pierde así su mayor virtud: ser una maravillosa aventura intelectual para todo ser humano.

Palabras clave: aproximaciones, Cabri 3D, infalibilidad, representaciones, geometría del espacio.

Referencias

- Abbot, E. A. (1885). *Flatland: a romance of many dimensions*. University of Michigan Libraries
- Accascina, G. & Rogora, E. (2006) Using Cabri 3D Diagrams for Teaching Geometry. *International journal for Technology in mathematics Education, Volume 13, No 1*
- Bainville, E. & Laborde, J.M. (2004) *Cabri 3D*. Cabrilog. Grenoble, France.
- Bakó, M. (2003). Different projecting methods in teaching spatial geometry. *In Proceedings of the Third Conference of the European society for Research in Mathematics Education*.
- Balacheff, N.(1995) Conception, connaissance et concept Denise Grenier (Ed.) *Seminaire Didactique et Technologies cognitives et Mathematiques (pp 219-244)*. Grenoble.
- Bronshtein, I & Semendiaev (1976). *Manual de Matematicas para Ingenieros y Estudiantes*. Ediciones Sapiens, Buenos Aires
- Brousseau, G. (1998). *La Théorie des Situations Didactiques*. In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V.Warfield (Eds.) Grenoble, France: La Pensée Sauvage
- Bruner, J. (1977). *The Process of Education*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Bruner, J (1973). *Beyond the Information Given*. New York: W.W.Norton & Company, Inc.

- Camou, B. (2006). *Diario de un Profesor de Matematica*. Montevideo, Uruguay: Ediciones Brio.
- Chaachoua, H. (1997). *Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Etude d'un cas : la vie des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes*. Thèse de doctorat, Université J. Fourier, Grenoble.
- Chevallard Y. (1985) *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée sauvage, Grenoble, deuxième édition augmentée, 1991.
- Grenier, D. et Tanguay, D. (2008). L'angle dièdre, notion incontournable dans les constructions pratiques et théoriques des polyèdres réguliers. *Petit x*, 78: 26 – 52.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations. The logic of Mathematical Discovery*. London: Cambridge University Press.
- Margolinas, C. (1998). Relations between the theoretical field and the practical field in mathematics education. In A.Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 575-593.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- University of Cambridge. (2002) *Why do we study geometry? Answers through the ages*. Retrieved from: http://www.dpmms.cam.ac.uk/~piers/F-I-G_opening_ppr.pdf.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3):133–170.

Vygotski, L. (1930). *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Edited in 1978 in Cambridge, Massachusetts.

Warfield, M.,V. (2007). *Invitation to Didactique*. Bloomington, IN: Xlibris Corporation.

Windslow, C. (2007). Didactics of mathematics: an epistemological approach to mathematics education. *The Curriculum Journal*. Vol 18, No 4, December 2007, pp.523-536.



La Geometría, el Cabri y los amores a primera vista

Francisco Ugarte Guerra
Pontificia Universidad Católica del Perú
Departamento de Ciencias – Sección Matemáticas
fugarte@pucp.edu.pe

Resumen

En esta conferencia hablaré un poco de mi experiencia con el Cabri y de mi último reencuentro con él para la comprensión de las transformaciones del plano. Ejemplificaré la construcción de la máquina de Pitágoras, el inversor de Newton, la variante de Hart y cómo podemos utilizarlas en la construcción de cuádras y cuárticas.



TALLERES

Cómo es que las trayectorias de las cónicas pueden generar las cuádricas

Alicia Noemí Fayó

María Cristina Fayó

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Pacheco

Universidad Nacional de Moreno, Grupo XVIII

Investigación en Matemática Educativa, Argentina

aliciafayo@ciudad.com.ar

mcfayo@hotmail.com

Resumen

A través de investigaciones, en nuestro país, hemos detectado que en los últimos años de la escuela secundaria y primer año de la universidad, se desaprovecha la posibilidad de estudiar las cónicas geoméricamente. En general su estudio, se realiza a través de sus expresiones analíticas. El alumno que encuentra cuál es el mecanismo de resolución, termina siendo un gran calculista desconociendo el concepto y aplicación del tema. No estudiar las cónicas en su plenitud, implica desconocer todo aquello que dependa de ellas. Nuestro objetivo en este taller es enseñar, en una forma muy sencilla a través de Cabri 3D, la generación de cuádricas como resultado de las trayectorias de las cónicas. Mediante un paseo por sus aplicaciones recorreremos las obras más notorias de los arquitectos del siglo XX. Bastará recordar, entre otros, los modelos utilizados por Gaudí. No faltarán en nuestro recorrido, la ingeniería mecánica, las ciencias aeroespaciales hasta la astronomía que nos llevará a ver en sus diseños, superficies impensables que toman como referencia los modelos de las cuádricas. Nuestra orientación queda expresada por la respuesta dada por un matemático a la pregunta de un asistente a su conferencia- “¿La Matemática explica el mundo”? El catedrático contestó: “La matemática no explica el mundo. Nunca una teoría matemática pura podrá decirnos nada del universo real... La Matemática estudia los modelos. La única ciencia que no estudia el mundo es la

Matemática, ella estudia los modelos ideales.” Los esperamos para construir juntos estos magníficos modelos en Cabri 3D.

Palabras clave: cuádricas, cónicas y cuádricas, cuádricas con Cabri, generación de cuádricas, trayectoria de cónicas.

Ejes temáticos: Geometría plana y espacial con Cabri. Experiencias educativas con asistencia de Cabri.

Referencias

Alderete, M.J. (2005). Notas de la conferencia ¿Por qué la matemática sirve para explicar al Mundo? a cargo del Dr. Orlando Villamayor. Universidad Nacional de Cuyo. Argentina. Libro digital. Seminario: Introducción a los Fractales. Maestría Enseñanza de la Matemática.

Apostol, Tom M. (1965). Calculus. Vol 1. Buenos Aires. Editorial Reverté S.A.

Burgos Román, Juan de. (1994). Álgebra lineal. Buenos Aires. McGraw-Hill. 573-598

Keilhauer, G. Calvo, Ma. Del C. (1997) Cuádricas. Departamento de Matemática. F.C.E.y N. – Argenitna. U.B.A.



Cabri 3D na sala de aula

Maria Jose Ferreira da Silva
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
zeze@pucsp.br

Jesús Victoria Flores Salazar
Pontificia Universidad Católica del Perú
jvflores@pucp.pe

Resumen

Este taller tiene como objetivo concebir y explorar construcciones geométricas espaciales utilizando el *Cabri 3D* y

está dirigido a profesores del nivel secundario que enseñan cursos que contienen temas de Geometría Espacial. Resaltamos que no es necesario tener conocimientos del uso de este ambiente de geometría dinámica para participar del taller.

Pensamos que las herramientas y recursos del *Cabri 3D* se pueden transformar en instrumentos, de acuerdo con Rabardel y ser el hábitat en el sentido de Chevallard, para contenidos que no son trabajados en el aula con lápiz y papel, por lo que abordaremos específicamente los temas: algunos tópicos de Geometría Analítica, sólidos arquimedianos, medida de volumen de sólidos y Geometría de las Transformaciones incorporando este ambiente de Geometría dinámica.

Las actividades del taller serán realizadas en dos sesiones de una hora cada una. En la primera sesión, se explorarán los principales recursos y herramientas del *Cabri 3D* mediante la construcción de objetos geométricos espaciales. En la segunda sesión las actividades serán orientadas a construcciones más complejas para solución de problemas de geometría espacial, en las que haremos uso de diversos recursos, inclusive de animación que el *Cabri 3D* posee. Por fin, se hará una reflexión sobre la importancia del buen uso de la tecnología informática, en nuestro caso del *Cabri 3D* en la enseñanza y aprendizaje de geometría espacial.

Palabras clave: Geometría Espacial, Sólidos Arquimedianos, Geometría de las Transformaciones.

Eje temático: Geometría plana y espacial con Cabri

Referencias

Almouloud, S.a., Manrique, A. L.; Silva, M. J. F., Mendonça, T.C. (2004). A geometria no Ensino Fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. Revista Brasileira de Educação. n. 27. Disponible en:

<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf>.

Acesso em: 20 jun. 2008. CABRILOG. Cabri 3D: Manual do usuário. Disponível em:

http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv2/user_manual_pt_br.pdf

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Almeida, T. C. S. (2010). Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseadas no renascimento. Tesis de maestría en Educación Matemática Pontificia Universidad Católica de São Paulo, São Paulo.

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Laborde, C. (2001). Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri- Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 6, 283-317.

Salazar, J. V. F. (2009). Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço. Tesis de doctorado en Educación Matemática de la Pontificia Universidad Católica de São Paulo, São Paulo.

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a Cas environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 7, 245-274.



O Cabri 3D como ferramenta para desenvolver visualização dos primeiros axiomas de geometria euclidiana no espaço

José Carlos Pinto Leivas

Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Brasil

leivasjc@yahoo.com.br; leivasjc@unifra.br

Resumo

A oficina destina-se a estudantes e professores de diversos níveis educativos interessados no ensino e na aprendizagem de Geometria Espacial; não exige pré-requisitos, a menos de pequena familiarização com softwares de Geometria Dinâmica e se desenvolve em duas sessões. Em Educação Matemática visualização adquire cada vez importância maior, especialmente a partir do desenvolvimento de softwares, os quais constituem uma das possibilidades para o desenvolvimento de habilidades visuais. Leivas (2009, p.22) define visualização como “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”. Suas pesquisas apontam para a relevância do Cabri nessa construção. Autores como Zimmermann e Cunningham (1991) e Presmeg (2006) dão importância ao tema no sentido de desenvolvimento da habilidade de visualização com o que acreditamos poder contribuir com esta oficina, num tema bastante complexo no início da organização da axiomática de Hilbert, em particular, no que diz respeito a Geometria Espacial. Em geral, estudantes não compreendem facilmente os axiomas de incidência e de ordem, base para a edificação do arcabouço geométrico e professores têm dificuldades de criar atividades para seu ensino. A oficina tem por objetivo divulgar e realizar construções no Cabri 3D que facilitem tal compreensão, ao mesmo tempo em que irá explorar as ferramentas do software. Pretende-se propor atividades de reconhecimento de características do plano e da reta como entes geométricos infinitos e ilimitados; posições relativas entre retas, planos e construção de conceito de distância entre eles.

Palavras-chave: visualização, geometria espacial, Cabri 3D, grupos de axiomas.

Eixo temático: Geometría plana y espacial con Cabri.

Referências

Borba, M.C. and Villarreal, M.. (2006). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. USA: Springer.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: an educational approach*. Dordrecht: Reidel, 1987.

Hilbert, D. (2003). *Fundamentos da geometria*. Lisboa: Gradiva.

Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009, 294 p.

Presmeg, N. Research on visualization in learning and teaching mathematics. In: Gutierrez, A.; Boero, P. (Ed.) (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers. p. 205-235.

Sancho, J. M., Hernández, F. (2006). *Tecnologias para transformar a educação*. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Zimmermann, W; Cunningham, S. (1991). *Visualization in teaching and learning mathematics: a project sponsored by the Committee on Computers in Mathematics Education of The Mathematical Association of America*. Washington, USA: Mathematical Association of America.



Una propuesta didáctica, a partir de la construcción de mandalas en Cabri II, para potenciar las estrategias de aprendizaje en geometría

Lilian del C. Vargas Villar
Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles, Chile
lilivargas@udec.cl

María F. Villalobos Villar
Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles, Chile
mvillalo@udec.cl

Resumen

Este taller nace con el propósito de abordar la enseñanza de la geometría desde una perspectiva psicopedagógica que contribuya al desarrollo de las capacidades cognitivas de los alumnos/as y al logro de los objetivos actitudinales asociados a esta.

