238

DINERO E INFLACIÓN: EL OVERSHOOTING Y EL CANAL DEL TIPO DE CAMBIO

Waldo Mendoza Bellido
Ricardo Huamán Aguilar

Marzo, 2005

DOCUMENTO DE TRABAJO 238
http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD238.pdf

DINERO E INFLACIÓN: EL OVERSHOOTING Y EL CANAL DEL TIPO DE CAMBIO

Waldo Mendoza Bellido
Ricardo Huamán Aguilar

RESUMEN

En este trabajo se extiende el modelo de desbordamiento (“overshooting”) del tipo de cambio de Dornbusch (1976), en dos direcciones En primer lugar, en la línea de Wilson (1979), se asume que el público tiene expectativas racionales, en su versión determinística de previsión perfecta. En este marco, se analizan los efectos de políticas no anticipadas y anticipadas.

En segundo lugar, el modelo busca reproducir el hecho estilizado de que, en una economía abierta y con tipo de cambio flexible, el impacto de una expansión monetaria sobre los precios puede ser inmediato, a través de su efecto sobre el tipo de cambio. Para este objetivo, se ha extendido el modelo original de Dornbusch, incorporando la tasa de depreciación del tipo de cambio como un argumento de la Curva de Phillips. En esta extensión se asume que, como en el modelo básico, el ajuste en los precios que se genera por el exceso de demanda en el mercado de bienes, en el corto plazo, es nulo; mientras que el que se genera por el movimiento del tipo de cambio es inmediato.

ABSTRACT

In this paper we extend the Dornbusch´s model (1976), the overshooting of the exchange rate, in two directions. First, as it was modeled by Wilson (1979), we assume that agents have rational expectations, i.e. perfect foresight in a deterministic model. In this framework, we analyze the effects of unanticipated and anticipated economic policies.

Second, this model tries to reproduce the stylized fact that, in an opened economy under a regime of flexible exchange rate, the impact of an expansionary monetary policy over prices can be immediate, through the effect in the exchange rate. With this goal, the Dornbusch´s original model has been extended to take into account the depreciation rate of the exchange rate, as an argument of the Phillip´s Curve. In this extension we assume, as in the basic model, that there is no adjustment in prices due to the excess of demand in the good market, in the short run; while the adjustment that is generated by the movement of the exchange rate is instantaneous.

DINERO E INFLACIÓN: EL OVERSHOOTING Y EL CANAL DEL TIPO DE CAMBIO

Waldo Mendoza y Ricardo Huamán[1]

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se desarrolla el modelo de desbordamiento (“overshooting”) del tipo de cambio de Dornbusch (1976) en dos direcciones. En primer lugar, en la línea de Wilson (1979), a diferencia del modelo original de Dornbusch, se asume el cumplimiento de la hipótesis de expectativas racionales. En este marco, al que denominamos modelo básico, se analizan los efectos de políticas no anticipadas y anticipadas. Estas últimas son aquellas en las que se anuncia el cambio de política económica, pero su implementación tendrá lugar en un momento futuro fijado de antemano.

En segundo lugar, en el modelo de Dornbusch, la conexión entre la política monetaria y los precios no es inmediata, lo cual no parece ser consistente con los hechos de las economías abiertas con tipo de cambio flexible, donde opera el canal del tipo de cambio. Buscando replicar este hecho estilizado, se ha extendido el modelo original incorporando la tasa de depreciación del tipo de cambio como un argumento de la Curva de Phillips. En este modelo extendido, se asume que, como en el modelo básico, el ajuste en los precios que se genera por el exceso de demanda en el mercado de bienes, en el corto plazo, es nulo; mientras que el tipo de cambio sí afecta inmediatamente a los precios.

El modelo tiene tres variables endógenas: la tasa de interés, el tipo de cambio y el nivel de precios. Dado que existe una relación lineal entre la tasa de interés y los precios, el modelo se puede expresar como un sistema dinámico con dos ecuaciones diferenciales, una para determinar la evolución del tipo de cambio nominal y otra para determinar la dinámica del nivel de precios.

En el modelo básico, una expansión no anticipada de la oferta nominal de dinero, en el corto plazo, eleva la oferta monetaria real, pues los precios se asumen fijos. Por ello, tiene lugar una caída de la tasa de interés, lo que implica que los activos denominados en moneda extranjera sean más rentables, dando lugar a una elevación del tipo de cambio. Además de

[1] Profesores del Departamento de Economía de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

este efecto, existe otro que refuerza la depreciación del tipo de cambio. Por el supuesto de expectativas racionales, los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual constituye una razón más para adquirir activos en moneda extranjera, con el consiguiente aumento del tipo de cambio. Como resultado, el tipo de cambio se eleva por encima de su valor de largo plazo, es decir, sobrereacciona. En el largo plazo, como en los modelos clásicos, el dinero no impacta en las variables reales.

Por otro lado, en el caso de una expansión monetaria anticipada, en el corto plazo, por el supuesto de expectativas racionales, el solo anuncio impacta en el tipo de cambio. En efecto, por el supuesto de expectativas racionales, luego del anuncio, los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual los induce adquirir activos en moneda extranjera inmediatamente después del anuncio, con el consiguiente aumento del tipo de cambio. Los precios, por el supuesto de precios fijos, se mantienen constantes y la tasa de interés interna no ha variado, pues aún no ha tenido lugar la expansión monetaria. El overshooting del tipo de cambio no está garantizado, pero se puede afirmar que el overshooting será más probable, mientras menor sea el tiempo transcurrido entre la fecha del anuncio y la fecha de la implementación de la expansión monetaria. En el largo plazo, el resultado es similar que en el caso no anticipado: el dinero no impacta en las variables reales.

Cuando se introduce la tasa de depreciación como un argumento de la oferta agregada, en la extensión del modelo básico, una expansión monetaria no anticipada, en el corto plazo, produce el overshooting del tipo de cambio y una caída de la tasa de interés interna, como en el modelo básico; pero, además, produce la elevación de los precios. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

En el modelo extendido, para el caso de una expansión monetaria anticipada, como en el modelo básico, en el corto plazo el overshooting del tipo de cambio ya no está garantizado. Pero además, en esta extensión del modelo, la elevación del tipo de cambio impacta sobre los precios y éstos sobre la tasa de interés interna. La tendencia de mediano plazo para los tramos anterior y posterior de la implementación de la política es la misma en ambos modelos. Asimismo, los impactos de largo plazo son iguales que en el modelo básico.

En la siguiente sección presentamos el modelo básico. En la sección 4 analizamos conceptualmente los efectos de corto plazo, mediano plazo y largo plazo de las políticas anticipadas y no anticipadas en general. En la sección 5, se muestran los efectos de una política monetaria y fiscal así como también los efectos de una elevación de la tasa de interés externa en la dinámica del tipo de cambio y los precios, en el caso anticipado y no anticipado. En la sección 6, se extiende el modelo incorporando la tasa de depreciación como un argumento de la Curva de Phillips, y se ilustra su funcionamiento mostrando los efectos de una expansión monetaria anticipada y no anticipada. Finalmente, se presentan dos apéndices en los que se detallan los resultados matemáticos obtenidos.

2. EL MODELO BÁSICO

El marco institucional del modelo de Dornbusch supone las siguientes características:

- País pequeño y abierto, lo que significa que los precios y las tasas de interés externa están dados.
- El mercado monetario está siempre en equilibrio.
- El mercado de bienes puede estar en desequilibrio en el corto plazo, por lo que el ajuste de precios en el mercado de bienes es lento y la inflación se determina de acuerdo a la curva de Phillips.
- Se cumple la paridad de interés descubierta; es decir, el diferencial de los tipos de interés nominales de los activos internos y extranjeros es igual a la tasa de depreciación (o apreciación) esperada de la moneda nacional[2].
- La paridad del poder de compra se cumple sólo en el largo plazo; no en el corto plazo.
- El régimen cambiario es de tipo de cambio flexible.

En esta presentación del modelo, al que denominamos modelo básico, a diferencia de la presentación original de Dornbusch, se considera que los agentes tienen expectativas racionales[3].

[2] Los activos doméstico y externo son sustitutos perfectos.
[3] Aunque Dornbusch asume expectativas adaptativas, más adelante muestra que para algún valor del parámetro de ajuste de expectativas, el supuesto es equivalente al de expectativas racionales. Véase, también, Ferguson y Lim (1998).

Como en el modelo de Dornbusch, todas las variables, con excepción de las tasas de interés y la depreciación esperada, están en logaritmos. Asimismo, todos los coeficientes tienen valores positivos.

- **La libre movilidad de capitales y las expectativas sobre el tipo de cambio.**

Se supone que se cumple la paridad de intereses descubierta en todo momento del tiempo. Es decir, la tasa de interés interna debe ser igual a la tasa de interés externa, compensada por la expectativa de depreciación o apreciación, según corresponda. Siendo $\overset{o}{e}{}^{e}$ la tasa esperada de variación del tipo de cambio, i e $i*$ las tasas de interés de los activos denominados en moneda nacional y extranjera, respectivamente, la ecuación de paridad queda descrita así:

$$i = i^* + \overset{o}{e}{}^{e} \tag{1}$$

Para especificar completamente la ecuación anterior es necesario incorporar un esquema de formación de expectativas. Suponemos que existen expectativas racionales, que en este modelo determinista, equivale a suponer previsión perfecta. Esto garantiza que el error de predicción sea igual a cero en cada instante del tiempo, es decir, ante una perturbación, los agentes conocen los efectos de corto plazo y de largo plazo de estas políticas, y los incorporan en sus decisiones del momento actual. Según la notación introducida, este supuesto, de que la depreciación esperada es igual a la depreciación efectiva, queda descrito de la siguiente manera[4]:

$$\overset{o}{e}{}^{e} = \overset{o}{e} \tag{2}$$

En consecuencia, la ecuación de paridad no cubierta de intereses, con expectativas racionales, viene dada por la siguiente expresión:

$$i = i^* + \overset{o}{e} \tag{3}$$

[4] Para ganar intuición, conviene precisar el equivalente en tiempo discreto de estas ecuaciones. La variación del tipo de cambio, $\overset{o}{e}(t)$, se puede aproximar como $e(t+1) - e(t)$; mientras que $\overset{o}{e}{}^{e}(t)$ como $e_t^e(t+1) - e(t)$, donde $e_t^e(t+1)$ es la expectativa que se tiene en el momento t del tipo de cambio un periodo adelante.

- **El mercado de dinero.**

El equilibrio en el mercado monetario se produce cuando la oferta real de dinero $(m-p)$ iguala a la demanda, la cual depende directamente del producto (de pleno empleo, $\bar{y}$) e inversamente de la tasa de interés. En este mercado la variable de ajuste es la tasa de interés interna i.

$$m-p=\psi\bar{y}-\alpha i \tag{4}$$

- **El mercado de bienes y la Curva de Phillips.**

El nivel de precios se determina en la Curva de Phillips. Un exceso de demanda en relación al producto potencial eleva los precios; mientras que si la demanda es menor que el producto potencial, los precios disminuyen.

Siendo q la tasa de ajuste de los precios al exceso de demanda, $y^d-\bar{y}$, la ecuación que describe la Curva de Phillips viene dada por:

$$\overset{o}{p}=q(y^d-\bar{y}) \tag{5}$$

Por otro lado, la demanda viene determinada por:

$$y^d=\beta_0+\beta_1(e+p^*-p)+\beta_2\bar{y}-\beta_3 i \ , \ \ 0<\beta_2<1 \tag{6}$$

En esta ecuación, β_0 representa el gasto autónomo de la demanda (digamos, el gasto público), β_1 es la elasticidad de la demanda agregada respecto al tipo de cambio real, β_2 respecto al ingreso[5], y β_3 respecto a la tasa de interés interna i. Los precios externos lo denotamos como p^*.