La construcción de mandalas utilizando el software CABRI II permite al alumno desarrollar habilidades visuales básicas como la coordinación visomotora, percepción figura fondo, etc, habilidades de comunicación, ampliando su lenguaje geométrico, desarrollando conceptos y relaciones geométricas a través del dibujo y la construcción.

La propuesta pedagógica propone situaciones de aprendizaje utilizando CABRI II en la construcción de mandalas. *El mandala es un arte milenario que permite por medio de un soporte gráfico llegar a la meditación y a la concentración, para expresar nuestra propia naturaleza y creatividad. Está constituida por un conjunto de figuras y formas geométricas concéntricas.*

Estas situaciones de aprendizaje fueron aplicadas con alumnos de pregrado de Educación General Básica de la Universidad de Concepción Campus Los Ángeles y pueden ser desarrolladas desde sexto año básico de acuerdo a los programas de estudio

oficial del MINEDUC, donde se incorporan conceptos geométricos como: construcción de polígonos inscritos en una circunferencia, construcción de circunferencias tangentes interiores a una circunferencia dada, construcción de una circunferencia tangente a los lados de un ángulo, simetrías, rotaciones, traslaciones, homotecias, etc.

El taller está dirigido a profesores de Educación Básica y media y permite a los participantes desarrollar habilidades para utilizar las herramientas de CABRI II, creando macros para dividir segmentos en razón áurea, construyendo pentágonos a partir de un segmento dividido en razón áurea, dibujando espirales áureas y polígonos regulares inscritos en una circunferencia, aplicando transformaciones isométricas para dar sentido y belleza a la creación de los mandalas.

Palabras clave: mandala, razón áurea, circunferencia, transformaciones isométricas.

Eje temático: Experiencias educativas con asistencia de Cabri.

Referencias

- Barrales Marco. (2002). Taller de Geometría con TI-92 plus. En *Actas Segundo Encuentro de Matemática*. Colegio Alemán de Concepción. Chile.
- Carral Michel. (1995). *Géométrie*. Editorial ellipses. Francia.
- Chamorro María del Carmen. (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Editorial Pearson Educación. Madrid. (España).
- De Guzmán, M. (1993). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. Depósito Legal: M-9207-1993.



El Uso de los fractales para potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico-variacional a través del software Cabrí “Del pensamiento numérico al pensamiento algebraico-variacional”

Jose Francisco Puerto Monterroza
Institucion Educativa Antonio Lenis
Universidad de Sucre, Colombia
lopuermon@gmail.com

Resumen

El propósito de este taller es mostrar como con el uso del cabrí, y la construcción de algunos fractales (conjunto de Cantor, el triángulo de Sierpinski y el copo de nieve de Von Koch) se pueden identificar patrones numéricos y/o geométricos. Esta propuesta se fundamenta en el desarrollo de actividades de **generalización** de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras; se involucra la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización como lo propone Mason (1992). Estas actividades preparan a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica a través de la formulación verbal de una regla recursiva que muestre cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes y el hallazgo de un patrón que los guíe más o menos directamente a la expresión algebraica. Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico para mejorar el proceso de **transición de la Aritmética al Algebra**.

Palabras Clave: patrones numérico, generalización, sistemas algebraicos, expresión algebraica, fractales.

Referencias

Briggs, J. (1994). *Espejo y Reflejo: Del Orden al Caos*. Barcelona: Gedisa.

- Guzmán, M. (1993). *Estructuras Fractales y sus Aplicaciones*. Barcelona: Labor.
- García, A. (1995). *Nuevas Tecnologías y Enseñanza de Las Matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Ministerio de Educación Nacional (1999). *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas*. Bogotá: Punto Exe editores.
- Mason J. (1999). *Rutas hacia el álgebra*. Traducción por Cecilia Agudelo Valderrama. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de calidad - Matemáticas*.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares - Matemáticas*.
- Rosillo, N. (1997). *Fractales con el Miniordenador TI-92*. Madrid: FASTER
- Soca, M. M., (1997): "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria, cap. 5, pp. 113-141" en L. Rico y otros: *La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori (en prensa)
- Soca, M. M., y otros (1989). *Iniciación al Álgebra*. Síntesis. Madrid.
- Soca, M. M., y Palarea, M. M. (1987). *Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar*. Uno, núm14, pp. 7-24. Barcelona



Un acercamiento al concepto de función a través de la manipulación de objetos geométricos, donde se presentan patrones funcionales de dependencia y de generalización, utilizando el Cabrí

Jose Francisco Puerto Monterroza
Institución Educativa Antonio Lenis
Universidad de Sucre
Sincedejo-Sucre, Colombia
jopuermon@gmail.com

Experiencias educativas con asistencia de cabrí

Resumen

Con este taller se pretende mostrar como con el uso de cabrí se puede favorecer un acercamiento significativo al concepto de **función** a través de actividades funcionales y de generalización y una movilidad por los diferentes sistemas de representación (verbal, tabular, gráfico y algebraico).

Se inicia haciendo la construcción de un cuadrado (triángulo o círculo) a partir de un segmento dado y mediante la manipulación de este se puede establecer una relación funcional de dependencia entre una **variable inicial** (segmento) y una **variable final** (tamaño, perímetro o área) del cuadrado (triángulo o círculo), posibilitándose así la **visualización** y el reconocimiento de patrones de variación y cambio entre magnitudes. Se hace un registro **tabular** (lado vs perímetro o lado vs área) que nos permita determinar de una manera **cuantitativa** la relación de dependencia entre variables, en este caso geométricas.

Finalmente se hace un registro **gráfico** que permite ver de manera **cuantitativa** las características globales de la función, lo que facilitara la identificación y caracterización de un **modelo** funcional y su correspondiente **expresión algebraica**.

El cabrí, es por tanto el software ideal para el desarrollo de este trabajo por que permite el estudio de fenómenos de cambio y su expresión a través de diversos sistemas de representación.

Esta dirigido a docentes de todos los niveles y tiene una duración de 90 minutos.

Palabras Clave: variable inicial, variable final, patrones funcionales, generalización, función.

Referencias

Alarcón, J., Escalante, C. C. (1986). *Graficación de funciones sin Cálculo*. Sección de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN. 2ª impresión.

Azcarate, C. y Deulofeu, J. (1988). *Funciones y gráficas*. Editorial Síntesis. Madrid.

Escalante, C. C. (1979). *Graficación de funciones con Cálculo*. Sección de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN.

Mason J. (1999). *Rutas hacia el álgebra*. Traducción por Cecilia Agudelo Valderrama. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de calidad - Matemáticas*.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares - Matemáticas*.

Rojas P. (2000). *Transición Aritmética-algebra: Actividades para potenciar las diferentes interpretaciones de la letra*. XVII Coloquio Distrital de Matemáticas.

Socas M. (1996). *Iniciación al Álgebra*. Editorial Síntesis. Madrid.



Différents types de tâches avec Cabri 3D reliant les aspects géométriques, numériques et algébriques d'objets de l'espace

Colette Laborde
Cabrilog, Grenoble, France
colette.laborde@cabri.com

Abstrait

L'objectif de l'atelier est de relier les propriétés géométriques d'objets de l'espace

- et leurs mesures comme aire ou volume
- ou leurs représentations algébriques (coordonnées, équations)

à l'aide de tâches de construction ou de justification pour différents niveaux d'école secondaire.

Les tâches choisies utilisent les fonctionnalités de Cabri 3D qui permettent de donner un sens géométrique aux formules ou aux coordonnées et équations.

Les participants Les participants auront à les réaliser dans Cabri 3D. Aucune connaissance de Cabri 3D n'est requise.

Mots-clés: Objets de l'espace, volume, aire, coordonnées, équations

Thématique: Représentations multiples dynamiques d'objets de l'espace



Caractéristiques principales d'un système-auteur pour la réalisation d'activités mathématiques hautement interactives. L'exemple de Cabri LM

Jean-Marie Laborde
Cabrilog, Francia
jean-marie.laborde@cabri.com

Abstrait

Dans cet atelier les participants pourront découvrir et manipuler eux-mêmes la nouvelle technologie Cabri LM permettant comme dans un système-auteur de créer des activités d'apprentissage offrant à l'apprenant un environnement plus contraint qu'un environnement de type micro-monde (du type Logo) dont l'extrême généralité se dresse souvent comme un obstacle pour le professeur autant que pour ses élèves.

Des tâches de type très variées seront proposés, allant de la familiarisation des élèves avec les formes de base de la géométrie en 2D et en 3D (comme des patrons de polyèdres par exemple) à l'apprentissage des éléments fondamentaux de la numération.

Mots-clés: Système-auteur, Interactivité, mathématiques dynamiques, apprentissage

Thématique: Mathématiques dynamiques, Cabri



Cabri 3D: para mejorar la visualización y provocar el uso de la geometría axiomática

Joris Mithalal

IUFM de Paris

Laboratorio de Didáctica André Revuz, Francia

joris.mithalal@paris.iufm.fr

Resumen

En este taller, se trabajará sobre la base de situaciones evocadas en la conferencia.

Utilizar ese tipo de software permite cambiar el uso de los dibujos por los alumnos: la visualización en el espacio es mucho mejor que una visualización con perspectiva paralela, puesto que al contrario de la geometría plana, no se pueden leer los resultados en los dibujos.

Es por eso que la geometría axiomática permite resolver problemas que los alumnos comprenden al leer los dibujos informáticos. Se estudiará en este taller cómo y por qué se pueden concebir, con Cabri

3D, situaciones muy simples que provocan el uso de geometría axiomática.

Para eso, será preciso estudiar primero las características principales del software, con respecto al tipo de representaciones empleadas y también las primitivas de construcción. Tendremos también que describir precisamente la actividad geométrica de los alumnos en este contexto, con la visualización (Duval, 2005) y la génesis instrumental (Rabardel, 1995).

Luego, analizaremos dos situaciones que ilustran nuestros resultados, para comprender por qué es necesario utilizar geometría axiomática. Para el análisis de las situaciones y de la actividad de algunos alumnos, identificaremos las características más importantes para concebir otras.

Se organizará el taller en dos sesiones de 90 minutos. La primera será principalmente dedicada a la presentación del

software, y también al estudio de cómo alumnos pueden completar un cubo con instrumentos geométricos. En la segunda sesión, intentaremos describir más precisamente las variadas maneras de resolver problemas de geometría, lo que nos permitirá analizar una situación relacionada con rectas en el espacio.

Palabras clave: geometría 3D; geometría dinámica; visualización; paradigmas geométricos; Cabri

3D.

Eje temático: uso del software para concebir situaciones de enseñanza.

Referencias

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10: 5 – 53.

Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies. *Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Collin.



Cabri: cálculo y física

Ruben Sabbadini
Liceo Farnesina, Roma, Italia
rusabba@tin.it

Resumen

Cabri non è solo geometria, ma anche analisi matematica, calcolo delle probabilità, fisica. Io ho scritto un libro (FisiCabri

Principato Milano Italia) con circa 150 applicazioni Cabri (io chiamo così le mie figure dinamiche) che simulano altrettanti fenomeni fisici. E' uno strumento portentoso per la didattica, si possono mostrare cose che una figura, statica, su una pagina di libro non potrebbero far vedere. Ad esempio un'onda dipende da due parametri, spazio e tempo e, in una figura statica, o si mostra la dipendenza dallo spazio o quella dal tempo. In una applicazione Cabri, invece, si vede contemporaneamente la dipendenza dallo spazio, quella dal tempo, l'onda e la particella di materia che si muove di moto periodico.

Si può facilmente disegnare una funzione in Cabri, con lo strumento "Trasporto di misura", lo insegnerò nel taller. Si può facilmente calcolare la derivata e l'integrale della funzione e se ne possono tracciare i grafici.

Si possono dimostrare graficamente, e in maniera didatticamente efficace, i teoremi fondamentali del Calcolo delle Probabilità: il teorema di De Moivre- Laplace e la Legge dei grandi numeri.

Parole chiave: Cabri, Fisica, Analisi Matematica

Tematico: De los ejes temáticos propuestos para el congreso, señalar aquel que se adapte mejor a la naturaleza del trabajo propuesto: Física, química e ingeniería con asistencia de Cabri.

Referencias

Atkins, P. W (1984). *Il secondo principio*. Zanichelli Editore, Bologna (Italy).

Gnedenko, B. V. (1979). *Teoria della Probabilità* Editori Riuniti Edizioni MIR, Roma (Italy).

La Fisica del Berkley. (1971), *Elettricità e Magnetismo (Parte prima)*, Zanichelli, Bologna)

Moreno Gordillo J. A., Rodriguez Gallegos R., Laborde C., *Equations différentielles dans Cabri II Plus* Atti della Conferenza Internazionale CabriWorld 2004 del settembre

2004 a Rome, Italia (in via di pubblicazione). Preprint in spagnolo sul sito:

[http://www-](http://www-iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth_fichiers/PaperCW2004.pdf)

[iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth_fichiers/PaperCW2004.pdf](http://www-iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth_fichiers/PaperCW2004.pdf)

Orear J., *Fisica generale*, 1970, Zanichelli, Bologna

Sabbadini R. (2005), *FisiCabri*, 2005, Principato, Milano

Sabbadini R., *Cabri Géomètre: un potente strumento per la didattica della fisica* in Progetto Alice vol. IV n. 11 II tr. 2003

Sabbadini R. (2005), *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.

R. Sabbadini R. (2005), *Rendere visibile la matematica: Analisi, Calcolo delle Probabilità e Fisica si mettono in mostra* in Ipotesi Anno 8 n. 1/2005.

Sabbadini, R. (2006). *Vedere la matematica e la fisica: la soluzione di equazioni differenziali con Cabri Géomètre*. in Progetto Alice Anno III vol. VII n° 21 Editrice Pagine, Roma, 547-560

Tomasi L. (2002), *Cabri Géomètre II Plus: novità e potenzialità dell'ultima versione del software*, CabriIrsae, Ottobre 2002



Ambientes de aprendizaje con énfasis en la articulación de registros de representación

Eugenio Díaz Barriga Arceo

Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma del Estado de México,

eugeniux@hotmail.com

Resumen

Este taller se dedicará a la construcción de diversas actividades de aprendizaje y de evaluación que girarán alrededor del tratamiento de los distintos registros semióticos de

representación. El conjunto de ejercicios por desarrollar abarcan temas de matemáticas elementales hasta avanzadas, entre otros: reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos, trucos aritméticos, tablas con problemas algebraicos, complementación de textos, ejercicios de asociación entre descripciones de figuras y sus ecuaciones, etc. Por otra parte, se busca impulsar la construcción de ambientes en los que el entorno informático almacene las respuestas correctas y sirva para evaluar el desempeño del estudiante en las actividades.

Palabras clave: registro semiótico, complementación, autoevaluación.

Eje temático: Experiencias educativas con asistencia de Cabri.

Referencias

- Díaz Barriga, E., (2006). *Geometría Dinámica con Cabri-Géomètre*. Editorial Kali.
- Díaz Barriga, E., (2010). *Notas de apoyo para el curso de Lógica*. Editorial Kali.
- Díaz Barriga, E., (2011a). *Curso de Álgebra Superior. Heurísticas para la resolución de problemas algebraicos*. Editorial Kali.
- Díaz Barriga, E., (2011b). Conferencia: Cabri en auxilio de la resolución de problemas algebraicos. *III Congreso Internacional en Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Medellín, Colombia.
- Duval, R., (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Faddiev, D.; Sominski, I., (1971). *Problemas de Álgebra Superior*. Editorial Mir Moscú.
- Gamow, G., (1949). *Uno, dos, tres, ... infinito*. Editorial Espasa-Calpe.
- Gardner, M., (1980). *Circo matemático*. Alianza editorial, No. 937.
- Miternique, M., (1998). *Exercices de musculation en mathématiques*. Editions Ellipses.

Perelman, Y., (1968). *Álgebra recreativa*. Editorial Mir Moscú.

Perelman, Y., (1968). *Física recreativa*. Libros 1, 2. Editorial Mir Moscú.



Geometría y argumentación dinámicas

Luis Moreno Armella
Cinvestav-IPN, México
lmorenoarmella@gmail.com

Resumen

La Geometría Dinámica añade, a la geometría hecha sobre papel, una nueva dimensión: el movimiento.

En este taller desarrollaremos actividades de modelación geométrica que el profesor puede poner en marcha en el salón de clases con miras a disminuir la fragmentación del conocimiento matemático escolar. En gran medida, esta situación surge de una introducción inadecuada de los sistemas de representación tradicionales. Emergen dificultades artificiales para los estudiantes que ellos no pueden solventar. Un problema de geometría, por ejemplo, se aborda exclusivamente desde la representación analítica eludiendo un enfoque sintético que podría arrojar luz sobre el problema. Felizmente, las representaciones dinámicas permiten redireccionar el enfoque tradicional e integrar lo que parecían fragmentos de conocimiento ajenos entre sí.

La propuesta didáctica no se hace esperar: los objetos que tradicionalmente se han estudiado en las matemáticas escolares empiezan a adquirir facetas que los ubican en la frontera de nuevas exploraciones. La capacidad expresiva de los estudiantes aumenta. El conocimiento fluye por otros cauces y asimismo las líneas de argumentación.

Temas a tratar:

1. La geometría del triángulo.

2. Teorema de Euler desde una perspectiva dinámica
3. Cónicas y tangentes
4. El problema de Wittgenstein y otros lugares geométricos destacados
5. Una versión dinámica de problemas de valores extremos

Palabras clave: geometría, abstracción, estructura, argumentación situada

Eje temático: geometría y argumentación

Referencia

Wentworth-Smith. Geometría plana.



Superficies de revolución con Cabri 3D

Elizabeth Milagro Advíncula Clemente
Pontificia Universidad Católica del Perú
eadvincula@pucp.edu.pe

Resumen

El presente taller tiene como objetivo explorar y realizar construcciones de superficies de revolución, que incluyen objetos matemáticos como el cilindro, el cono y la esfera, utilizando el ambiente de geometría dinámica Cabri 3D; ya que este favorece la visualización de estas figuras y permite elaborar conjeturas sobre sus propiedades al manipularlas directamente. Este taller se divide en dos momentos: en el primero, se realiza una exploración de las herramientas del Cabri 3D necesarias para la construcción del cilindro, cono y esfera generadas por revolución, como por ejemplo *transformaciones geométricas*, *trayectoria* y *animación*, que permiten construir modelos animados. Y en el segundo momento, se realizan construcciones de superficies de revolución más complejas que incluyen formas cilíndricas, cónicas o esféricas, y representan objetos que se encuentran en nuestro entorno. Este taller está orientado a

profesores del nivel secundaria y superior ya que busca contribuir con la enseñanza de las superficies de revolución, incorporando el uso del Cabri 3D y reflexionando sobre la potencialidad de las herramientas que ofrece este ambiente.

Palabras clave: Superficies de revolución, Cabri 3D, visualización.

Eje temático: Geometría plana y espacial con Cabri

Referencias

Gutierrez, A. (1998). Tendencias actuales de investigación en Geometría y visualización. En *Ponencia en TIEM*. Recuperado el 30 de mayo de 2012, de: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut98b.pdf>

Laborde, C. (1996). Cabri Géomètre o una nueva relación con la geometría. En Puig, L. & Calderón, J. *Investigación y didáctica de las matemáticas*. Ministerio de Educación y Ciencia, CIDE, Madrid.



Uso de la pizarra digital interactiva en la enseñanza de la geometría dinámica

Marisel Rocío Beteta Salas
Colegio Internacional Hiram Bingham de Lima, Perú.
mariselbetetasalas@gmail.com

Resumen

El taller esta dirigido a los docentes de matemática de enseñanza secundaria y superior. Se presentará el uso de la pizarra digital interactiva como instrumento tecnológico que ofrece a la matemática potenciar habilidades de visualización, descripción, análisis, reflexión, evaluación y resolución de problemas, favoreciendo su aprendizaje. Actualmente se vienen desarrollando softwares que faciliten la enseñanza y aprendizaje

de la geometría, deseando recuperar la relevancia de esta área de la matemática que promueve el uso de las demás áreas de la matemática. La Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), viene realizando investigaciones sobre procesadores geométricos, concluyendo en más de un estudio que favorecen el aprendizaje de diversos tópicos de la geometría. CABRI entre otros softwares de geometría dinámica, permiten la digitalización de la geometría a través de la creación de dibujos asociados a situaciones geométricas, logrando una distinción entre dibujar y construir. En la primera sesión del taller se tomará media hora para mostrar que a través de la PDI (pizarra digital interactiva) se potencializan experiencias pedagógicas haciendo uso de CABRI en la enseñanza de áreas de polígonos, en la siguiente hora se brindará las orientaciones para el uso adecuado de la PDI, mostrando y ejecutando el conjunto de herramientas con los que cuenta el software de la pizarra digital, para trabajar con elementos de la geometría plana. En la segunda sesión de hora y media, se mostrará y ejecutará las herramientas básicas que tienen tanto CABRI II plus y CABRI 3D, observando que en conjunto con las herramientas con las que cuenta la pizarra digital permiten diseñar actividades de aprendizaje con geometría dinámica para consolidación de aprendizajes en el cálculo de superficies de poliedros.

Palabras clave: matemática, geometría dinámica, pizarra digital interactiva.

Eje temático: Experiencias educativas con asistencia de Cabri

Referencias

Gutiérrez, A. (2007). *Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos. CABRI*. Módulo Optativo del plan de estudios de Maestro. Universidad de Valencia. Departamento de didáctica de las Matemáticas.

Marqués, Pere (2006). La pizarra digital en el aula de clase: Posiblemente el mejor instrumento que tenemos hoy en día para apoyar la renovación pedagógica en las aulas. En *Revista Didáctica, Innovación y Multimedia*, (20)
<<http://www.pangea.org/dim/revista>>

Pérez Sanz, Antonio (2007). *Programas Informáticos para la enseñanza de la geometría*. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española. 10 (2), 301 - 514.



Visualizando los límites de funciones y las derivadas con geometría dinámica

María del Carmen Bonilla

Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática

mc_bonilla@hotmail.com, mbonilla@pucp.edu.pe

María Elena Villanueva Pinedo

Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM)

villanuepi@lamolina.edu.pe

Rocío Consuelo Delgado Aguilar

Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM), Perú

dare@lamolina.edu.pe

Resumen

La propuesta didáctica fue aplicada en el curso de Cálculo Diferencial de la UNALM, y puede utilizarse en cursos de Cálculo de Bachillerato, Institutos Superiores y Universidades. El objetivo principal que se persigue es lograr la comprensión de las nociones de límites de funciones y derivadas (Stewart, 2002) a través de la exploración y visualización de las gráficas presentadas en Cabri II Plus. Las actividades diseñadas podrían constituir *pruebas explicativas de carácter "heterogéneo"* (Hanna & Sidoli, 2007) de las definiciones de límites de funciones y de derivadas. En el taller de dos sesiones, de 90 minutos cada uno, los participantes aprenderán en la primera sesión a elaborar actividades en Cabri II plus relacionadas con la definición de límites de funciones de una manera intuitiva, en primer lugar, y luego la definición utilizando el ϵ y el δ . En la segunda sesión, primero, se construirá gráficamente la definición de derivada de la función en un punto y su interpretación geométrica como la pendiente de la recta tangente en ese punto, y a continuación se construirán algunos ejemplos de aplicación

de la derivada a situaciones de optimización. Los participantes deberán tener conocimientos elementales de Cálculo Diferencial. La propuesta didáctica se basa en investigaciones en el campo de la filosofía de la matemática, y su relación con la Educación Matemática, que establecen una distinción entre pruebas matemáticas que prueban y pruebas matemáticas que explican (Hanna, 1989), así como en la visualización, exploración y heurística, que fomentan la comprensión de las nociones matemáticas (Hanna, 2000).