Sustituyendo la ecuación (6) en la (5), tenemos la Curva de Phillips, que incorpora los componentes de la demanda agregada.

$$\overset{o}{p}=q\left[\beta_0+\beta_1(e+p^*-p)-(1-\beta_2)\bar{y}-\beta_3 i\right] \tag{7}$$

[5] Este coeficiente toma valores entre cero y uno.

Se asume que los precios no reaccionan en el corto plazo. Por ello, en este mercado pueden registrarse desequilibrios transitorios, en contraposición con el mercado de activos, donde la tasa de interés y el tipo de cambio se ajustan en todo momento para asegurar el equilibrio[6].

- **El equilibrio general del modelo**

El modelo tiene tres variables endógenas: la tasa de interés, que se determina en el mercado monetario; el tipo de cambio, que se determina en la ecuación de arbitraje, y los precios, que se determinan en la Curva de Phillips. Dado que existe una relación lineal entre la tasa de interés y los precios, el modelo se puede expresar como un sistema dinámico con dos ecuaciones diferenciales, una para el tipo de cambio y otra para los precios.

La ecuación diferencial que describe la dinámica del tipo de cambio se determina conjugando las ecuaciones del equilibrio en el mercado monetario, ecuación (4), con el cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses, ecuación (3).

$$\overset{o}{e} = \frac{1}{\alpha}(p - m + \psi\bar{y}) - i^* \tag{8}$$

Esta ecuación, por construcción, garantiza no sólo el cumplimiento de equilibrio en el mercado monetario, sino que, además, asegura que los rendimientos de los activos denominados en moneda nacional y en moneda extranjera, una vez considerada la depreciación esperada, se igualen. Asimismo, supone el cumplimiento de la hipótesis de expectativas racionales.

Por otro lado, para hallar la ecuación diferencial que refleje la dinámica del comportamiento de los precios, deducimos la tasa de interés interna a partir de la ecuación (4), y la introducimos en la ecuación (7), obteniendo que:

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)p - q\left(1 - \beta 2 + \frac{\beta 3\psi}{\alpha}\right)\bar{y} + q\beta_1 p^* + \frac{q\beta 3}{\alpha}m \tag{9}$$

[6] Como muestra García-Cobián (2003), este supuesto no es necesario para garantizar el overshooting del tipo de cambio. Es suficiente que los precios se ajusten más lentamente que el tipo de cambio. Cabe precisar que Dornsbusch (1976) ya lo había señalado, aunque en su presentación opta por la simplificación al asumir precios fijos en el corto plazo.

Las ecuaciones (8) y (9) forman el sistema de ecuaciones diferenciales del modelo. Nótese que el modelo está expresado en términos de dos variables endógenas, el tipo de cambio y los precios. Esto ha sido posible porque el equilibrio en el mercado monetario implica que una vez determinado los precios internos, y dadas las variables exógenas, se puede determinar la tasa de interés interna de equilibrio, de acuerdo con la ecuación (4).

En síntesis, el modelo queda representado por las ecuaciones del equilibrio conjunto en los mercados de activos, ecuación (8), y del equilibrio conjunto en el mercado de bienes y dinero, ecuación (9).

$$\overset{o}{e} = \frac{1}{\alpha}(p - m + \psi\bar{y}) - i^* \tag{8}$$

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)p - q\left(1 - \beta_2 + \frac{\beta_3\psi}{\alpha}\right)\bar{y} + q\beta_1 p^* + \frac{q\beta_3}{\alpha}m \tag{9}$$

Como en todo modelo dinámico, podemos preguntarnos por los efectos a corto, a mediano y a largo plazo de distintos eventos exógenos, sobre las variables endógenas del modelo. En este modelo, el corto plazo está caracterizado por el ajuste sólo en el tipo de cambio y en la tasa de interés, mientras los precios internos se suponen constantes. En el mediano plazo, los precios varían junto con el tipo de cambio y la tasa de interés, en el camino hacia el largo plazo. En el largo plazo, o equilibrio estacionario, todas las variables endógenas alcanzan un valor estacionario, constante.

2.1 Las políticas anticipadas y no anticipadas

El efecto de largo plazo de las políticas anticipadas es el mismo que el de las no anticipadas, pues las ecuaciones del equilibrio estacionario son las mismas en ambos casos.

Las diferencias están en los efectos de corto plazo y la trayectoria de mediano plazo. Las políticas anticipadas generan inmediatamente, en el corto plazo, sólo un efecto de anuncio; mientras que las políticas no anticipadas generan, además, el efecto del shock o de la implementación de la política.

El anuncio de la política que se va a implementar en el futuro, por el supuesto de expectativas racionales, implica que los agentes traten de anticiparse a las variaciones esperadas del tipo de cambio, generando movimientos del tipo de cambio, incluso antes de que tenga lugar algún cambio en las variables exógenas. Por ejemplo, en caso que la política anunciada implique una caída del tipo de cambio en el largo plazo, los agentes racionales y maximizadores de rentabilidad venderán sus activos en dólares. Aunque la apreciación del tipo de cambio tendrá lugar en el futuro, cada uno de los agentes trata de ser el primero en actuar. Dado que la única manera de ser el primero es actuar hoy, el tipo de cambio da un salto discreto sólo por el efecto del anuncio, en el instante mismo en el que se produce éste. Por el contrario, los precios no varían, pues suponemos que están fijos en el corto plazo.

En el mediano plazo, la respuesta sobre las políticas anticipadas puede separarse en dos tramos en los cuales el comportamiento de las variables endógenas es diferente. El primero, antes de la implementación de la política, y el segundo, después que la política ha tenido lugar. En el caso de las políticas no anticipadas, las variables endógenas presentan un comportamiento único en su trayectoria al nuevo equilibrio estacionario.

- **Efectos de largo plazo**

En el equilibrio estacionario, es decir, cuando las variables endógenas alcanzan su valor definitivo de equilibrio, tanto los precios como el tipo de cambio se estabilizan ($\overset{\circ}{p} = \overset{\circ}{e} = 0$). En consecuencia, el sistema de ecuaciones diferenciales (8) y (9) del modelo se transforma en:

$$p = m - \psi\bar{y} + \alpha i^{*} \tag{10}$$

$$e = -\frac{\beta_0}{\beta_1} + \left(1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1}\right)p - \frac{\beta_2}{\alpha\beta_1}m + \left(\frac{\alpha(1-\beta_2) + \beta_3\psi}{\alpha\beta_1}\right)\bar{y} - p^{*} \tag{11}$$

En este sistema de ecuaciones, del largo plazo o equilibrio estacionario, es evidente que el nivel de precios se determina en la ecuación (10)[7] y el tipo de cambio se determina en la ecuación (11).

[7] El tipo de cambio no está presente en este mercado.

Las ecuaciones del equilibrio estacionario pueden graficarse en el plano de los precios y el tipo de cambio (p,e), tal como se muestra en la figura 1. La recta LM, ecuación (10), representa el equilibrio conjunto en los mercados de activos; mientras que la recta IS, ecuación (11), representa el equilibrio conjunto en el mercado de bienes y el mercado monetario.

La pendiente positiva de la recta IS se explica de la siguiente manera. Si se produce una elevación del nivel de precios, por un lado, se reduce el tipo de cambio real y por tanto se reduce la demanda de bienes y, por otro lado, se reduce la oferta monetaria real, con lo que se eleva la tasa de interés, configurándose una fuerza adicional para la reducción de la demanda. Para reestablecer el equilibrio, es decir, para que la demanda vuelva a su nivel original, dado que debe igualarse al producto de pleno empleo, que es constante, el tipo de cambio nominal tiene que elevarse.

Por otro lado, la LM es perfectamente inelástica porque una elevación del tipo de cambio, en el largo plazo, no tiene efectos ni en el mercado monetario ni en la ecuación de arbitraje, y en consecuencia no tiene efectos en el nivel de precios.

Las pendientes de estas curvas son:

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{LM} = \infty \tag{12}$$

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{IS} = 1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1} > 0 \tag{13}$$

Dado que, como veremos más adelante, el modelo es estable con punto de silla, el equilibrio de largo plazo o equilibrio estacionario para los precios $\tilde{p}$ y el tipo de cambio $\tilde{e}$ puede hallarse a partir del sistema de ecuaciones (10) y (11). Resolviendo este sistema, se obtiene:

$$\tilde{p} = m - \psi\bar{y} + \alpha i^{*} \tag{14}$$

$$\tilde{e} = m - \frac{1}{\beta_1}\beta_0 + \left(\frac{(1-\beta_2) - \psi\beta_1}{\beta_1}\right)\bar{y} + \frac{(\alpha\beta_1 + \beta_3)}{\beta_1} i^{*} - p^{*} \qquad (15)$$

De esta manera, en el largo plazo, el nivel de precios depende directamente de la cantidad de dinero, en una relación uno a uno, inversamente del producto potencial y directamente de la tasa de interés externa. Por otro lado, el tipo de cambio nominal depende directamente de la cantidad de dinero, también en una relación de uno a uno, directamente de la tasa de interés internacional, inversamente del gasto público, directamente del producto potencial[8] e inversamente de los precios externos.

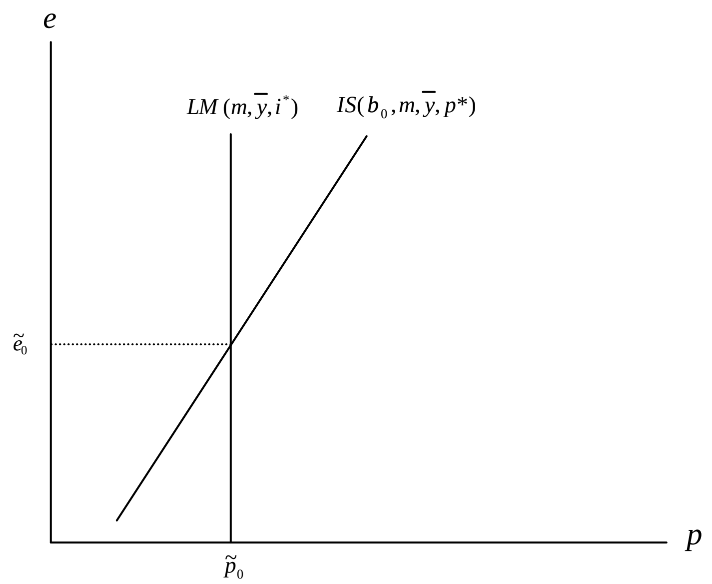
Asimismo, denotando como e_r el tipo de cambio real, su nivel de largo plazo, por definición, es igual a:

$$\tilde{e}_r = \tilde{e} + p^{*} - \tilde{p} = -\frac{1}{\beta_1}\beta_0 + \left(\frac{1-\beta_2}{\beta_1}\right)\bar{y} + \frac{\beta_3}{\beta_1} i^{*} \qquad (16)$$

De lo cual se deduce que el tipo de cambio real en el largo plazo depende inversamente del gasto público, directamente de la tasa de interés externa y del producto potencial, y no recibe la influencia de la oferta monetaria.

[8] Suponiendo que $b_2 + y b_1 < 1$

Figura 1



El equilibrio general.
El nivel de equilibrio de los precios y el tipo de cambio viene determinado por la intersección de las curvas IS y LM.