Palabras clave: Límite de funciones, derivadas, visualización, pruebas explicativas heterogéneas.

Eje temático: Matemática avanzada con Cabri.

Referencias

- Hanna, G. (1989). Proofs That Prove and Proofs That Explain. En: G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.). *Proceedings of the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (13th, Paris, France, July 9-13, 1989)*, (2), 45-51. Recuperado de <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED411141.pdf>
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, Special issue on "Proof in Dynamic Geometry Environments", 44 (1-2), 5-23. Copyright 2001. Recuperado de http://www.fing.edu.uy/imerl/didactica_matematica/Documentos_2008/Hanna-2000.pdf
- Hanna, G. & Sidoli, N. (2007). Visualization and proof: a brief survey of philosophical perspectives. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 73-78.
- Stewart, J. (2002). *Cálculo. Trascendentes tempranas* (4ta ed.). Bogotá: Thomson Learning.



Tratamiento metodológico de las funciones de varias variables

Luis Alberto Callo Moscoso
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas
Universidad Nacional de Ingeniería, Perú
luis.callo@upc.edu.pe

Resumen

Este taller está dirigido a profesores del nivel medio superior que imparten la asignatura de Cálculo de varias variables y público en general. Su propósito es mostrar actividades, las cuales son parte de un proyecto de investigación, sobre el aprendizaje y la enseñanza del cálculo de varias variables en las que se emplee un software de geometría dinámica como Cabri Geometry II Plus. En este taller, los participantes explorarán recursos estratégicos que permitan analizar y caracterizar las concepciones de los estudiantes en torno a los conceptos matemáticos relacionados con el cálculo, tales como

- las derivadas parciales;
- el Método de Multiplicadores de Lagrange;
- procedimiento para cálculo de integrales iteradas;
- superficies paramétricas; y
- campos vectoriales en el plano y en el espacio.

Asimismo, se presentará a los asistentes un conjunto de animaciones*¹ que muestran, gráficamente, la interpretación de estas nociones. El propósito fundamental de este recurso es proporcionar a los estudiantes una visión gráfica y animada de estos conceptos matemáticos muy abstractos.

Entre los objetivos de este taller, están diseñar actividades que les permitan a los estudiantes visualizar e interpretar las pendientes de las rectas tangentes a una superficie, como la

* Las animaciones que se presentan fueron producidas con el software Cabri geometry II plus

rapidez de cambio de z en dirección de los ejes x e y ; visualizar los resultados del método de los multiplicadores de Lagrange; interiorizar el proceso del cálculo de integrales iteradas; graficar y parametrizar superficies; y visualizar campos vectoriales en el plano y en el espacio, para ello, se orientará en la elaboración de materiales didácticos y actividades para la enseñanza-aprendizaje del cálculo de varias variables y la potencialidad del Cabri.

En conclusión, el Cabri tiene la ventaja de recrear procesos de simulación en tiempo real con poco consumo de recursos.

Palabras clave: Cálculo multivariado, multiplicadores de Lagrange, superficies paramétricas, campos vectoriales.

Eje temático: Matemática elemental y avanzada con Cabri.

Referencia

Medina, Antonio y Mata, Salvador (2002) *Didáctica General*, Madrid: Pearson Educación



Geometría del Espacio con Cabri 3D

Bernardo Camou Font
Academia Bolzano y Liceo 10, Uruguay
bernardocamou@adinet.com.uy

Resumen

La geometría del espacio es un mundo fantástico muy poco explorado en la enseñanza de la matemática. Uno de los principales obstáculos para su enseñanza es la complejidad que implica representar un objeto de 3 dimensiones. Cabri 3D se presenta como una poderosa herramienta capaz de contribuir decisivamente en superar este obstáculo.

En este taller se aprenderá a usar diversas herramientas de Cabri 3D con un enfoque integrado que hace uso de geometría plana y del espacio, de trigonometría y de álgebra.

Se analizará el origen geométrico del número de oro en el pentágono regular y luego se lo aplicará en diversas actividades como en el cálculo del ángulo diedro y el volumen del icosaedro regular. Se construirán diversos poliedros con Cabri 3D donde se estudiará la relación de Euler y la fórmula de la suma de los defectos en sus vértices. Así como para todo triángulo existe una circunferencia circunscripta y una circunferencia inscrita análogamente en el espacio para todo tetraedro (regular o no) existe siempre una esfera circunscripta y una esfera inscrita las cuales se aprenderán a construir con Cabri 3D. Luego de estudiar diversas propiedades de los cinco poliedros regulares se aprenderá a truncarlos con el software para obtener los poliedros arquimedianos. Se construirán poliedros que teselan el espacio en forma análoga a como algunos polígonos teselan el plano.

El taller constará de dos sesiones de 90 minutos. Está orientado principalmente a profesores de Secundaria pero puede ser de interés para profesores de matemática de cualquier nivel.

Palabras clave: Geometría del Espacio, Cabri 3D, poliedros regulares, poliedros arquimedianos.

Eje temático: Geometría 3D

Referencias

- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3): 281 – 308.
- Accascina, G. & Rogora, E. (2006) Using Cabri 3D Diagrams for Teaching Geometry. *International journal for Technology in mathematics Education*, Volume 13, No 1
- Bainville, E. & Laborde, J.M. (2004) *Cabri 3D*. Cabrilog. Grenoble, France.
- Bakó, M. (2003). Different projecting methods in teaching spatial

- geometry. In *Proceedings of the Third Conference of the European society for Research in Mathematics Education*.
- Balacheff, N. (1995) Conception, connaissance et concept Denise Grenier (Ed.) *Seminaire Didactique et Technologies cognitives et Mathematiques* (pp 219-244). Grenoble.
- Brousseau, G. (1998) . *La Théorie des Situations Didactiques*. In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (Eds.) Grenoble, France: La Pensée Sauvage
- Brousseau, G. (2003).
- Bruner, J. (1977). *The Process of Education*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Camou, B. (2006). *Diario de un Profesor de Matematica*. Montevideo, Uruguay: Ediciones Brio.
- Chaachoua, H. (1997). *Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Etude d'un cas : la vie des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes*. Thèse de doctorat, Université J. Fourier, Grenoble
- Grenier, D. et Tanguay, D. (2008). L'angle dièdre, notion incontournable dans les constructions pratiques et théoriques des polyèdres réguliers. *Petitx*, 78: 26 – 52.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations. The logic of Mathematical Discovery*. London: Cambridge University Press.
- Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 575-593.
- University of Cambridge. (2002) *Why do we study geometry? Answers through the ages*. Retrieved from: http://www.dpmms.cam.ac.uk/~piers/F-I-G_opening_ppr.pdf.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3):133-170.

Vygotski, L. (1930). *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Edited in 1978 in Cambridge, Massachusets.

Warfield, M., V. (2007). *Invitation to Didactique*. Bloomington, IN: Xlibris Corporation.



Construyendo una colcha de retazos con Tangramas y Cabri

Beatriz Zunino

Colegio Seminario, Liceo N° 10, Uruguay

beazunino@hotmail.com

Bernardo Camou

Colegio Seminario, Liceo N° 10, Uruguay

bcamou@adinet.com.uy

Resumen

Cuando la geometría se presenta desde lo lúdico, dándole al niño la posibilidad de manipular y crear, su aprendizaje se torna no solamente placentero, sino también significativo. El presente taller se propone comunicar una forma de trabajar la geometría con alumnos de 6 a 8 años, en donde pueden lograr aprender importantes conceptos geométricos a medida que realizan la actividad. La tarea de los niños consiste en la realización de colchas con parches de papel de forma cuadrada, basándose en los patrones que ellos mismos han diseñado previamente trabajando con los triángulos de sus Tangramas. De esta propuesta manipulativa y las producciones artísticas, se pasa a la discusión en la clase sobre los diferentes diseños y la descripción de los mismos, así como los resultados de las decisiones tomadas. Luego, en el aula de informática trabajando con Cabri, los alumnos tienen la oportunidad de: observar cómo un simple diseño cuadrado puede variar si se gira, cuántas posibilidades

existen si se usan dos colores y colorear distintas colchas formando un patrón visualmente atractivo.

El taller está dirigido a maestros de Educación Primaria, con conocimientos básicos de Cabri (no excluyente) y constará de dos partes: la primera, para presentar la propuesta realizada en el aula con los alumnos y la segunda instancia, donde los participantes podrán aprender a crear diseños con Cabri II Plus y a preparar los archivos que los niños utilizaron durante la actividad.

Palabras clave: figuras, triángulos, patrón, diseño, transformación.

Eje temático: Equivalencia de figuras y reconocimiento de patrones geométricos.

Referencias

ETA/ Cuisenaire (2007). *The Super Source Tangramas Grados K-2*. Vernon Hills, Illinois.

Luiz Marcio Imenes y Marcelo Lellis (2002). *Geometria dos mosaicos*. Scipione, São Paulo.



REPORTES DE INVESTIGACIÓN

Comportamento das raízes de funções polinomiais com a variação dos coeficientes

Laurito Miranda Alves
lauritoalves@uol.com.br

Wilbert Sarmento Campos
wilbertcam@gmail.com

Hallan Jardim do Prado
hallanprado@yahoo.com.br
UNI-BH - Brasil

Resumo

Existe um modo geométrico de se determinar as raízes reais de uma função real de 2º grau $p(x) = ax^2 + bx + c$, basta determinar a interseção de seu gráfico com o eixo x . Porém, o que fazer caso essa função possua apenas raízes complexas?

Nesse caso, também existe um método geométrico para se determinar essas raízes: devemos refletir o gráfico da função na reta paralela ao eixo x que passa pelo seu vértice. Se traçamos a circunferência com centro $(-b/2a, 0)$ que passa pelas raízes do reflexo do gráfico, as raízes complexas de $p(x)$ serão a interseção desta circunferência com eixo de simetria do gráfico de $p(x)$.

Esse método nos permite utilizar o Cabri-Géomètre para mostrar como as raízes de $p(x)$ se comportam quando os coeficientes a , b e c variam. Mostraremos que as raízes reais de $p(x)$, como era de se esperar, percorrem todo o eixo x , enquanto as raízes complexas descrevem ou uma reta ou uma circunferência.

Esse problema nos permite fazer duas generalizações:

- 1) Estudar o comportamento das raízes de uma função real $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ com a variação de cada um dos coeficientes. Faremos isso resolvendo a equação do terceiro grau geometricamente, inspirados pela ideia inicialmente desenvolvida por Omar Kayyan de se fazer a interseção de

uma parábola com uma hipérbole. Nesse caso, a variação de d faz as raízes percorrem algumas cônicas no plano. Já a variação de a , b e c faz as raízes percorrerem curvas mais elaboradas, tais como limaçons.

- 2) Estudar o comportamento das raízes de uma função complexa $p(x) = ax^2 + bx + c$ com a variação dos coeficientes, agora considerados complexos. A determinação das raízes, nesse caso, será totalmente geométrica. Nesse caso, as raízes percorrem curvas muito elaboradas dependendo, é claro, de como os coeficientes variam. Como era de se esperar, quando os coeficientes percorrem retas paralelas ao eixo x , quanto mais nos aproximamos desse eixo, mais os caminhos percorridos pelas raízes se aproximam dos caminhos já estudados no caso real.

Convém ressaltar que utilizamos o Cabri-Géomètre para nos mostrar qual é o comportamento das raízes para, a seguir, demonstrar rigorosamente os resultados observados.

Palavras chave: Funções polinomiais, números complexos, cônicas.

Eixo temático: Matemática avançada com Cabri.

Referências

Alves, Laurito Miranda (2001). *The Geometry of Complex Numbers*. CabriWorld 2001

Lima, Rosana Nogueira de (1999). *Resolução de equações do terceiro grau através de cônicas*. Tese de Mestrado em Educação Matemática – PUC-SP

Su, Francis E., et al. "Complex Roots Made Visible." Math Fun Facts. <http://www.math.hmc.edu/funfacts>



O Cabri 3D como habitat para o estudo dos Sólidos de Arquimedes

Talita Carvalho Silva de Almeida
Universidade Federal do Pará, Brasil
talita_almeida@yahoo.com.br

Maria José Ferreira da Silva
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
zeze@pucsp.br

Resumo

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa que teve por objetivo revisitar o objeto matemático Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no ambiente de Geometria Dinâmica *Cabri 3D*. Para investigar processos de construções para esses sólidos, recorreremos a um estudo bibliográfico desenvolvido com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. O referencial teórico baseou-se na Transposição Didática e na Problemática Ecológica de Yves Chevallard (1991) para promover a articulação entre a análise epistemológica e a análise didática, além de apontar características outras que determinam a sobrevivência do objeto matemático Sólidos Arquimedianos enquanto objeto de ensino. A escolha metodológica pela pesquisa bibliográfica contribuiu para o alcance do objetivo desejado, visto que nos permitiu encontrar o *truncamento*, procedimento matemático realizado por renascentistas para a obtenção de sólidos arquimedianos a partir de cortes nas arestas de sólidos platônicos. A partir das análises das construções, pudemos constatar que o *Cabri 3D* se confirma como um habitat para o estudo dos Sólidos Arquimedianos, na medida em que reconhece como objeto todos os saberes que determinam a existência desse objeto matemático enquanto objeto de ensino.

Palavras-chave: Sólidos Arquimedianos, Cabri 3D, Transposição Didática, Truncamento.

Referencias

- Artaud, M. (1998). Introduction à L'approche écologique du didactique, L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la Neuvième École d'Été de Didactique des Mathématiques*, 101-139.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sábio ao saber enseñado*. Tradução. Claudia Gilman. Buenos Aires: Aique Grupo.
- Field, J. V. (1997). *Rediscovering the archimedean polyhedra: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer, Daniele Barbaro, and Johannes Kepler*. *Archive for History of Exact Sciences*, 50, 241-289.
- Gil, A. C. (2009). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (3th ed.). São Paulo: Atlas.
- Kepler, J. (1864). *Harmonices mundi libri V*. Linz.
- Lakatos, E.M.A. & Marconi, M. A. (2001). *Fundamentos da metodologia científica*. São Paulo: Atlas.
- Pappus. (1876). *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit Fredericus Hulst*. Tradução Weidmannos. Berolini.



Cabri como herramienta fundamental en la solución de problemas geométricos

Martín E. Acosta
Carolina Mejía
Carlos W. Rodríguez
Universidad Industrial de Santander, Colombia
cwrodriguez@matematicas.uis.edu.co

Resumen

En la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga Colombia, hemos estado intentando

aplicar las ideas de la matemática experimental utilizando como herramienta fundamental Cabri Geometry en sus versiones 2D y 3D para la solución de problemas geométricos de construcción. Utilizamos Cabri para realizar procesos de experimentación en los que producimos dibujos aproximados, formulamos conjeturas y las verificamos para llegar a procedimientos de construcción exactos. Una vez encontrada una construcción exacta, repetimos el proceso de experimentación para buscar argumentos teóricos que nos permitan demostrar los resultados obtenidos. Las posibilidades de arrastre de Cabri, su precisión en las medidas y las herramientas de traza y lugar geométrico son instrumentos valiosos e incluso indispensables en algunas ocasiones para realizar dicho trabajo de experimentación.

Queremos presentar en este congreso algunos ejemplos de los problemas trabajados, que nos permiten concluir que el trabajo experimental en geometría, y en particular el uso de Cabri para la experimentación contribuye a desarrollar una intuición espacial necesaria para la formulación de conjeturas y su verificación, pero también contribuye a una mejor comprensión de la teoría geométrica, en la búsqueda de formalizar los resultados encontrados de manera intuitiva. En algunos casos, se trata de construir alguna figura geométrica sometida a unas condiciones dadas, en otros el problema consiste en encontrar el lugar geométrico de los puntos que satisfacen cierta condición que se da a un objeto geométrico y en otros hemos utilizado la herramienta “lugar geométrico” de Cabri para encontrar la solución al problema planteado.

Palabras clave: Matemática experimental, geometría dinámica, lugar geométrico, construcción.

Eje Temático: Geometría plana y espacial con Cabri.

Referencias

Acosta, M. (2005). Geometría experimental con Cabri: una nueva praxeología matemática. *Educación Matemática*, vol 17, num 3.

- Borwein J. et al. (2004). *Experimentation in mathematics, computational paths to discovery*. A. K. Peters. USA.
- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M.A. (2009). Conjecturing and Proving in Dynamic Geometry: the Elaboration of Some Research Hypotheses. In *Proceedings of the 6th Conference on European Research in Mathematics Education*, Lyon.
- Kuntz, G. *D'émarche expérimentale et apprentissages mathématiques*. Dossiers de la VST, en ligne http://www.inrp.fr/vst/Dossiers/Demarche_experimentale/sommaire.htm
- Moise, E., and Downs, F. Jr. (1964). *Geometría Moderna*. Fondo Educativo Interamericano, S.A. Massachusetts.



Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando Cabri Géomètre II Plus

Edinsson Fernández Mosquera
Área de Educación Matemática
Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño,
Pasto – Colombia
edi454@yahoo.com, edinfer@udenar.edu.co

María Fernanda Mejía Palomino
Escuela Normal Superior Farallones de Cali y Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle Cali – Colombia
mafanda1216@yahoo.com.ar, maferme@univalle.edu.co

Resumen

Esta investigación se asume como una intervención didáctica en el aula, que se ubica dentro del contexto del aprendizaje de las cónicas vistas como lugares geométricos, con la mediación del *Cabri Géomètre II Plus*. En la misma, se estudió una secuencia de

situaciones didácticas, donde se plantearon problemas de construcción geométrica de estas curvas desde el enfoque puntual hacia el global.

La secuencia se diseñó con el propósito que los estudiantes realizaran en primera instancia, construcciones punto por punto de cada una de las cónicas y luego construcciones geométricas donde se utilizara la figura desde un punto de vista global, para caracterizar geoméricamente cada una de las ellas.

La metodología de la investigación se sustentó en un *micro-ingeniería didáctica* (Artigue, 1995). En el diseño de las situaciones, se efectuó un análisis preliminar, fundado en tres dimensiones: la didáctica, la cognitiva y la histórico - epistemológica.

La pregunta que orientó esta investigación fue: *¿Qué fenómenos didácticos genera la mediación del Cabri Géomètre II Plus, en la actividad matemática de los estudiantes que se inician en un curso de geometría analítica, en el marco de construcciones geométricas de las cónicas como lugares geométricos desde lo puntual y lo global?*

Para dar respuesta a esta cuestión se propusieron los siguientes objetivos: 1. Diseñar desde los referentes de la TSD (Brousseau, 2007) y de la *micro-ingeniería didáctica* una secuencia de situaciones didácticas para el estudio de las cónicas como lugares geométricos en el Cabri Géomètre II Plus. 2. Analizar la actividad matemática de los estudiantes de un curso universitario de *geometría analítica* cuando se aborda la construcción geométrica de las cónicas en el enfoque puntual y global mediado por el *Cabri Géomètre II Plus*.

Esta investigación se realizó en el contexto de las actividades de un curso de geometría analítica con 25 estudiantes del programa de la Licenciatura en Matemáticas, en una Universidad del suroccidente Colombiano. La información recolectada y su análisis, evidenció que las situaciones didácticas planteadas desde las construcciones geométricas puntuales permitieron emerger construcciones geométricas globales en el *Cabri Géomètre II Plus* y que a su vez este ambiente permitió

retroalimentaciones que permitieron a los estudiantes caracterizar algunas de las propiedades geométricas de las cónicas. El diseño de las situaciones restituye el sentido geométrico de las Cónicas sin desligarse del enfoque usual, el algebraico, trayendo consigo una complementariedad en los enfoques usuales para que los estudiantes comprendan las propiedades geométricas.

Palabras clave: cónicas, lugar geométrico, construcciones geométricas, enfoque puntual - global, situaciones didácticas.

Eje Temático: Experiencia educativa con asistencia de Cabri.



Diseño y construcción de una estructura civil (puente) con fundamentos de geometría dinámica

Luis Fernando Moreno Montoya
Universidad de Medellín, Colombia
lufer.angle@gmail.com

Luis Albeiro Zabala
Universidad de Medellín, Colombia
lzabala@udem.edu.com

Resumen

La esencia del proyecto es mostrar como la geometría dinámica puede ser utilizada de forma creativa para favorecer la comprensión de conceptos aplicados de la ingeniería. El estudio de la geometría de un elemento estructural fundamentado en la herramienta dinámica Cabri II plus optimiza la capacidad de su análisis y del planteamiento de posibles hipótesis.

¿Qué conceptos geométricos son útiles en el diseño estructural de un puente?

El objetivo es determinar utilizando el recurso del software Cabri cuales son los requerimientos geométricos para el diseño

de un puente funcional, sin tener en cuenta procedimientos del cálculo estructural.

Se definió el diseño de un puente en arco, con bondades dinámicas en su modelo, se postulan tres construcciones geométricas cuyas características de forma contienen aplicados conceptos estructurales ya demostrados por la física. Un parámetro fundamental de cualquier estructura es su forma, y optimiza su funcionalidad sin tener que ver con el tipo de material utilizado.

Se comprobó experimentalmente que conceptos de Geometría Euclidiana aplicados al tema definen comportamientos físicos de una estructura y que la metodología es eficaz, mediante una maqueta, la cual participó en el **X CONCURSO DE ESTRUCTURAS EIA**, donde ocupó el primer puesto en su categoría, demostrando su funcionalidad constructiva y su buen comportamiento mecánico ante su falla en laboratorio.

En el marco de la **V Feria de la creatividad**, el proyecto fue el ganador del evento como “Mejor Proyecto Creativo”, y en el nodo de semilleros **REDCOLSI** nodo Antioquia, en 2012 obtuvo un puntaje de 98.67 en su calificación, siendo esta la más alta.

Palabras clave: arco, Cabrí, geometría dinámica, geometría estructural, puente.

Eje temático: Física, química e ingeniería con asistencia de Cabrí

Referencias

Álvarez C, Emiliano. (2003). *Elementos de geometría*. Editorial Universidad de Medellín.

Díaz Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-Géomètre*. Editorial Kali.



Aprendizaje basado en problemas en didáctica de la matemática, caso: el teorema de pitágoras y algunas extensiones mediado por Cabri Geometre II Plus

Vivian Libeth Uzuriaga López
Universidad Tecnológica de Pereira UTP, Pereira – Colombia
vuzuriaga@utp.edu.co

Martha Cecilia Mosquera Urrutia
Universidad Surcolombiana USCO Neiva, Colombia
martha.mosquera@usco.edu.co

Resumen

Este reporte de investigación es pertinente para todos aquellos que trabajan en la formación de profesores, en la medida que aborda una problemática sensible que surge al incorporar las nuevas tecnologías al aula de clase, en este caso particular *algunos problemas que se presentan al mediar la enseñanza de conceptos por CABRI GEOMETRE II PLUS*.