Asumiendo que inicialmente la economía se encontraba en el estado estacionario $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ y denotando como $(\tilde{p}_1, \tilde{e}_1)$ el nuevo nivel del estado estacionario, $d\tilde{p} = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0$ y $d\tilde{e} = \tilde{e}_1 - \tilde{e}_0$ miden los efectos de largo plazo correspondientes. Estos efectos se obtienen tomando diferencias a las ecuaciones (14) y (15):

$$d\tilde{p} = dm - \psi d\bar{y} + \alpha di^* \tag{17}$$

$$d\tilde{e} = dm - \frac{1}{\beta_1} d\beta_0 + \left(\frac{(1-\beta_2) - \psi\beta_1}{\beta_1} \right) d\bar{y} + \frac{(\alpha\beta_1 + \beta_3)}{\beta_1} di^* - dp^* \tag{18}$$

Donde, por ejemplo, dm denota la variación de la oferta monetaria $m_1 - m_0$, es decir, el cambio desde su valor inicial m_0 a su nuevo nivel m_1.

Asimismo, siendo $\tilde{e}_{r0}$ el nivel de tipo de cambio real del equilibrio inicial y $\tilde{e}_{r1}$ el de largo plazo final y denotando $d\tilde{e}_r = \tilde{e}_{r1} - \tilde{e}_{r0}$, tomando diferencias a la ecuación (16), podemos escribir que:

$$d\tilde{e}_r = d\tilde{e} + dp^* - d\tilde{p} = -\frac{1}{\beta_1} d\beta_0 + \left(\frac{1-\beta_2}{\beta_1}\right) d\bar{y} + \frac{\beta_3}{\beta_1} di^* \qquad (19)$$

De esta manera, la variación del tipo de cambio real en el largo plazo depende sólo de los cambios en la política fiscal, en el producto potencial y en la tasa de interés externa. En particular, nótese que una elevación del nivel de precios externos no altera el tipo de cambio real en el largo plazo. Esto se debe a que la variación del nivel de precios externos implica, según la ecuación (18), una variación de igual magnitud y de signo contrario en el tipo de cambio nominal de largo plazo.

Por último, por la ecuación (3), se concluye que la tasa de interés interna en el largo plazo es igual a la tasa de interés externa, es decir, $\tilde{i} = i^*$, lo cual implica que:

$$d\tilde{i} = di^* \qquad (20)$$

- **La estabilidad del equilibrio.**

A continuación vamos a explicar la cuestión de la estabilidad del modelo.

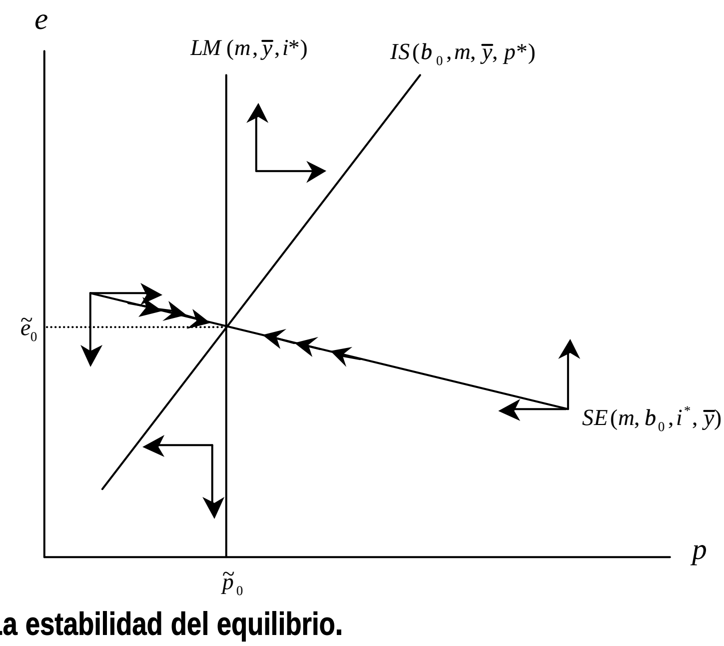
Los puntos que están por debajo o a la derecha de la curva IS, representan puntos donde hay exceso de oferta de bienes debido a que el tipo de cambio es más bajo respecto al nivel que equilibraría los mercados de bienes y de dinero. Por lo tanto, en estos puntos, de exceso de oferta de bienes, los precios tienden a reducirse, lo que señalamos con una flecha apuntando hacia la izquierda ($\leftarrow$).

Por el contrario, si estamos a la izquierda o por encima de la IS, el tipo de cambio es mayor que el que se requiere para el equilibrio de los mercados de bienes y el mercado monetario, y hay en consecuencia un exceso de demanda que tiende a elevar el nivel de precios. En términos gráficos, estos puntos tendrán flechas apuntando hacia la derecha ($\rightarrow$).

Por el lado del equilibrio en los mercados de activos, en los puntos que están a la izquierda de la LM, al ser el nivel de precios más bajo que el que se requeriría para alcanzar el equilibrio en el mercado de activos, la oferta monetaria real es alta, lo que implica una tasa de interés por debajo del equilibrio, por lo que, para que se cumpla la ecuación de paridad no cubierta de intereses, el público debe esperar una apreciación del tipo de cambio, es decir $\overset{o}{e} < 0$, lo que gráficamente se representa con flechas hacia abajo, ($\downarrow$). Con un razonamiento similar, se concluye que en los puntos a la derecha de la curva LM, dan lugar a $\overset{o}{e} > 0$, lo que gráficamente se representa con flechas hacia arriba, ($\uparrow$).

Dadas estas características de la dinámica de ajuste de los precios y el tipo de cambio, se concluye que el modelo presenta una única senda estable de pendiente negativa, tal como se muestra en la figura 2.

Figura 2



La estabilidad del equilibrio.
Dadas la dinámica de ajuste de los precios y del tipo de cambio, el modelo es estable con punto de silla y la senda estable es de pendiente negativa.

De esta manera, puntos que alcanzan la senda estable se encaminan al nivel de equilibrio de largo plazo, inevitablemente[9]. La ecuación que describe esta senda, que se obtiene en la ecuación 46 del apéndice, viene dada por:

$$e = \frac{1}{\alpha\lambda_2} p - \frac{1}{\alpha\lambda_2} \tilde{p} + \tilde{e} \tag{21}$$

Con pendiente igual a:

$$\frac{de}{dp} = \frac{1}{\alpha\lambda_2} < 0 \text{, pues } \lambda_2 < 0 \tag{22}$$

Donde:

$$\lambda_2 = -\frac{\sqrt{\left(q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)\right)^2 + \frac{4q}{\alpha}\beta_1}}{2} - \frac{q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)}{2} < 0 \tag{23}$$

- **Efectos de corto y mediano plazo de políticas no anticipadas.**

Asumiendo que inicialmente la economía se encontraba en el estado estacionario $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ y denotando como $p(0)$ y $e(0)$ el nivel de precios y de tipo de cambio de corto plazo, respectivamente, $dp(0) = p(0) - \tilde{p}_0$ y $de(0) = e(0) - \tilde{e}_0$ miden los efectos de corto plazo correspondientes.

En el corto plazo, dado el supuesto de que los precios son fijos, $p(0) = \tilde{p}_0$, la variación en el tipo de cambio se obtiene de la diferencia vertical entre las dos sendas estables, una

9 Los puntos que se encuentran fuera de la senda estable no son convergentes; de allí que se podría pensar que sólo por casualidad se estaría en la senda estable. Afortunadamente, éste no es el caso. En los modelos con expectativas racionales, como el que presentamos, los equilibrios son convergentes. Esto se muestra por contradicción. Si los agentes no están en la senda estable, significa que nunca alcanzarán el equilibrio estacionario, lo cual no es consistente con el supuesto de expectativas racionales en el que los agentes saben que el resultado final será el equilibrio estacionario y que, en consecuencia, tarde o temprano deberán estar en la senda que los conduce a él. Un vez que la economía se encuentra en la senda estable los agentes no tienen incentivos para alejarse de esta trayectoria, pues saben que es la consistente con lo que esperan. Para una discusión más amplia, véase Begg (1982) Pág. 37-43.

después de algún cambio exógeno permanente y la otra con anterioridad a este shock. Según la ecuación (52) del apéndice A, se obtiene que:

$$de(0) = -\frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p} + d\tilde{e}\,, \quad \lambda_2 < 0 \qquad (24)$$

Esta ecuación implica que, dado un shock exógeno, la variación del tipo de cambio en el corto plazo es igual a la variación del tipo de cambio en el largo plazo, más una proporción de la variación del nivel de precios en el largo plazo. En otras palabras, si un cambio exógeno conduce a una elevación conjunta del tipo de cambio y de los precios en el largo plazo, la variación del tipo de cambio en el corto plazo será mayor que el de largo plazo, es decir, tendrá lugar un overshooting del tipo de cambio[10].

Usando los multiplicadores del tipo de cambio y de los precios en el largo plazo, que hallamos en las ecuaciones (17) y (18), podemos reescribir la ecuación (24) de la siguiente manera:

$$de(0) = \left[-\frac{1}{\beta_1}\right]d\beta_o + \left[1-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]dm + \left[\frac{\psi}{\alpha\lambda_2} + \frac{(1-\beta_2)-\psi\beta_1}{\beta_1}\right]d\bar{y} + \left[\frac{\alpha\beta_1+\beta_3}{\beta_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right]di^* - dp^* \quad (25)$$

A partir de la ecuación anterior, los efectos en el tipo de cambio real, el cual denotamos como e_r, vienen dadas, por definición, por la siguiente expresión:

$$de_r(0) = \left[-\frac{1}{\beta_1}\right]d\beta_o + \left[1-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]dm + \left[\frac{\psi}{\alpha\lambda_2} + \frac{(1-\beta_2)-\psi\beta_1}{\beta_1}\right]d\bar{y} + \left[\frac{\alpha\beta_1+\beta_3}{\beta_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right]di^* \quad (26)$$

Asimismo, usando la ecuación (4), se obtienen los efectos de corto plazo en la tasa de interés interna:

$$di(0) = i(0) - \tilde{i}_0 = \frac{\psi}{\alpha}d\bar{y} - \frac{1}{\alpha}dm \qquad (27)$$

10 Esta desigualdad se cumple en términos de valor absoluto. Es decir, shocks que conducen a una caída conjunta de los precios y el tipo de cambio en el largo plazo, generan una caída mayor en el tipo de cambio en el corto plazo, esto es, tiene lugar un undershooting del tipo de cambio.

Para el mediano plazo, para el caso de políticas no anticipadas, como habíamos señalado, una vez que la economía alcanza la nueva senda estable con precios $p(0)$ y tipo de cambio nominal $e(0)$, se conduce a través de ésta hasta alcanzar el nuevo equilibrio estacionario, el cual denotamos por $(\tilde{p}_1, \tilde{e}_1)$. En el apéndice A, deducimos que estas trayectorias para los precios, el tipo de cambio nominal, el tipo de cambio real y la tasa de interés vienen dadas por:

$$p(t) = (\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_1 \quad , \quad t \geq 0 \tag{28}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2}(\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_1, \qquad t \geq 0 \tag{29}$$

$$e_r(t) = (\tilde{p}_1 - \tilde{p}_0)\varepsilon^{\lambda_2 t}\left(1 - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\right) + \tilde{e}_r \quad , \qquad t \geq 0 \tag{30}$$

$$i(t) = \frac{1}{\alpha}(\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + i^* \quad , \quad t \geq 0 \tag{31}$$

Donde $\varepsilon = 2.71828\ldots$ (base del logaritmo neperiano).

En las ecuaciones anteriores puede observarse que si, por ejemplo, tiene lugar un shock permanente que eleva los precios en el largo plazo, $(\tilde{p}_o - \tilde{p}_1 < 0)$, en el mediano plazo, los precios y la tasa de interés interna decrecen exponencialmente y, por el contrario, el tipo de cambio crece exponencialmente, hacia su nivel de equilibrio estacionario.

- **Efectos de corto y mediano plazo de políticas anticipadas[11].**

Sea $t = 0$, el momento del anuncio y $t = T$, el momento de la implementación de la política anunciada, donde $e(T)$ y $p(T)$ representan el tipo de cambio y los precios en el momento que toma lugar el cambio exógeno.

---

[11] Wilson (1979) extendió el análisis de Dornbusch (1976) para el caso en el que la política es anticipada.

En el corto plazo, se produce el efecto de anuncio, desde el equilibrio de largo plazo inicial $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$, hasta el efecto de impacto inicial $p(0)$ y $e(0)$, y $de(0) = e(0) - \tilde{e}_0$, denota el efecto de corto plazo en el tipo de cambio. Como hemos supuesto que los precios se mantienen constantes en el corto plazo, se debe cumplir que $dp(0) = 0$, pues $p(0) = \tilde{p}_0$. De manera similar, $de_r(0) = e_r(0) - \tilde{e}_{r0}$ y $di(0) = i(0) - \tilde{i}_0$ denotan los efectos de corto plazo en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente.

En el mediano plazo, hay que distinguir dos tramos. (i) Desde el efecto del corto plazo hasta el momento de la implementación de la política, que denotamos como $e(T) - e(0)$ y $p(T) - p(0)$, para el tipo de cambio y los precios, respectivamente. De manera similar, $e_r(T) - e_r(0)$ y $i(T) - i(0)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente. (ii) Después de la implementación de la política en la trayectoria hacia el largo plazo final, la cual corresponde a la nueva senda estable. Los efectos correspondientes se denotan como $\tilde{e}_1 - e(T)$ y $\tilde{p}_1 - p(T)$. Asimismo, $\tilde{e}_{r1} - e_r(T)$ y $\tilde{i}_1 - i(T)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente.

Cuando el shock o la política es anticipada, la existencia de un overshooting del tipo de cambio nominal ya no está garantizada. Sin embargo, puede afirmarse que mientras más cerca esté la fecha de implementación de la política de la fecha de anuncio, más probable es que tenga lugar el overshooting. Esto puede observarse en la siguiente ecuación, cuya deducción se detalla en el apéndice B.

$$de(0) = \left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2} d\tilde{p} \right] \varepsilon^{-\lambda_1 T}, \; \lambda_1 > 0 \quad \text{y } \lambda_2 < 0 \tag{32}$$

Como puede comprobarse, la relación que existe entre el efecto de corto plazo $de(0)$ y el tiempo de implementación de la política T es, en valor absoluto, negativa. Si imponemos $T = 0$ en la ecuación anterior, el efecto en el tipo de cambio de corto plazo es igual que para el caso de políticas no anticipadas[12], que viene dado por la ecuación (24). Si, por el contrario, imponemos un nivel de T muy grande el efecto en el tipo de cambio será muy pequeño.

12 Lo cual indica que el caso de políticas anticipadas es una generalización del caso de políticas no anticipadas.

Los efectos en el tipo de cambio real son:

$$de_r(0) = \left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2} d\tilde{p}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} + dp^*, \quad \lambda_1 > 0 \qquad y \quad \lambda_2 < 0 \tag{33}$$

En esta ecuación puede comprobarse que, a diferencia del caso de políticas no anticipadas, una variación de los precios externos sí afecta al tipo de cambio real.

Asimismo, los efectos de corto plazo en la tasa de interés interna son nulos, pues ninguna de las variables exógenas que entran en la ecuación (27), para el caso de políticas anticipadas, varían en el corto plazo. Es decir:

$$di(0) = 0 \tag{34}$$

En relación a la trayectoria de mediano plazo, conviene distinguir dos etapas o tramos. El primero, antes de la implementación de la política anunciada, y el segundo, después de la implementación. Las siguientes ecuaciones, que se deducen en el apéndice, describen la dinámica de los precios, el tipo de cambio nominal, el tipo de cambio real y la tasa de interés, para el primer tramo.

$$p(t) = \frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2} d\tilde{p}\right]\left[\varepsilon^{\lambda_1(t-T)} - \varepsilon^{\lambda_2 t - \lambda_1 T}\right] + \tilde{p}_0, \quad 0 \le t \le T \tag{35}$$

$$e(t) = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2} d\tilde{p}\right]\left[\lambda_2\varepsilon^{\lambda_1(t-T)} - \lambda_1\varepsilon^{\lambda_2 t - \lambda_1 T}\right] + \tilde{e}_0, \quad 0 \le t \le T \tag{36}$$

$$e_r(t) = e(t) - p(t) + p^* \tag{37}$$

$$i(t) = \frac{\psi\bar{y} - m}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} p(t) \tag{38}$$

De estas ecuaciones se desprende que si tiene lugar un shock exógeno que eleva los precios ($d\tilde{p} > 0$) y el tipo de cambio de largo plazo ($d\tilde{e} > 0$), en este tramo, los precios y el tipo de cambio están aumentando. Es decir, la relación que existe entre los precios $p(t)$ y el tipo de cambio $e(t)$ respecto al tiempo t es positiva.

Asimismo, las siguientes ecuaciones, que se deducen en el apéndice, describen la trayectoria de las variables en el segundo tramo.

$$p(t)=\frac{1}{(\lambda_1-\lambda_2)}\left[\left(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}\right)+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)}+\tilde{p}_1,\quad t\geq T \qquad (39)$$

$$e(t)=\frac{1}{\alpha\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)}\left[\left(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}\right)+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)}+\tilde{e}_1, t\geq T \qquad (40)$$

Conociendo la dinámica de los precios y el tipo de cambio, dadas en las ecuaciones (39) y (40), se puede saber la dinámica del tipo de cambio real y la tasa de interés interna, a saber:

$$e_r(t)=e(t)-p(t)+p^* \qquad (41)$$

$$i(t)=\frac{\psi\bar{y}-m}{\alpha}+\frac{1}{\alpha}p(t) \qquad (42)$$

Para conocer la dirección de cada una de estas variables en el tiempo, derivamos con respecto al tiempo t, y se obtiene que:

$$\overset{o}{p}(t)=\frac{\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)}\left[\left(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}\right)+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)},\quad t\geq T \qquad (43)$$

$$\overset{o}{e}(t)=\frac{\lambda_2}{\alpha\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)}\left[\left(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}\right)+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)},\ t\geq T \qquad (44)$$

$$\overset{o}{e}_r(t)=\overset{o}{e}(t)-\overset{o}{p}(t)+p^* \qquad (45)$$

$$\overset{o}{i}(t)=\frac{\psi\bar{y}-m}{\alpha}+\frac{1}{\alpha}\overset{o}{p}(t) \qquad (46)$$

En estas expresiones puede observarse que el signo de estas derivadas en general es ambiguo, a menos que se detallen los efectos de largo plazo $d\tilde{p}$ y $d\tilde{e}$. En el apéndice, mostramos que, después de una expansión monetaria permanente y anticipada, en la trayectoria hacia el largo plazo final sobre la senda estable, los precios están creciendo, mientras que el tipo de cambio decrece. Claramente, por la ecuación (37), el tipo de cambio real está decreciendo y, la tasa de interés, por la ecuación (38), está creciendo.

Adicionalmente, sin embargo, conjugando las ecuaciones (39) con la (43) y la (40) con la (44), se puede obtener, respectivamente:

$$\overset{o}{e}(t) = \lambda_2 \left(e(t) - \tilde{e}_1\right) \varepsilon^{\lambda_2 (t-T)}, \quad \lambda_2 < 0 \, , \; t \geq T \tag{47}$$

$$\overset{o}{p}(t) = \lambda_2 \left(p(t) - \tilde{p}_1\right) \varepsilon^{\lambda_2 (t-T)}, \quad \lambda_2 < 0 \, , \; t \geq T \tag{48}$$

Estas ecuaciones nos dicen que, como es de esperar, para este tramo, si el tipo de cambio y los precios están por debajo (encima) de sus niveles de equilibrio estacionario, estas variables deberán estar creciendo (decreciendo).

2.2 Política monetaria, contexto externo y overshooting del tipo de cambio.

- **Una expansión monetaria permanente no anticipada** $(dm > 0)$**.**

En el corto plazo, la elevación de la oferta nominal de dinero es equivalente a una elevación de la oferta real de dinero, pues los precios se asumen fijos. Este desequilibrio en el mercado monetario conduce a una caída de la tasa de interés interna, la cual, a su vez, da lugar a que los activos denominados en moneda extranjera sean más rentables en relación a los activos en moneda interna, generando así una mayor demanda por los primeros, lo que conduce a una elevación del tipo de cambio. Asimismo, por el supuesto de expectativas racionales, los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual constituye una razón más para adquirir activos en moneda extranjera, con el consiguiente aumento adicional del tipo de cambio. Como resultado de ambos efectos, el tipo de cambio se eleva por encima de su valor de largo plazo, es decir, sobrereacciona. En términos de la figura 3, la economía pasa del punto A al punto B.

De esta manera, podemos afirmar que un incremento de la oferta monetaria en un porcentaje determinado eleva el tipo de cambio y los precios en el largo plazo en la misma proporción; mientras que en el corto plazo, el tipo de cambio nominal se eleva por encima de este porcentaje[13]. Pero, ¿por qué este resultado?

La razón es la siguiente. Dado el supuesto de equilibrio permanente en los mercados de activos y dada la caída de la tasa de interés interna, la ecuación de paridad de intereses descubierta tiene que cumplirse sólo si los agentes esperan una apreciación del tipo de cambio en relación a su nivel de largo plazo. Como los agentes tienen expectativas racionales, la única forma de que esto sea cierto es que el tipo de cambio de corto plazo sea mayor que aquel que corresponde al nuevo nivel de equilibrio estacionario.

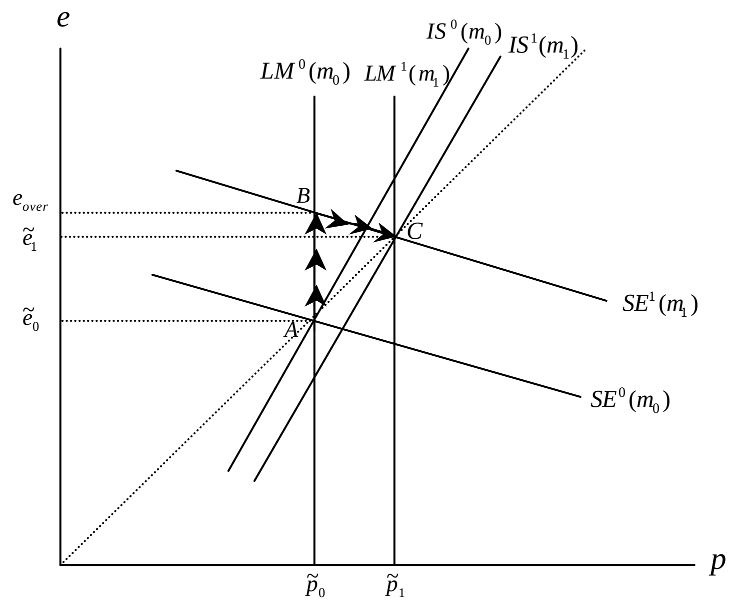
En la figura 3, el mediano plazo tiene lugar desde el punto B hacia el punto C. En el punto B, en relación al punto A, existe una tasa de interés más baja y un tipo de cambio más alto que genera un exceso de demanda de bienes en relación al producto potencial. Esta mayor demanda de bienes, por el mecanismo de la Curva de Phillips, conduce a una elevación del nivel de precios. El nivel de precios más elevado, reduce la oferta real de dinero, por lo que tiene lugar un aumento de la tasa de interés interna.