Se entiende El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como un método didáctico que permite al estudiante para profesor, desarrollar capacidades, conocimientos y habilidades, para identificar, analizar y proponer alternativas de solución a los problemas de enseñanza y/o aprendizaje de la matemática, de manera eficaz, eficiente y humana, utilizando principalmente la Investigación Como Estrategia Pedagógica (IEP).

Para el caso de la investigación, los problemas objeto de análisis son los referidos a:

- La baja comprensión de los conceptos
- La dificultad para utilizar el programa
- La didáctica de la matemática

Durante la presentación del reporte se ilustran cinco aplicaciones y/o extensiones del Teorema de Pitágoras, las dificultades encontradas al trabajarlas en la clase de Didáctica de la Matemática y las alternativas de solución a las mismas.

Entre los logros más significativos del proceso se cuenta con unidades de análisis diseñadas por los estudiantes del programa de licenciatura y con una serie de recomendaciones que pueden ser contextualizadas en diferentes ambientes de trabajo, se espera en el mediano plazo diseñar y socializar una serie de estrategias didácticas que le permitan a los docentes hacer más eficiente el trabajo de la mediación con CABRI GEOMETRE II PLUS.

Palabras clave: ABP, didáctica de la matemática, aprendizaje mediado por CABRI GEOMETRE II PLUS, Teorema de Pitágoras.

Eje Temático: Experiencias Educativas Con Asistencia de CABRI

Referencias

- Arriero, C. y García, I. (2009). *Descubrir la geometría del entorno con Cabri*. Narcea, S.A. Madrid.
- Díaz Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-geomètre*. México: Editorial Kali. 3ª Edición.
- Puente, A. (2007). *Cognición y aprendizaje*. Madrid: Pirámide, 2ª ed.
- Silva, F. Y Martorell, M.C. (2001). *Batería de Socialización BAS-3*. Madrid: TEA.
- Villar, A. Y Poblete, M. (2010). *Aprendizaje basado en competencias*. Bilbao: Universidad de Deusto, 3ª ed.
- Manjarrés, M.E. y Mejía, M.R. (2009). *Caja de herramientas para maestro(a)s ONDAS*. Bogotá, Colombia: Editorial Edeco.
- Ministerio de Educación Nacional (2004). *Estándares básicos de calidad para el área de matemáticas*. Bogotá, Colombia



Taller digital con Cabri gómetra

Daniel Léonard,
Denis Conteau,
Gilles Duchanois,

Oskar Gàmez
Damien Hanser
Philippe Leclère

Ecole nationale supérieure d'architecture de Nancy
Centro de investigación en arquitectura e ingeniería
Universidad de Lorraine, Francia
prenom.nom@nancy.archi.fr

Resumen

Con la aparición de las herramientas digitales e informáticas, hoy día es posible reencontrarse con una geometría esencialmente gráfica.

Los métodos tradicionales que permiten establecer una volumetría a partir de un plano, alimentado a través de la geometría descriptiva, hacen parte del “saber cómo” y de la formación de los arquitectos; estos métodos son esenciales para permitir a los estudiantes de mejorar y/o cultivar su “visión en el espacio”.

En efecto, las herramientas profesionales de modelización geométrica utilizan actualmente operaciones que otrora se realizaran a mano, en la mesa de dibujo. La ejecución de estas operaciones de manera analítica, o su realización a través de un lenguaje de programación no presentan interés alguno en los estudiantes de arquitectura. Sin embargo, el empleo de estas herramientas con el apoyo de objetos gráficos y su inclusión, en el área de la geometría dinámica, nos parecen algo no solo formador sino prometedor.

En este documento exponemos una experiencia con Cabri, en el marco de una clase de primer año de geometría descriptiva; este curso se concluye con la realización de un trabajo expresado en maquetas, las cuales se construyen con base en un plano catastral representando un terreno sobre el cual se implanta la volumetría de una o varias casas de habitación.

Se trate del desarrollo del terreno fabricado a partir de los datos entregados a través del plano catastral o de la piel de la volumetría de una casa y su axonometría, todas estas operaciones pueden ser implementadas a nivel informático con Cabri utilizando los métodos gráficos tradicionales.

Este enfoque que reúne lo tradicional y lo moderno nos parece el más prometedor y acertado para la enseñanza de la geometría en una escuela de arquitectura.

Palabras clave: Didáctica, geometría descriptiva, geometría pura, arquitectura, modelización, prototipos, maquetismo.

Eje temático: Arquitectura y diseño gráfico con la asistencia de Cabri.

Referencias

Audin, P. (1995). *La BRACHlIstochrome. abraCadaBRI* 9, 16-17.

Choisy, A. (1899). *Histoire de l'architecture*.

Tournes, D. (1997). Variations autour du centre de Similitude. *IUFM de la Réunion*.

Marin, P., & Lequay, H., & Blanchi, Y (2011). Thinking With Computers and Fabricating With Machines. *Algode 14-16 March 2011*, Tokyo, Japan.

Payne, A., & Issa R. (2010), Grasshopper primer, <http://www.liftarchitects.com/journal/2009/3/25/the-grasshopper-primer-second-edition.html>.

Shadkhou, S., & Bignon, J.C. (2009). Design, Fabrication, Digital : Between digital design and digital fabrication. *27ème conférence - eCAADe 2009, Computation : The new realm of architectural design, 16-19 September, Istanbul, Turkey*.

Monge, G. (1799). *Géométrie descriptive*, Leçons données aux Ecoles normales, 3ème année, Paris, Baudouin.

Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Nancy. (1995). Cours de géométrie descriptive. 2ème année, Nancy.



Cabri como ambiente de aprendizaje, construyendo las reglas de los signos de la multiplicación

José Benjamín Chan Domínguez
Facultad de Matemáticas (UADY), México
benjac100@hotmail.com

Genny Rocío Uicab Ballote
Facultad de Matemáticas (UADY), México
uballote@uady.mx

Resumen

En el presente trabajo se describe una secuencia de actividades diseñadas en el software Cabri Geometry II Plus, para la construcción y formulación de las reglas de los signos de la multiplicación. La secuencia se conforma de tres actividades distribuidas en ocho escenas y sigue el enfoque de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brosseau, en la cual se espera que el estudiante (que cursa el nivel básico, cuyas edades están entre 12 a 16 años) por medio de un proceso de experimentación, conjeturación y explicación en la solución de las actividades en Cabri sea el encargado de construir, formular y; posteriormente mediante una Hoja de Trabajo y la institucionalización por parte del profesor, formalizar el enunciado de las reglas de los signos. Para dicho proceso de las reglas de los signos se hace uso de la representación geométrica del producto, a partir del concepto de área de regiones rectangulares, donde los factores de la multiplicación denotan las dimensiones del rectángulo (largo y ancho), por lo tanto el producto denota el área que encierra el rectángulo. Para plasmar lo anterior en el interface de Cabri Geometry II Plus se estructuró una historia ficticia donde un caballero (Ham) tiene la encomienda de rescatar a una princesa (Angie) y en esa travesía debe recorrer caminos de diferentes colores que lo guiarán hacia la princesa. En ese sentido el objetivo de esta investigación se centra en diseñar una propuesta sistemática y estructurada que permita didácticamente que el estudiante construya las reglas de los signos para la multiplicación.

La propuesta didáctica fue aplicada a nueve estudiantes del segundo grado de secundaria; 6 estudiantes lograron construir y formalizar las reglas de los signos, dichos estudiantes observaron y enunciaron las características de los caminos que conducían al rescate de la princesa, sin embargo 3 estudiantes no lograron construir y formalizar la representación de las reglas de los signos, esto debido a que en la solución de las actividades no identificaron elementos como las características de los caminos que son parte esencial (en relación al diseño) para establecer las reglas de los signos. De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede afirmar que la propuesta logra que los estudiantes construyan las reglas de los signos, pues la mayoría de ellos alcanzaron los objetivos de la misma. Por otro lado, durante la aplicación de la propuesta se observó que la presentación de las actividades resultó ser atractiva para los estudiantes ya que interactuaron con conceptos matemáticos de una forma diferente a la que están acostumbrados en el aula de clase.

Palabras clave: Reglas de los signos, propuesta didáctica, Teoría de Situaciones Didácticas, medio didáctico.

Eje temático: Experiencias educativas con asistencia de Cabri.



SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS EN ÁREAS AFINES

Las curvas de Bezier en 3D, aplicaciones y perspectivas

Juana Castillo Padilla
juanacp@hotmail.com,

Alejandro Antonio López Patiño
westermania_21smackraw@hotmail.com

Edgar Efrén López Torres
certerus_paribus@hotmail.com

Fernando Ponce Hernández
f.ponce93@yahoo.com

UNAM, TESE, México

Resumen

El desarrollo de las curvas de Bezier 2D y 3D han sido un elemento clave en el desarrollo de los gráficos por computadora, sus aplicaciones son variadas y han tenido influencia en todos los ramos del diseño asistido.

Uno de los problemas principales al momento de utilizar o diseñar aplicaciones con herramientas de Bezier es el desconocimiento de sus principios, tanto algebraicos como geométricos. En nuestra experiencia como docentes e investigadores hemos descubierto una mejora significativa en el aprendizaje de este tipo de tópicos al utilizar herramientas de geometría dinámica; en este sentido Cabri es una herramienta idónea que permite la generación de una estructura mental capaz de entender las limitaciones y perspectivas de estas curvas.

El presente trabajo muestra el desarrollo de una serie de prácticas enfocadas a mejorar el entendimiento de estas herramientas de diseño, desde la generación de curvas en cabri

II Plus, hasta su extensión en curvas en tres dimensiones con Cabri 3D.

Referencias

Hkarn, D. y Baker, M. (2006). *Gráficos por computadora con OPENGL*. España: Pearson Education.

Leontiev, A. (1978). *Actividad, Conciencia y Personalidad*. Argentina: Ciencias del Hombre.

UNAM dirección general del CCH-Área de matemáticas. (2003). *Programa de estudios de matemáticas*. México.

Vygotski, L. (1993). *Obras escogidas*. España: Visor.



PROPUESTA DE INNOVACIÓN DIDÁCTICA

COMUNICACIÓN DE EXPERIENCIAS

Estudo das transformações no plano - uma situação de aprendizagem

Lúcia Helena Nobre Barros
Secretaria de Educação do Estado de São Paulo - Brasil
luciahnobre@gmail.com

Katia Vigo Ingar
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Brasil
kvingar21@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal do Ceará - Brasil
frégis@ifce.edu.br

Resumo

Apresentamos neste trabalho as relações institucionais existentes para uma situação de aprendizagem de simetria: axial ou reflexão e rotação. O objetivo é criar um ambiente educacional com o uso do software *Cabri*, manipulando os recursos disponíveis que provoque ao estudante a identificação das principais transformações no plano. Dessa forma, estudamos as relações institucionais esperadas, via Currículo Unificado do Estado de São Paulo, e as relações institucionais existentes, que são desenvolvidas por meio dos *Cadernos do professor e do aluno* utilizados na prática pedagógica na 6ª série do Ensino Fundamental desse estado. Observamos que nesse material didático, encontramos as tarefas e técnicas associadas às justificativas tecnológicas e teóricas, que podem representar uma modelagem das práticas sociais em uma atividade matemática. Para essas análises, o referencial teórico dessa pesquisa é a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992), na tentativa de melhor compreender as propostas institucionais associadas às relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e aprendizagem das transformações no

plano. Portanto, buscamos favorecer a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema, estimulando a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses por meio da otimização das tarefas sugeridas nos materiais didáticos selecionados. Dessa forma, buscamos uma situação de aprendizagem que possa atender às condições de um determinado grupo de estudantes por meio das tarefas desenvolvidas no *Cabri* onde possa possibilitar uma seqüência de estudos para compreender melhor os conceitos básicos e a percepção visual de simetrias e movimentos no plano.