Este aumento de la tasa de interés es menor, en valor absoluto, que la caída inicial debido a la expansión monetaria. Por esta razón, la diferencia entre la tasa de interés interna y externa es negativa, es decir, $i - i^* < 0$. Dado el supuesto de expectativas racionales, la dinámica del tipo de cambio, reflejada en las ecuaciones (2) y (3), nos dice que:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* < 0$$

13 Lo que es interesante observar aquí, es que la magnitud de la variación del tipo de cambio en el corto plazo, depende no sólo de los parámetros de los mercados de activos, como a, sino también de los parámetros del mercado de bienes, ya que l_2 depende, por ejemplo, de b_1 y b_3. La explicación es la siguiente. Por la hipótesis de expectativas racionales, los agentes conocen cuál va a ser el nuevo nivel de equilibrio del tipo de cambio y los precios en el largo plazo, y en función a estos nuevos niveles esperados tomarán su decisión hoy. Por ello, tienen que tomar en cuenta también la sensibilidad de la demanda agregada a sus distintos componentes. En otras palabras, los agentes para formar sus expectativas resuelven todo el modelo, por eso, incluso los efectos de corto plazo dependen, en general, de todos los parámetros.

Figura 3



Efectos de una expansión monetaria permanente no anticipada.
Una elevación permanente y no anticipada de la oferta monetaria, genera que el tipo de cambio nominal se eleve por encima de su nivel de largo plazo. En el nuevo equilibrio estacionario, los precios y el tipo de cambio son más elevados, mientras la tasa de interés interna y el tipo de cambio real se mantienen constantes.

Por ello, y dado que la tasa de interes interna es menor que la tasa externa, los agentes esperan una apreciación que, por expectativas racionales, termina en una apreciación, efectivamente.

Este proceso de precios creciendo, tipo de cambio disminuyendo, expectativas de apreciación y tasas de interés interna creciendo, tiene lugar hasta que se alcanza el nuevo nivel de equilibrio estacionario.

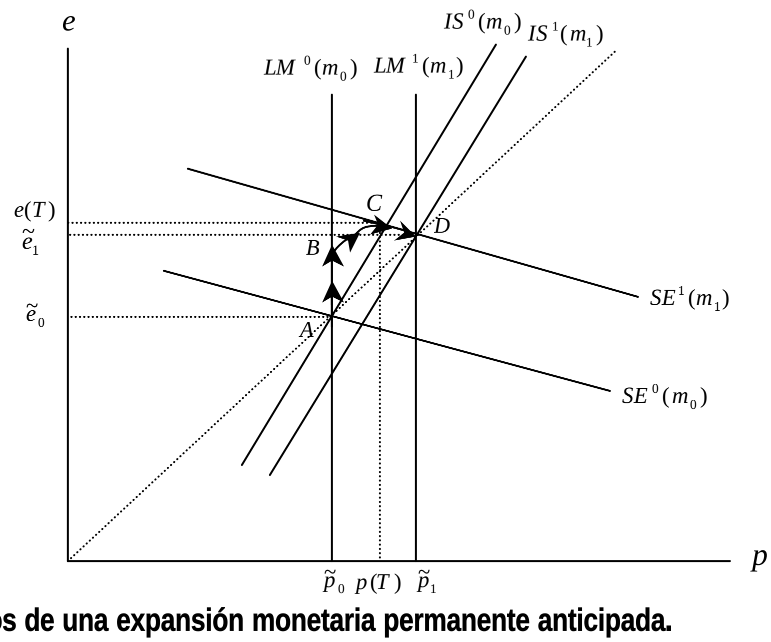
En consecuencia, debido a una elevación permanente y no anticipada de la oferta monetaria, se produce una elevación inmediata del tipo de cambio nominal por encima del nivel de largo plazo. En el nuevo equilibrio estacionario los precios y el tipo de cambio son más altos, mientras que la tasa de interés interna y el tipo de cambio real se mantienen constantes.

- **Una expansión monetaria permanente anticipada** $(\mathrm{dm} > 0)$ **.**

En el corto plazo, por el supuesto de expectativas racionales, el efecto del anuncio implica que los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual los induce adquirir activos en moneda extranjera inmediatamente después del anuncio, con el consiguiente aumento del tipo de cambio. Los precios, por el supuesto de precios fijos, se mantienen constantes y la tasa de interés interna no ha variado, pues aún no ha tenido lugar la expansión monetaria.

El overshooting del tipo de cambio no está garantizado, pero sí se puede afirmar que el overshooting tendrá lugar con mayor probabilidad, mientras menor sea el tiempo transcurrido entre la fecha del anuncio y la implementación de la expansión monetaria. En el gráfico 4, suponemos que no hay overshooting y la economía en el corto plazo se desplaza de A hacia B.

Figura 4



Efectos de una expansión monetaria permanente anticipada.
Una expansión monetaria anticipada, genera un incremento del tipo de cambio en el corto plazo por encima o por debajo de su nivel de largo plazo. En el primer tramo de la trayectoria de mediano plazo, antes que tenga lugar la expansión monetaria, los precios y el tipo de cambio se elevan; mientras que en el segundo tramo, el tipo de cambio disminuye y los precios siguen en aumento.

De esta manera, podemos afirmar que un incremento de la oferta monetaria en un porcentaje determinado eleva el tipo de cambio y los precios en el largo plazo en la misma proporción; mientras que en el corto plazo, el tipo de cambio nominal se eleva, pero puede estar por debajo o por encima de su nivel de largo plazo.

En el mediano plazo, en el tramo previo a la implementación de la política, el aumento del tipo de cambio nominal representa una elevación del tipo de cambio real, lo cual reactiva la demanda. De esta manera, tiene lugar un exceso de demanda en el mercado de bienes que, por el mecanismo de la Curva de Phillips, eleva los precios. En el mercado monetario, precios mayores, significan una reducción de la oferta real de dinero, lo que presiona al alza a la tasa de interés interna.

Esta elevación de la tasa de interés, por la paridad de intereses descubierta, induce inmediatamente a una expectativa de depreciación del tipo de cambio, la cual, por el supuesto de expectativas racionales, deprecia el tipo de cambio. Es decir, en este tramo se cumple que:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* > 0$$

De esta manera, esta trayectoria está caracterizada con tasas de interés, precios y tipo de cambio subiendo. La economía pasa del punto B al punto C en la figura 4.

En el mediano plazo, después que la expansión monetaria ha ocurrido, con los precios que no se han expandido totalmente, se produce una expansión real de la oferta de dinero, reduciendo la tasa de interés interna. Esta caída del rendimiento de los activos en moneda interna, es mayor, en valor absoluto, que la elevación que se originó en el primer tramo. De esta manera, se induce a una expectativa de apreciación del tipo de cambio que, por la ecuación (3), reduce el tipo de cambio. Así la trayectoria hacia el largo plazo, de C a D en la figura 4, tiene lugar con precios elevándose y tipo de cambio apreciándose.

En consecuencia, debido a una expansión monetaria anticipada, el tipo de cambio se eleva en el corto plazo por encima o por debajo de su nivel de largo plazo. En el primer tramo de la trayectoria de mediano plazo, antes que tenga lugar la expansión monetaria, los precios y el tipo de cambio se elevan; mientras que en el segundo tramo, el tipo de cambio disminuye y los precios siguen en aumento. En el estado estacionario, el resultado es el mismo que con una política no anticipada. Los precios y el tipo de cambio se han elevado, mientras que la tasa de interés y el tipo de cambio real se mantienen constantes.

- **Una elevación permanente no anticipada de la tasa de interés externa (** $di^{*} > 0$ **).**

Suponiendo que la economía se encontraba en equilibrio estacionario en el punto A de la figura 5, en el corto plazo, la elevación de la tasa de interés externa, al hacer más rentable los activos en moneda extranjera, induce a una elevación del tipo de cambio. De otro lado, debido a las expectativas racionales, los agentes esperan que el tipo de cambio sea mayor que el actual por lo cual van a demandar activos en moneda extranjera, depreciando, también por esta vía, el tipo de cambio. Estos dos efectos conjuntos dan como resultado un tipo de cambio de corto plazo mayor que el de largo plazo, dando lugar al overshooting. En términos de la figura 5, la economía pasa del punto A al punto B, situándose en la nueva senda estable.

La ecuación de paridad de intereses se equilibra con la expectativa de apreciación del tipo de cambio, lo cual es consistente con el supuesto de expectativas racionales, ya que el tipo de cambio de corto plazo está por encima de su nivel de largo plazo.

En el mediano plazo, la elevación del tipo de cambio nominal, dado que los precios aún no han variado, se traduce en un mayor tipo de cambio real, lo cual reactiva la demanda y, por el mecanismo de la curva de Phillips, eleva los precios. Precios más altos, a su vez, reducen la oferta real de dinero, dando lugar a una elevación de la tasa de interés interna.

Esta elevación de la tasa de interés interna es menor, en valor absoluto, que la elevación de la tasa de interés externa, por lo que se debe cumplir que:

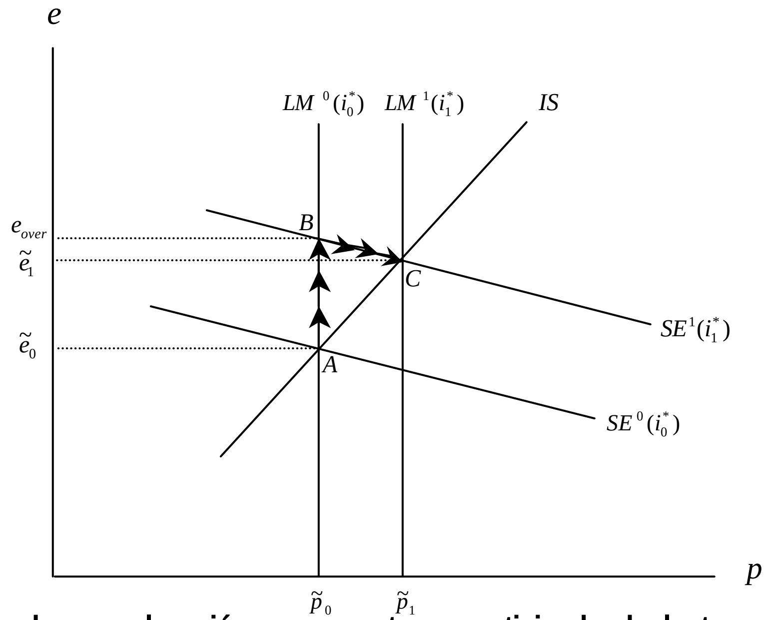
$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e^{e}} = i - i^{*} < 0$$

De esta expresión, se desprende que existen expectativas de apreciación del tipo de cambio, que se traducen en niveles de tipo de cambio más bajos.

Este proceso gradual con precios aumentando y tipo de cambio cayendo tiene lugar hasta que la economía alcance el nuevo equilibrio estacionario, en el punto C de la figura 5.

En conclusión, debido a un aumento permanente y no anticipado de la tasa de interés externa, el tipo de cambio nominal en el corto plazo se eleva por encima de su nivel de largo plazo. Luego, se produce un proceso gradual de aumento de los precios y caída del tipo de cambio a lo largo de la senda estable, hasta alcanzar el nuevo estado estacionario. En el equilibrio estacionario, los precios, el tipo de cambio y la tasa de interés se han elevado. La variación de esta última es igual a la variación de la tasa de interés externa.

Figura 5



Efectos de una elevación permanente no anticipada de la tasa de interés externa.

Un aumento permanente y no anticipado de la tasa de interés externa, incrementa el tipo de cambio nominal en el corto plazo por encima de su nivel de largo plazo. Posteriormente, se produce un proceso gradual de aumento de los precios y reducción del tipo de cambio a lo largo de la senda estable, hasta alcanzar el nuevo estado estacionario.

- **Una elevación permanente anticipada de la tasa de interés externa ($di^* > 0$).**

Como efecto del anuncio, debido a las expectativas racionales, los agentes esperan que el tipo de cambio sea mayor en el futuro. Por ello, van a demandar activos en moneda extranjera, produciendo una depreciación del tipo de cambio. El overshooting del tipo de cambio no está garantizado. En la figura 6, se asume que no hay overshooting, la economía pasa del punto A al punto B.

En el primer tramo de mediano plazo, antes del aumento de la tasa de interés externa, la elevación del tipo de cambio nominal, dado que los precios aún no han variado, se traducen en un mayor tipo de cambio real, lo cual reactiva la demanda, y, por el mecanismo de la curva de Phillips, eleva los precios. Precios más altos, a su vez, reducen la oferta real de dinero, dando lugar a una elevación de la tasa de interés interna. Esta elevación de la tasa de interés interna, dado que la tasa de interés externa no ha variado, implica que:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* > 0$$

Esta expresión indica que se ha generado una expectativa de depreciación del tipo de cambio que, por expectativas racionales, eleva el tipo de cambio. En la figura 6, esta trayectoria de B a C, se caracteriza con precios, tipo de cambio y tasa de interés interna en aumento.

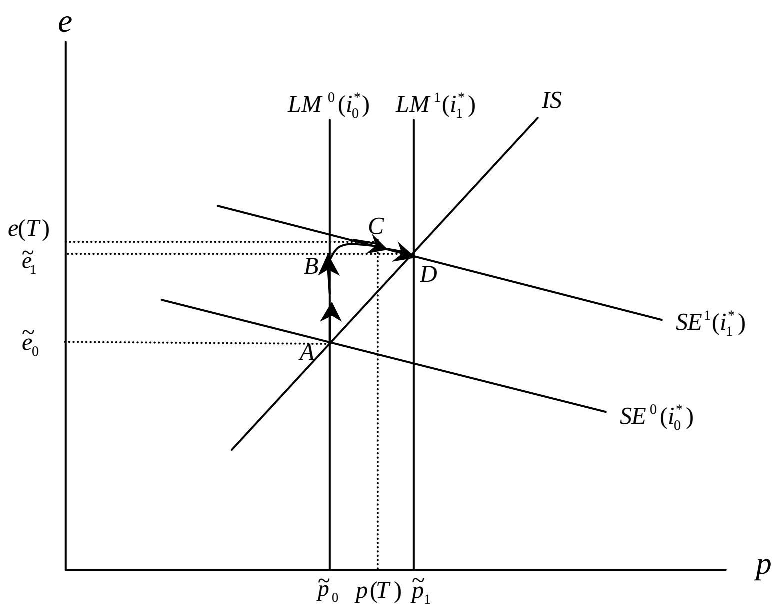
En el mediano plazo, después del aumento de la tasa de interés externa, el diferencial de tasas de interés en moneda nacional y la externa es negativo, es decir, el aumento de la tasa externa, es mayor al aumento de la tasa de interés interna. De las ecuaciones (2) y (3), se obtiene:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* < 0$$

Es decir, se produce una expectativa de apreciación del tipo de cambio, que reduce el tipo de cambio. Esta reducción del tipo de cambio nominal, genera una pequeña reducción del tipo de cambio real, que deprime algo la demanda, sin embargo el exceso de demanda todavía existe y, por tanto, los precios siguen subiendo. En el mercado monetario, precios mayores, reducen la oferta real de dinero, induciendo a una elevación de la tasa de interés. En términos de la figura 6 esta trayectoria está descrita por el paso de C a D.

En consecuencia, una elevación de la tasa de interés externa anticipada, eleva el tipo de cambio en el corto plazo por debajo o encima de su valor de largo plazo. En el primer tramo del mediano plazo los precios y el tipo de cambio se elevan; mientras que en el segundo tramo, luego del shock externo adverso, los precios siguen creciendo y el tipo de cambio se reduce. En el equilibrio estacionario, al igual que para el caso no anticipado, los precios y el tipo de cambio se elevan, y la tasa de interés interna aumenta en la misma magnitud que la elevación de la tasa de interés externa.

Figura 6



Efectos de una elevación permanente anticipada de la tasa de interés externa.
Un incremento de la tasa de interés externa anticipada, eleva el tipo de cambio en el corto plazo por debajo o encima de su valor de largo plazo. En el primer tramo del mediano plazo, los precios y el tipo de cambio se elevan; mientras que en el segundo tramo, luego del shock externo adverso, los precios siguen creciendo y el tipo de cambio se reduce.

- **Una expansión fiscal permanente no anticipada**[14] **($d\beta_0 > 0$).**

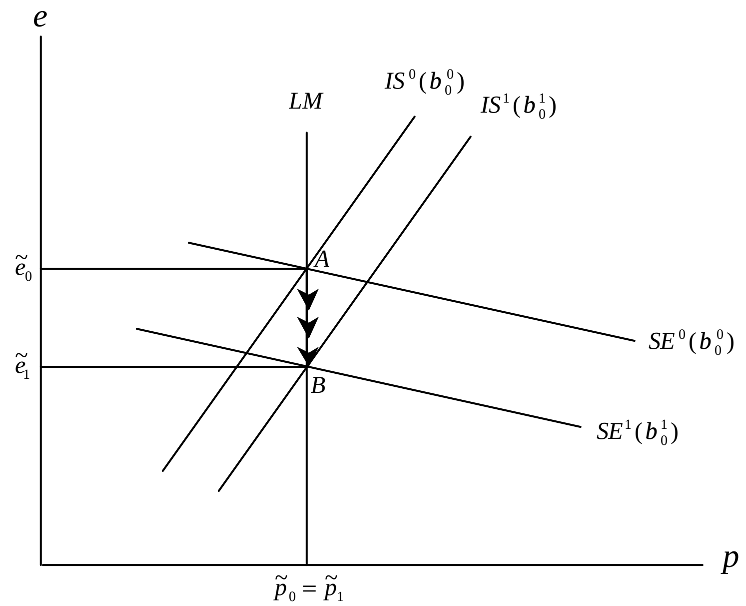
Una política fiscal expansiva no anticipada produce simultáneamente dos efectos. Por un lado, los agentes saben, por la hipótesis de expectativas racionales, que en el largo plazo el tipo de cambio será menor. Por esta razón, los activos en moneda externa pierden rentabilidad a favor de los activos en moneda interna, incentivando a los agentes a deshacerse de sus activos en dólares, con la consiguiente caída del tipo de cambio. El tipo de cambio menor, implica una caída del tipo de cambio real, el cual deprime la demanda, y por el mecanismo de la curva de Phillips, presiona a una caída del nivel de precios.

Por otro lado, tiene lugar una expansión de la demanda agregada que, por el mecanismo de la Curva de Phillips, presiona a una elevación del nivel de precios. Este efecto se compensa completamente con el primer efecto generado por un tipo de cambio más bajo, de tal manera que la demanda agregada se mantiene constante y, en consecuencia, no hay variación del nivel de precios. En la figura 7, la economía pasa del punto A inicial al punto B final, sin que haya una trayectoria de mediano plazo, ya que los efectos de corto plazo prevalecen en el largo plazo.

Por último, debido a que no hay cambios en el mercado monetario, la tasa de interés interna se mantiene constante, al nivel de la tasa de interés externa.

[14] Ferguson y Lim (1998) analizan los efectos de una política fiscal expansiva permanente anticipada y no anticipada en un modelo similar. Los resultados son cualitativamente iguales a los que presentamos en este documento.

Figura 7



Efectos de una expansión fiscal permanente no anticipada.
Una expansión fiscal no anticipada genera una reducción del tipo de cambio en el corto y largo plazo; por lo que no existe undershooting. Los precios no varían, pues la demanda agregada no se altera. Asimismo, la tasa de interés no varía y los efectos de corto plazo son iguales a los efectos de largo plazo.

En resumen, una expansión fiscal no anticipada genera una caída del tipo de cambio en el corto plazo igual que en el largo plazo; esto es, no hay undershooting. Los precios no varían, pues la demanda agregada no se altera, lo que cambia es su composición, con un gasto público mayor, pero un menor superávit en la balanza comercial. Asimismo, la tasa de interés no varía. Los efectos de corto plazo son iguales a los efectos de largo plazo.

- **Una expansión fiscal permanente anticipada (** $d\beta_0 > 0$ **).**

Una política fiscal expansiva anticipada, a diferencia del caso de una política no anticipada, en el corto plazo produce sólo el efecto del anuncio. Los agentes saben, por la hipótesis de expectativas racionales, que en el largo plazo el tipo de cambio será menor. Por esta razón, los activos en moneda externa se tornan menos atractivos que los activos en moneda interna, induciendo a una venta de los activos en dólares, con la consiguiente apreciación del tipo de cambio. Los precios no varían pues se suponen fijos en el corto plazo. En la figura 8, el equilibrio se traslada de A hacia B.

En el mediando plazo, antes de la implementación de la política fiscal, la apreciación del tipo de cambio deprime la demanda, y por el mecanismo de la curva de Phillips, presiona a una caída del nivel de precios, lo cual, a su vez, eleva la oferta real de dinero, que genera una caída de la tasa de interés interna. Esta disminución de la tasa de interés, dado que la tasa de interés externa no varía, implica que:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* < 0$$

Es decir, se genera una expectativa de apreciación del tipo de cambio que, por expectativas racionales, reduce el tipo de cambio. En la figura 8, esta trayectoria de B a C, se caracteriza con precios, tipo de cambio y tasa de interés interna decreciendo.

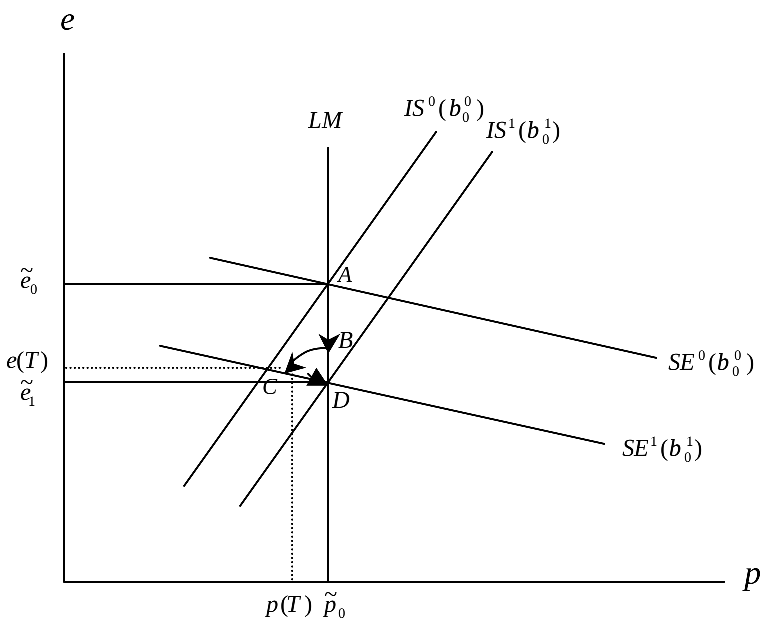
En el punto C, en el momento T, la expansión fiscal eleva la demanda agregada en una magnitud superior a la caída inducida por la menor tasa de interés interna y el menor tipo de cambio real. De esta manera, por el mecanismo de la curva de Phillips, tiene lugar una elevación del nivel de precios, que reduce la oferta real de dinero, elevando la tasa de interés interna. Este aumento de la tasa de interés es menor que la caída inicial, por lo que el efecto neto la coloca todavía por debajo de la tasa de interés externa. Es decir:

$$\overset{o}{e} = \overset{o}{e}{}^{e} = i - i^* < 0$$

Por ello, en el tramo de la trayectoria hacia el largo plazo final, el tipo de cambio está depreciándose, mientras que los precios y la tasa de interés interna están aumentando. La economía pasa del punto C al punto D, según la figura 8.