Palavras-chave: Transformações no plano. Relações institucionais esperadas e existentes; Uso das novas tecnologias em ambiente escolar.

Referências

Chevallard, Y., (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Grenoble: *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.

São Paulo - Estado, Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (2009). *Caderno do professor: Matemática, Ensino Fundamental – 6ª série (Vol. 2)*. São Paulo: SEE.



Visualizando integrais complejas con cabri

José Saquimux
Universidad de San Carlos, Guatemala
jsaquimux@yahoo.co.uk

Resumen

Se describen demostraciones interactivas desarrolladas en ambiente dinámico del *Cabri Geometry II Plus* para visualizar algunas integrales de línea y contorno cerrado en variable

compleja. Las demostraciones ilustran las relaciones que existen entre las partes real e imaginaria con los flujos que circula y cruza una línea o contorno cerrado, del campo de Polya de una función compleja. Los valores de las partes real e imaginaria se inducen de las áreas netas bajo las curvas de flujo normal y tangencial. En ellas el usuario puede interactuar variando parámetros de la función, arrastrando o deformando la línea o contorno cerrado, o seleccionando posiciones para que la función sea analítica o no dentro de un contorno cerrado. Con ellas se pueden explorar casos particulares del teorema de Cauchy-Goursat, la fórmula de integral de Cauchy y el principio de deformación del contorno.

Dichas demostraciones son parte de un conjunto de actividades desarrolladas con programas de geometría dinámica empleadas en la enseñanza del curso introductorio de variable compleja de la facultad de ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Resaltamos sus bondades principales, discutimos algunos problemas o dificultades pedagógicas y sugerimos su uso reflexivo como apoyo en la enseñanza habitual de variable compleja.

Palabras clave: Cabri, visualización interactiva, integral compleja, campo de Polya.

Eje Temático: Matemática elemental y avanzada abordada con el Cabri.

Referencias

- Blinder, S. (sin fecha) *Contour Integral around a Simple Pole*. Recuperado el 22 de junio de 2012, de:
<http://demonstrations.wolfram.com/ContourIntegralAroundASimplePole/>
- Burm, J. & Peterson, A. (1998) Interpretation of the complex contour integral. *Resources for teaching complex analysis*. Recuperado el 20 de abril de 2009, de:
<http://faculty.gvsu.edu/fishbacp/complex/polya2.PDF>

Custy, J. (sin fecha) *The Geometry of Integrating a Power around the Origin*. Recuperado el 22 junio de 2012, de:

<http://demonstrations.wolfram.com/TheGeometryOfIntegratingAPowerAroundTheOrigin/>

Krug, D. & Wilkinson, S. (sin fecha) *Pólya Vector Fields and Complex Integration along Closed Curves*. Recuperado el 22 de junio de 2012, de:

<http://demonstrations.wolfram.com/PolyaVectorFieldsAndComplexIntegrationAlongClosedCurves/>

Miki, S. (2004) *Dynamic Visualization of Complex Integrals with Cabri II Plus*. Recuperado el 10 de junio de 2011, de:

<http://epatcm.any2any.us/10thAnniversaryCD/EP/2004/2004C195/fullpaper.pdf>

Saquimux, J. (2010) *Integral de Contorno 1 y 2 con Cabri* (Cadena de búsqueda. Estudiantes, Curso: Matemática Aplicada 5, Tipo de Archivo: Problemas Resueltos). Recuperado en junio de 2012, de:

http://mate.ingenieria-usac.edu.gt/search_parameters.php



Geometría plana y espacial con Cabri

Tomasa Carazas Machaca

Centro de Educación Básica Alternativa Comercio 41 del Cusco, Perú

tcarazas@yahoo.es

Resumen

Esta experiencia se realizó con alumnos del 4° del ciclo avanzado de Educación Básica Alternativa Comercio 41 del Cusco, en el primer bimestre del año 2012. Los objetivos de dicha experiencia fueron construir las rectas paralelas, y el teorema de Thales utilizando el programa Cabri 3D mediante este software los estudiantes logran visualizar de forma rápida y eficaz las propiedades básicas de las rectas paralelas en el plano.

Pensamos que esta experiencia es valiosa, ya que es necesario estudiar la geometría en forma dinámica.

Se utilizó en las sesiones de clases las fichas programadas de las rectas paralelas y rectas paralelas cortadas por una secante, luego los estudiantes con el uso del ordenador en el programa Cabri 3D logran trazar las paralelas, rectas coincidentes y las rectas cortadas por una secante.

Finalmente se puede observar que la actividad logró cumplir con sus objetivos, sin embargo es necesario facilitar una computadora por alumno y tener las respuestas y gráficos más precisos.

Palabras clave: Rectas paralelas, Geometría plana y del espacio, Cabri 3D.

Eje temático: Geometría plana y espacial con Cabri

Referencias

Brihuega, J. Molero, M. , Salvador, A (2000): *Didáctica de la Matemática* . Edit. Complutense: Madrid.

Carazas, T. (2009): *Enseñanza Programada de la Geometría plana*. Publicado por Indecopi.

Dolciani, M. y otros (1997): *Geometría Moderna* .Edit. Trillas: México.

Perry, p. Camargo, L. Samper, C y Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemática*. Bogotá: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.

Polya, G. 1992.*Cómo plantear y resolver problemas*. Edit. Trillas: México.

Samper, C. Perry, P; Echeverry A. y Molina, O. (2008). *Aprendizaje de la demostración de la geometría dinámica*. Reporte de investigación no publicado. Universidad Pedagógica Nacional: Bogotá.



Introducción a la geometría analítica espacial con Cabri 3D

Jesús Flores Salazar

jvflores@pucp.pe

Cecilia Gaita Iparraguirre

cgaita@pucp.edu.pe

Pontificia Universidad Católica del Perú

Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas
(IREM/Perú)

Marisel Beteta Salas

Colegio Hiram Bingham

mbeteta@hirambingham.edu.pe

Resumen

La experiencia se desarrolló en un primer curso de matemática con estudiantes de Arquitectura en donde, con ayuda del software Cabri 3D, se inició el estudio de objetos elementales en la geometría analítica espacial. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de manipular representaciones de objetos como el punto, la recta, el plano y la esfera. Determinaron posiciones relativas entre ellos, asociaron ecuaciones a sus representaciones e hicieron deducciones sobre las formas y las ecuaciones de sus intersecciones. Para el diseño de las actividades se tomaron en cuenta los niveles de pensamiento geométrico de Parzysz. Las actividades con Cabri 3D favorecieron la evolución de los niveles de pensamiento G0 a G1 y en algunos casos también del G1 al G2.

Palabras clave: geometría, geometría analítica espacial, geometría dinámica.

Eje temático: Geometría plana y espacial con Cabri.

Referencias

Gómez, N., Parada, D. y Romero, V. (2008). *Geometría Dinámica: Una propuesta renovada para enseñar lugares geométricos*. Recuperado el 19 de Mayo de 2012, de: <http://www.jornadas->

virtuales.revoluciontic.com.ar/Trab_2008/NTIC/geometria.pdf

Parzysz, B. (1988). Knowing vs. Seeing: Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19(1), 79-92.

Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at High school Level. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 575-593.



Visualización de diferentes sólidos geométricos usando Cabri 3D

Maritza Luna Valenzuela
Pontificia Universidad Católica de Perú
luna.m@pucp.edu.pe

Resumen

Esta comunicación pretende mostrar una experiencia positiva del curso de Introducción a la Matemática Universitaria, el cual vengo dictando desde el año 2009, en la unidad académica de Estudios Generales Ciencias de la Pontificia Universidad Católica de Perú. En este contexto, presentaré este artículo para compartir con los docentes de nivel secundario y superior algunos casos muy interesantes de planteamiento para la solución de problemas de geometría en el espacio vistos durante el año 2012-1. Los temas que se abordan son Pirámide, Cono y Esfera. Los objetivos que se logran con estos planteamientos son: mejorar la visualización de los diferentes sólidos geométricos mediante la herramienta dinámica de Cabri 3D; desarrollar capacidades para la propuesta y resolución de problemas; y ampliar la visión geométrica de los estudiantes.

Palabras clave: Geometría, Cono, Pirámide, Esfera.

Eje temático: Experiencias educativas con asistencia de Cabri.

Referencias

- CABRI 3D, *Manual do usuario*. Recuperado el 30 de mayo de 2012, de: <http://es.scribd.com/doc/6338612/Manual-Cabri3d>
- Duval, R. (1996) La habilidad para cambiar el registro de representación. *LA GACETA DE LA RSME*, Vol. 9.1, Págs. 143–168. Recuperado el 31 de mayo de 2012, de: <http://cmapspublic.ihmc.us/rid%3D1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%2520habilidad%2520para%2520cambiar%2520e%2520registro%2520de%2520representaci%25C3%25B3n.pdf>
- López, R. *Los niveles de Van-Hiele*. Recuperado el 30 de mayo de 2012, de: <http://www.slideshare.net/rafikylopez/niveles-de-vanhiele>
- Torregrosa G. & Quesada H. (2007) Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* (2007) pp 275-300.



PROPUESTA DE INNOVACIÓN DIDÁCTICA

EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

Uma experiência no cabri 3D na apreensão de axiomas de incidência no espaço com alunos de mestrado

José Carlos Pinto Leivas

Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Brazil

leivasjc@yahoo.com.br; leivasjc@unifra.br

Resumen

Este trabalho relata uma experiência realizada no primeiro semestre de 2012, com doze alunos da disciplina de Geometria de um Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática no Brasil. Os alunos são todos professores que ensinam na escola básica e apenas um deles tinha algum conhecimento do Cabri 3D. Na segunda parte do programa o investigador, que é o professor da disciplina, buscou por meio do Cabri 3D reconstruir o grupo de axiomas de incidência da axiomática de Hilbert, com relação ao espaço. A opção por essa tecnologia prendeu-se ao fato de ser ela um recurso poderoso para o desenvolvimento de habilidades visuais como afirmou Alsina: *O desenvolvimento do programa CABRI tem permitido abrir novas perspectivas às experiências geométricas. O uso estratégico desse programa permite diagnosticar as habilidades iniciais, planejar uma aprendizagem passo a passo, avaliar os progressos e tomar decisões que reorientem o ensino de muitos temas geométricos (1997, p. 126).* Com o objetivo de verificar a influência do software na formulação dos axiomas, foram propostas três atividades a serem realizadas em laboratório informatizado quando os alunos, ao mesmo tempo em que adquiriam destreza no uso das ferramentas do Cabri, exploravam e redigiam suas conclusões geométricas utilizando a ferramenta Nova vista texto no ícone Documento. Pode-se concluir da experiência realizada que o software foi um

facilitador para a ocorrência da apreensão dos axiomas de incidência no espaço, proporcionando o planejamento com seu uso nos próximos passos do desenvolvimento de conteúdos programáticos.

Palabras clave: axiomas de incidência, geometría espacial, Cabri 3D.

Eixo: Geometría plana y espacial con Cabri.

Referencias

Alsina, C. et al. (1997). Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO. Madri: Editorial Síntesis S.A.

Borba, M.C. and Villarreal, M.. (2006). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation an visualization*. USA: Springer.

Hilbert, D. (2003). *Fundamentos da geometria*. Lisboa: Gradiva.

Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009, 294 p.