Resumiendo, una expansión fiscal anticipada genera una caída del tipo de cambio en el corto plazo menor que su nivel de largo plazo; mientras que la tasa de interés interna no varía. Antes de la expansión fiscal, los precios y el tipo de cambio disminuyen; mientras que luego de la expansión fiscal, el tipo de cambio sigue cayendo y, por el contrario, los precios aumentan. Asimismo, la tasa de interés interna disminuye antes de la implementación de la política, y crece después de la expansión fiscal. En el equilibrio estacionario, al igual que para el caso no anticipado, el tipo de cambio cae, los precios y la tasa de interés interna no varían. La demanda agregada no varía, lo que cambia es su composición, con un gasto público mayor y un menor superávit de la balanza comercial.

Figura 8



Efectos de una expansión fiscal permanente anticipada.

Una expansión fiscal anticipada genera una caída del tipo de cambio en el corto plazo menor que su nivel de largo plazo; mientras que la tasa de interés interna no varía. Antes de la expansión fiscal, los precios, el tipo de cambio y la tasa de interés interna disminuyen; mientras que luego de la expansión fiscal, el tipo de cambio sigue cayendo y los precios y la tasa de interés interna aumentan.

3. EXTENSION DEL MODELO BASICO: EL OVERSHOOTING Y EL CANAL DEL TIPO DE CAMBIO

En una economía abierta, la inflación está influenciada, además del exceso de demanda en el mercado de bienes, por la evolución de los precios de los bienes importados, los cuales están vinculados al tipo de cambio. En consecuencia, la depreciación del tipo de cambio $(\overset{o}{e})$ es uno de los determinantes importantes de la inflación. Esta idea se modela expresando la ecuación (5) de la siguiente manera:

$$\overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) + (1-q)\overset{o}{e} \qquad 0 < q < 1 \tag{5´}$$

En este escenario, como se mostrara luego, una política monetaria expansiva, que eleva el tipo de cambio, a diferencia del modelo básico, puede también elevar el nivel de precios en el corto plazo, antes de que el efecto del exceso de demanda en el mercado de bienes empiece a operar.

En lo que sigue, se van a describir los aspectos más saltantes del modelo extendido en relación al modelo básico, particularmente los efectos de corto plazo; pues los efectos de mediano y largo plazo son similares en ambos modelos. En el apéndice correspondiente se muestran todos los detalles al respecto. Para iniciar esta descripción, presentamos el nuevo sistema de ecuaciones del modelo.

$$i = i^* + \overset{o}{e}{}^{e} \tag{1}$$

$$\overset{o}{e}{}^{e} = \overset{o}{e} \tag{2}$$

$$m - p = \psi\bar{y} - ai \tag{4}$$

$$\overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) + (1-q)\overset{o}{e} \qquad 0 < q < 1 \tag{5´}$$

$$y^d = \beta_0 + \beta_1(e + p^* - p) + \beta_2\bar{y} - \beta_3 i \tag{6}$$

- **El equilibrio general del modelo**

El modelo tiene tres variables endógenas: la tasa de interés, que se determina en el mercado monetario; el tipo de cambio, que se determina en la ecuación de arbitraje, y los precios, que se determinan en la Curva de Phillips.

Conjugando las ecuaciones (1), (2) y (4), se obtiene la ecuación que muestra la dinámica del tipo de cambio:

$$\overset{o}{e} = \frac{1}{\alpha}(p - m + \psi\overline{y}) - i^* \qquad (8)$$

Por otro lado, la Curva de Phillips resultante de reemplazar la demanda agregada de la ecuación (6) y la tasa de interés interna despejada de la ecuación (3) es:

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)p - q\left(1 - \beta 2 + \frac{\beta 3\psi}{\alpha}\right)\overline{y} + q\beta_1 p^* + \frac{q\beta 3}{\alpha} m + (1-q)\overset{o}{e} \qquad (49)$$

Claramente, la diferencia entre esta ecuación y la del modelo básico, viene dada por el último sumando de lado derecho de la igualdad, el efecto de la depreciación en la inflación.

Reemplazando la ecuación (8) en la ecuación (49), se obtiene la dinámica del comportamiento de los precios:

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - a_{11}p - b_{13}\overline{y} + q\beta_1 p^* + b_{12}m - (1-q)i^* \qquad (50)$$

Donde[15]:

$$a_{11} = \left[q(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}) - \frac{1}{\alpha}\right] > 0 \qquad (51)$$

15 Puede demostrarse que existe un nivel de q en el intervalo $(0,1)$ lo suficientemente grande como para asegurar que $a_{11} > 0$ y $b_{12} > 0$. Para garantizar que $b_{13} > 0$, basta con imponer que $\beta_2 < 1$.

$$b_{12} = \left[q(\frac{\beta_3}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}) - \frac{1}{\alpha} \right] > 0 \qquad (52)$$

$$b_{13} = \left[q(1-\beta_2) + q\psi \frac{(\beta_3 + 1)}{\alpha} + \frac{\psi}{\alpha} \right] > 0 \qquad (53)$$

De esta manera, el equilibrio general del modelo viene dado por las ecuaciones (8), que es similar a la del modelo básico, y la ecuación (50), la cual incorpora los determinantes de la tasa de depreciación. Es por eso que, por ejemplo, en este nuevo modelo la inflación está afectada de manera directa por la tasa de interés externa; mientras que en el modelo básico el efecto era indirecto, a través de su efecto en la demanda agregada. Asimismo, obsérvese que los coeficientes de la ecuación (50), son diferentes a los del modelo básico. Por esta razón, la dinámica de los precios en su tránsito al largo plazo en función del tiempo es cuantitativamente distinta, pero cualitativamente igual a la del modelo básico, y en el largo plazo alcanzan el mismo valor, como veremos luego.

3.1 Las políticas anticipadas y no anticipadas.

Como señalamos en el modelo básico, el efecto de largo plazo de las políticas anticipadas es el mismo que el de las no anticipadas, pues las ecuaciones del equilibrio estacionario son las mismas en ambos casos. Las diferencias están en los efectos de corto plazo y la trayectoria de mediano plazo. Las políticas anticipadas generan inmediatamente, en el corto plazo, sólo un efecto de anuncio; mientras que las políticas no anticipadas generan, además, el efecto del shock o de la implementación de la política.

- **Efectos de largo plazo**

Curvas IS y LM

Los valores de equilibrio estacionario se obtienen cuando $\overset{o}{p} = 0$ y $\overset{o}{e} = 0$. Si imponemos estas condiciones en la ecuación (8) y en la ecuación (49), las ecuaciones resultantes, que denominamos curvas LM e IS, respectivamente, son las siguientes:

$$p = m - \psi\bar{y} + \alpha i^{*} \tag{54}$$

$$e = -\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{a_{11}}{q\beta_1}p - \frac{b_{12}}{q\beta_1}m - \frac{b_{13}}{q\beta_1}\bar{y} + \frac{(1-q)}{q\beta_1}i^{*} - p^{*} \tag{55}$$

Las ecuaciones (54) y (55) representan el equilibrio de largo plazo para los precios y el tipo de cambio nominal.

Nótese que las curvas IS, ecuación (55), y la curva LM, ecuación (54), son las mismas que en el modelo básico[16]. La razón es la siguiente. Dado que lo que se incorpora es la tasa de depreciación del tipo de cambio como determinante adicional de los precios y, precisamente, el estado estacionario se define como ausencia de variación de las variables endógenas, la depreciación tiene que ser cero en el largo plazo, de ahí que la extensión sugerida no implica cambios en estas curvas. Como consecuencia, los efectos de largo plazo en ambos modelos son iguales.

- **Senda estable**

Como se muestra en el apéndice correspondiente, el modelo es estable con punto de silla, y la ecuación que representa la senda estable viene dada por:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'}p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p} + \tilde{e} \tag{56}$$

Donde:

$$\lambda_2' = -\frac{\sqrt{a_{11}{}^{2} + \frac{4}{\alpha}q\beta_1}}{2} - \frac{a_{11}}{2} < 0 \tag{57}$$

[16] Por tanto, las pendientes también son las mismas.

- **Efectos de corto plazo de políticas no anticipadas.**

Como se señaló líneas arriba, los efectos de largo plazo son cuantitativamente iguales que en el modelo básico, y, si bien la trayectoria de mediano plazo es cuantitativamente distinta, cualitativamente esta trayectoria es idéntica que en el modelo básico. Por esta razón, a continuación, describiremos sólo los efectos de corto plazo.

Se considera la misma terminología que se usó en el modelo básico para evaluar los distintos efectos. Asumiendo que inicialmente la economía se encontraba en el estado estacionario $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ y denotando como $p(0)$ y $e(0)$ el nivel de precios y de tipo de cambio de corto plazo, respectivamente, $p(0)-\tilde{p}_0$ y $e(0)-\tilde{e}_0$ miden los efectos de corto plazo correspondientes.

Dado que $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ son puntos que corresponden a la senda estable inicial, estos valores son una solución de la ecuación (50), por lo que debe cumplirse que:

$$\tilde{e}_0 = \frac{1}{\alpha\lambda_2'}\tilde{p}_0 - \frac{1}{\alpha\lambda_2'}\tilde{p}_0 + \tilde{e}_0 \tag{58}$$

Por otro lado, los puntos $p(0)$ y $e(0)$ son puntos que deben estar en la nueva senda estable, por lo que debe cumplirse que:

$$e(0) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'}p(0) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'}\tilde{p}_1 + \tilde{e}_1 \tag{59}$$

Tomando la diferencia de ambos lados de las ecuaciones (58) y (59), se obtiene que:

$$e(0) - \tilde{e}_0 = \frac{1}{\alpha\lambda_2'}(p(0)-\tilde{p}_0) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'}(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_0) + (\tilde{e}_1 - \tilde{e}_0) \tag{60}$$

Incorporando el supuesto de que los efectos del tipo de cambio sobre los precios es instantáneo, se debe cumplir que $p(0)-\tilde{p}_0 = (1-q)(e(0)-\tilde{e}_0)$. Incorporando esta condición en la ecuación anterior se obtiene lo siguiente:

$$p(0) - \tilde{p}_0 = \frac{\alpha\lambda_2'(d\tilde{p} - (1-q)d\tilde{e}))}{(1-q) - \alpha\lambda_2'} + d\tilde{p} \tag{61}$$

$$e(0)-\tilde{e}_0 = \frac{(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e}))}{(1-q)-\alpha\lambda_2')} + d\tilde{e} \qquad (62)$$

Conociendo los efectos de largo plazo se pueden hallar explícitamente los efectos de corto plazo correspondientes. Por ejemplo, nótese que una expansión monetaria, que en el largo plazo eleva los precios y el tipo de cambio en la misma proporción, eleva el tipo de cambio en el corto plazo por encima de su nivel de largo plazo (overshooting) y, también, esto es lo diferente en relación al modelo básico, eleva los precios en el corto plazo.