Propuesta de actividades sobre cónicas con Cabri

Juana Contreras S.
Instituto de Matemática y Física
Universidad de Talca, Chile

Resumen

La integración de recursos computacionales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, es una cuestión que preocupa tanto a investigadores en Didáctica de la Matemática como a docentes de todos niveles educativos.

El uso de software de propósitos geométricos como recurso de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, ha sido objeto de numerosas investigaciones y experiencias educativas, las que progresivamente se han incrementado con la aparición de programas de geometría dinámica, siendo *Cabri geométrico* el primero de este grupo. El desarrollo de estos programas ha permitido explorar nuevas posibilidades para trabajar en geometría. Las herramientas que ofrecen, permiten generar ambientes adecuados para desarrollar actividades de exploración y descubrimiento de propiedades, afianzar conceptos y abordar situaciones problemáticas.

En este trabajo se presenta una propuesta de actividades en el tema de las cónicas con apoyo del programa *Cabri II Plus*, experiencia realizada con profesores de matemática de enseñanza media. La propuesta considera actividades de construcción de las cónicas (construcciones clásicas), de exploración de sus propiedades fundamentales y de resolución problemas, con apoyo del programa.

Las herramientas que ofrece *Cabri* junto con la posibilidad de implementar applet, hacen del programa un poderoso recurso para apoyar un estudio de estas curvas y sus propiedades.

Palabras clave: Geometría dinámica, *Cabri*, Cónicas.

Referencias

- Charrière, P.M. (1996). *Apprivoiser la géométrie avec Cabri-Géomètre*. Monographie du Centre informatique pédagogique (CIP). Genève.
- Courant, R; Robbins, H. (1954). *¿Qué es la Matemática?*. Ed. Alda. Buenos Aires.
- Coxeter, H.S.M. (1971). *Fundamentos de geometría*. Editorial Limusa-Willey. México.
- Cupens, R. (1996). *Faire de la géométrie en jouant avec Cabri-Géomètre*. A.P.M.E.P.

Dahan, Jean. (2005). *La démarche de découverte expérimentalement médiée par Cabri-Géomètre en mathématiques*. U. Joseph Fourier, France.

García, I., Arriero, C. (2000). *Una experiencia con Cabri: las curvas cónicas*. Revista Suma 34.

Holzmler, G. (1950). *Tratado metódico de Matemáticas elementales*. Tomo segundo. 3ra edición. Editorial Labo.



Comunicaciones de experiencias

Troy Jones
Westlake High School, EE. UU.
tjones@alpinedistrict.org

Resumen

Se presentará propiedades de los puntos de concurrencia notables del triángulo, y sus puntos equivalentes en un tetraedro. Se espera de que los participantes se maravillen de las relaciones resultantes de puntos de concurrencia en un tetraedro, y lleguen a una comprensión firme de la construcción de los mismos. Además de las construcciones y representaciones en dos y tres dimensiones que se harán en Cabri 3D, mostraré con material didáctico asequible a todos los resultados de estas observaciones.

Palabras clave: Geometría del plano, geometría del espacio, recta de Euler

Referencias

Altshiller-Court, Nathan. (1952). *College Geometry*. Barnes & Noble, Inc.

Altshiller-Court, Nathan. (1935). *Modern Pure Solid Geometry*. The Macmillan Company.

- Hernandez, Antonio Hernandez. (2002). *Monge: Libertad, igualdad, fraternidad y geometria*. Nivola libros y ediciones, S.L.
- Monge, Gaspard. (1999). *Geometria Descriptiva*. Traducción y revisión de la obra original en Frances por Guillermo Garcia Talavera. Editorial Limusa, S.A. de C.V.
- West, Stephen. *Discovering Theorems Using Cabri 3-D*. A summary by Ilene Hamilton of a dinner talk given to the Metropolitan Mathematics Club of Chicago, October 3rd, 2008 in *Points & Angles*, Newsletter of the Metropolitan Mathematics Club of Chicago, Volume XLIII No. 3, November 2008.



Pirámides: una propuesta de enseñanza con Cabri 3D

Elizabeth Milagro Advíncula Clemente
Pontificia Universidad Católica del Perú
eadvincula@pucp.edu.pe

Jesús Victoria Flores Salazar
Pontificia Universidad Católica del Perú
jvflores@pucp.pe

Resumen

Esta propuesta didáctica está dirigida a profesores de Educación Básica Regular que enseñan cursos de Matemática, que incluyen temas de geometría espacial. Presenta una alternativa para la enseñanza del tema de pirámides, incorporando el uso del ambiente de geometría dinámica Cabri 3D. El objetivo es presentar actividades, usando Cabri 3D, en las cuales se trabaja con área y volumen de pirámides, ya que este ambiente permite una mejor visualización de los objetos tridimensionales y una manipulación directa de las figuras. La propuesta consiste en introducir los conceptos relacionados con el área y el volumen de las pirámides usando construcciones previamente elaboradas

que permitan formular conjeturas sobre este objeto matemático, modelar y resolver problemas. Se espera que el docente pueda incorporar el uso del Cabri 3D en la enseñanza de conceptos de geometría espacial, como las pirámides, para lo cual debe estar instrumentado con las herramientas y recursos de este ambiente. Lo que permitirá que la aprehensión secuencial y operatoria de la figura se logre con facilidad.

Palabras clave: Pirámide, área, volumen.

Eje temático: Geometría plana y espacial con Cabri.

Referencias

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Advíncula, E.; Chau, N.; Mestanza, A. & Villogas, E. (2012). *Introducción a la Matemática Universitaria*. Lima: PUCP.



Propuesta didáctica para apoyar el aprendizaje de la parábola usando el software Cabri

Janeth Mechán Martínez
Pontificia Universidad Católica del Perú
rj.mechan@gmail.com

Jose Luis Morón Valdivia
Pontificia Universidad Católica del Perú
ilmoronv@gmail.com

Resumen

El estudio de la parábola que está dirigida a los alumnos de educación secundaria de nuestro país usualmente se aborda bajo el enfoque de la Geometría Analítica. De acuerdo a su desarrollo

histórico, en el estudio de la parábola ameritaría rescatar en un inicio su concepto geométrico previo al tratamiento algebraico.

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar una forma de trabajo a través de actividades de aprendizaje de modo que los alumnos asocien las características de una sección cónica como lo es el objeto parábola como lugar geométrico, la identificación de sus elementos básicos y su relación con el lenguaje de la Geometría Analítica con apoyo del software CABRI II y CABRI 3D.

Teniendo en cuenta una metodología adecuada, la propuesta didáctica se orienta a poner en práctica conceptos relativos a la parábola tales como lugar geométrico, recta directriz, foco, entre otros de sus componentes y lleva al alumno a reflexionar sobre otros adicionales como lo son distancia de un punto a una recta, mediatriz de un segmento, la construcción de la parábola y de su ecuación en sus casos más elementales.

Palabras clave: parábola, situaciones didácticas, Cabri.

Referencias

De La Rosa, L. (1996) *La parábola. Una propuesta para el tratamiento del aprendizaje de las cónicas*. Universidad Autónoma de México. Matemáticas. Recuperado el 15 de junio del 2010, de:

www.cch.unam.mx/ssaa/new/sites/default/files/parabola.pdf

Douady, R. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica. Pedro Gómez (editor).

González, M. (2010) *Construcción de lugares geométricos en un ambiente de Geometría Dinámica*. Pontificia Universidad Católica. Recuperado el 13 de agosto del 2010, de http://macareo.pucp.edu.pe/~mgonzal/publicaciones_a_rchivos/Lug-Geo-y-Geo-Dinamica.pdf



Planos y esferas con Cabri 3D

Nélida Salomé Medina García
Pontificia Universidad Católica del Perú
nmedina@pucp.edu.pe

Resumen

El curso Análisis en Varias Variables Reales se enseña a los alumnos del segundo ciclo de la Maestría en Enseñanza de la Matemática, Pontificia Universidad Católica del Perú. Los temas: vectores, rectas, planos y superficies cuadráticas en R^3 se desarrollan con apoyo del Programa Cabri 3D. Enseñar álgebra vectorial y superficies cuadráticas en R^3 con apoyo de Cabri 3D es importante porque: refuerza y potencia los aspectos intuitivo y cognitivo de los alumnos, En la experiencia educativa: Dado un problema de Geometría Analítica tridimensional relacionado a rectas, planos, esferas, el alumno encuentra la solución realizando las construcciones adecuadas con Cabri 3D, luego da las soluciones analíticas y las interpreta geoméricamente. Los objetivos relacionados a estos temas son: Dar énfasis a la rigurosidad de los conceptos y sus propiedades, analizar e interpretar geoméricamente resultados, realizar construcciones geométricas, conocer el manejo y uso del Programa Cabri 3D. Con el apoyo del Programa Cabri 3D, el alumno representa vectores en R^3 , usa las definiciones y resultados teóricos para construir rectas, planos, esferas, plano tangente a una esfera en R^3 . Los temas propuestos se desarrollan en cuatro horas: dos horas de exposición en el aula y dos horas de práctica en el Laboratorio, donde cada alumno resuelve la tarea usando el programa Cabri 3D. Los alumnos utilizaron el programa Cabri 3D en la solución de los Trabajos Grupales del curso (4 alumnos por grupo), Además, el Examen Parcial del curso incluyó dos preguntas de Laboratorio sobre rectas, planos, superficies de revolución.

Palabras clave: Vectores, rectas, planos, esferas, construcción.

Referencias

Lehmann, Ch. (1990), *Geometría Analítica*, Limusa.

Stewart, J. (2000), *Cálculo Multivariable* (cuarta edición), Thomson Learning.

<http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html>Cabri 3D



Índice de Autores

- Acosta: 54
Advíncula: 39, 81
Alves, Laurito: 51
Alves, Francisco: 69
Barros: 69
Beteta: 40, 74
Bonilla: 42
Callo: 44
Camou: 15, 45, 48
Campos: 51
Castillo: 67
Carazas: 72
Chan: 64
Conteau: 62
Contreras: 78
Da Silva: 4, 20, 53
Delgado: 42
Díaz: 12, 36
Do Prado: 51
Duchanois: 62
Fayó, Alicia: 1, 19
Fayó, María: 19
Fernández: 56
Flores: 74, 81
Gaita: 74
Gàmez: 62
Hanser: 62
Ingar: 69
Jones: 80
Laborde, Colette: 6, 31
Laborde, Jean-Marie: 7, 32
Leclère : 62
Leivas: 23, 77
Léonard: 62
López Patiño: 67
López Torres: 67
Luna: 75
Mechán: 82
Medina: 84
Mejía, Carolina: 74
Mejía, María: 56
Mithalal: 8, 33
Moreno, Armella: 14, 38
Moreno Montoya: 58
Morón: 82
Mosquera: 60
Ponce: 67
Puerto: 27, 29
Rodríguez: 54
Sabbadini: 10, 34
Saquimux: 70
Silva: 53
Ugarte: 18
Uicab: 64
Uzuriaga: 60
Vargas: 25
Villalobos: 25
Villanueva: 42
Zabala: 58
Zunino: 48

Edición y diagramación e impresión
EDITORIAL HOZLO S.R.L.
Psje. Santa Rosa 191-501. Lima-Perú
Telefax: 428-4071, 99999-2148
e-mail: guzlopster@gmail.com
Agosto, 2012.

CENTRO DE
INVESTIGACIONES
Y SERVICIOS EDUCATIVOS

VICERRECTORADO DE
INVESTIGACIÓN
DIRECCIÓN DE GESTIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

ESCUELA DE
POSGRADO
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

INSTITUTO DE
INVESTIGACIÓN SOBRE LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

ISBN: 978-612-45391-8-3



9 786124 539183



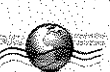
top technologies



Embajada de Francia en el Perú



SMART Board
Premium Panel
www.toptechnologies.com.pe



www.yames.com