- **Efectos de corto plazo de políticas anticipadas.**

Manteniendo siempre la notación introducida para el modelo básico, sea $t=0$, el momento del anuncio y $t=T$, el momento de la implementación de la política anunciada, donde $e(T)$ y $p(T)$ representan el tipo de cambio y los precios en el momento que toma lugar el cambio exógeno.

En el corto plazo, se produce el efecto de anuncio, desde el equilibrio de largo plazo inicial $(\tilde{p}_0,\tilde{e}_0)$, hasta el efecto de impacto inicial $p(0)$ y $e(0)$, y $de(0)=e(0)-\tilde{e}_0$, denota el efecto de corto plazo en el tipo de cambio. Como hemos supuesto que los precios se mantienen constantes en el corto plazo, se debe cumplir que $dp(0)=0$, pues $p(0)=\tilde{p}_0$.

Cuando el shock o la política es anticipada, la existencia del overshooting del tipo de cambio nominal ya no está garantizado. Sin embargo, puede afirmarse, como en el modelo básico, que mientras más cerca esté la fecha de implementación de la política de la fecha de anuncio (menor T), más probable es que tenga lugar el overshooting. Esto puede observarse en la siguiente ecuación, cuya deducción se detalla en el apéndice.

$$e(0)-\tilde{p}_0 = \frac{1}{((1-q)-\alpha\lambda_2')}\left[d\tilde{p}-\alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \qquad , \lambda_1'>0 \text{ y } \lambda_2'<0 \qquad (63)$$

Por otro lado, el efecto de corto plazo en los precios viene dado por:

$$p(0)-\tilde{p}_0 = \frac{(1-q)}{((1-q)-\alpha\lambda_2')}\left[d\tilde{p}-\alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \qquad , \lambda_1'>0 \text{ y } \lambda_2'<0 \qquad (64)$$

Claramente, el efecto en los precios en el corto plazo es una fracción $(1-q)$ del efecto en el tipo de cambio, dado el supuesto de impacto instantáneo de esta vía. Es decir, el efecto en los precios en el corto plazo, ceteris paribus, será mayor cuanto mayor sea la participación de los bienes e insumos importados en la economía.

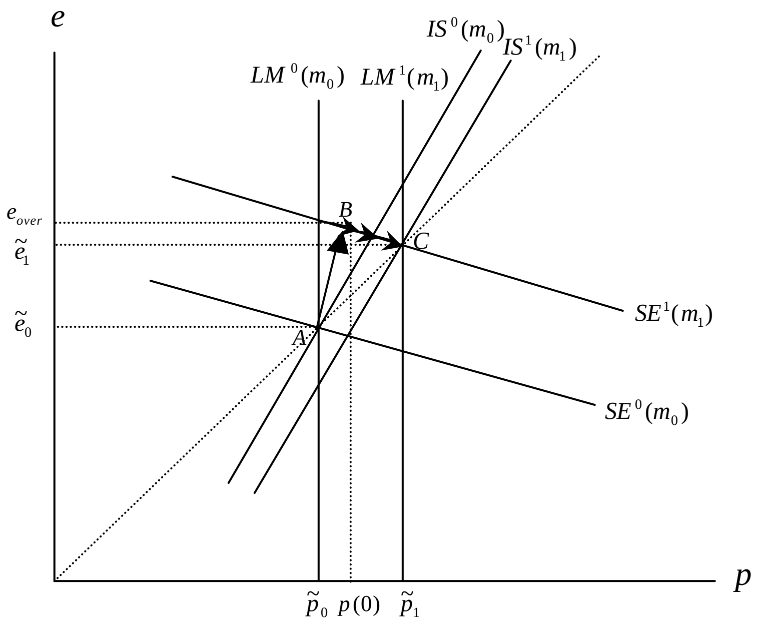
A continuación, a manera de ilustrar como funciona este modelo extendido, se muestran los efectos de una expansión monetaria para el caso anticipado y no anticipado, enfatizando las diferencias con el modelo básico.

3.2 Política Monetaria anticipada y no anticipada

- **Una expansión monetaria permanente no anticipada** $(dm > 0)$**.**

En el corto plazo, la elevación de la oferta nominal de dinero, mientras los precios permanecen fijos, equivale a una elevación de la oferta real de dinero. Este desequilibrio en el mercado monetario conduce a una caída de la tasa de interés interna, lo cual, a su vez, da lugar a que los activos denominados en moneda extranjera sean más rentables, conduciendo a una elevación del tipo de cambio. Asimismo, por el supuesto de expectativas racionales, los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual constituye una razón más para adquirir activos en moneda extranjera, con el consiguiente aumento adicional del tipo de cambio. Como resultado de ambos efectos, se ha producido una depreciación instantánea del tipo de cambio, alcanzando un nivel superior al de largo plazo, es decir, sobrereacciona. Hasta aquí la descripción es idéntica a la del modelo básico.

Figura 9



Efectos de una expansión monetaria permanente no anticipada.
Una expansión monetaria no anticipada, en el corto plazo, como en el modelo básico, genera un overshooting; sin embargo, a diferencia del modelo básico, los precios también se elevan. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

Sin embargo, en el modelo extendido, adicionalmente, la variación instantánea del tipo de cambio, por la ecuación (5´), implica una variación instantánea de los precios, aunque en una proporción menor[17]. En términos de la figura 9, la economía pasa del punto A al punto B.

La dinámica de mediano plazo, como en el modelo básico, se da a través de la senda estable, pero desde un nivel más alto de precios y un nivel menor de tipo de cambio. En la figura 9, el mediano plazo tiene lugar desde el punto B hacia el punto C.

En el largo plazo, como en el modelo básico, la variación de los precios y el tipo de cambio es igual a la expansión monetaria. La tasa de interés interna no varía.

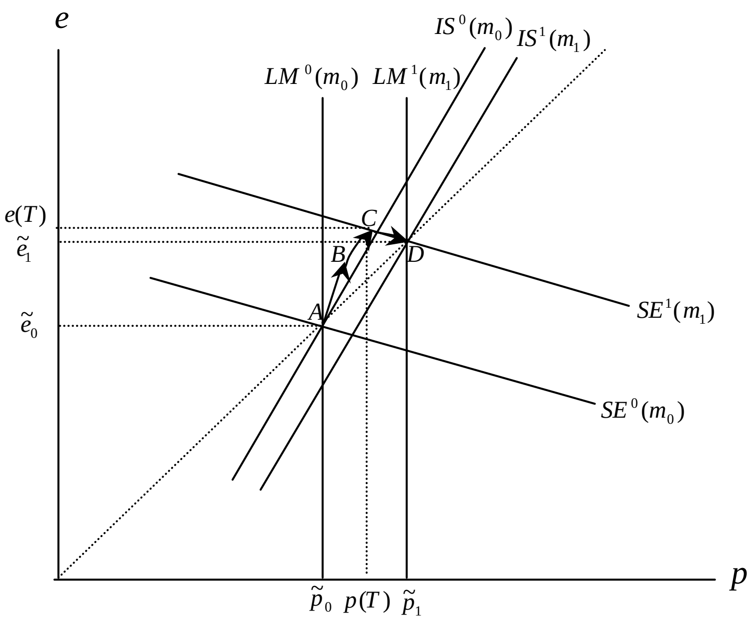
[17] El mayor nivel de precios eleva la tasa de interés interna, aunque en una magnitud menor, en valor absoluto, que la caída debido a la expansión monetaria. En términos netos, en el corto plazo, la tasa de interés interna cae.

En resumen, como en el modelo básico, en el corto plazo tiene lugar el overshooting, pero además, en esta extensión del modelo, los precios también se elevan instantáneamente. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

- **Una expansión monetaria permanente anticipada** $(dm > 0)$**.**

En el corto plazo, como en el modelo básico, por el supuesto de expectativas racionales, el efecto del anuncio implica que los agentes saben que en el largo plazo el tipo de cambio será mayor que el actual, lo cual los induce adquirir activos en moneda extranjera inmediatamente después del anuncio, con el consiguiente aumento del tipo de cambio.

Figura 10



Efectos de una expansión monetaria permanente anticipada.
Una expansión monetaria permanente anticipada, en el corto plazo, como en el modelo básico, el overshooting del tipo de cambio no está garantizado. Además, los precios y la tasa de interés interna se elevan. Los tramos de mediano plazo son idénticos que la del modelo básico. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

Sin embargo, en el modelo extendido, se producen dos efectos adicionales. En primer lugar, la depreciación instantánea implica un aumento de los precios, aunque en una proporción menor a la variación del tipo de cambio, por la ecuación (5´). En segundo lugar, la tasa de interés interna aumenta, pues la elevación de los precios ha reducido la oferta real de dinero. Como en el modelo básico, el overshooting del tipo de cambio no está garantizado. En el gráfico 10, suponemos que no hay overshooting y la economía en el corto plazo se desplaza de A hacia B.

En el mediano plazo, en el tramo previo a la implementación de la política, la dinámica se da de B hacia C, es decir, desde un nivel mayor de precios que el que se obtiene en el modelo básico. En el mediano plazo, a lo largo de senda estable, el comportamiento es idéntico que en el modelo básico, pasando de B hacia C.

En resumen, como en el modelo básico, en el corto plazo el overshooting del tipo de cambio ya no está garantizado. Pero además, en esta extensión del modelo, los precios y la tasa de interés interna se elevan. La trayectoria de mediano plazo es idéntica que la del modelo básico. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

Resumen

- En este capítulo se desarrolló el modelo de desbordamiento ("overshooting") del tipo de cambio de Dornbusch (1976), en dos direcciones.
- En primer lugar, se asume que el público tiene expectativas racionales, en su versión determinística de previsión perfecta. En este marco, se analizan los efectos de políticas no anticipadas y anticipadas. Estas últimas, son aquellas en las que se anuncia el cambio de política económica, pero su implementación tendrá lugar en un momento futuro fijado de antemano.
- En segundo lugar, el modelo busca reproducir el hecho estilizado de que, en una economía abierta, el efecto de una expansión monetaria sobre los precios puede ser inmediato, a través de su efecto sobre el tipo de cambio. Para este objetivo, se ha extendido el modelo original de Dornbusch, incorporando la tasa de depreciación del tipo de cambio como un argumento de la Curva de Phillips.
- Esta extensión asume que, como en el modelo básico, el ajuste en los precios que se genera por los excesos de demanda en el mercado de bienes, en el corto plazo, es nulo; mientras que el que se genera por el movimiento del tipo de cambio es inmediato.
- En el modelo básico, una elevación permanente y no anticipada de la oferta monetaria, se produce una elevación inmediata del tipo de cambio nominal por encima del nivel de largo plazo. En el nuevo equilibrio estacionario los precios y el tipo de cambio son más altos, mientras que la tasa de interés interna y el tipo de cambio real se mantiene constante.
- En el modelo extendido, una política monetaria expansiva permanente y no anticipada, como en el modelo básico, en el corto plazo tiene lugar el overshooting, pero además, en esta extensión del modelo, los precios se elevan. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.
- En el modelo básico, una expansión monetaria permanente y anticipada, el tipo de cambio se eleva en el corto plazo por encima o por debajo de su nivel de largo plazo. En el primer tramo de la trayectoria de mediano plazo, antes que tenga lugar la expansión, los precios y el tipo de cambio se elevan; mientras que en el segundo tramo, el tipo de cambio disminuye y los precios siguen en aumento. En el estado estacionario, el resultado es el mismo que con una política no anticipada. Los precios y el tipo de cambio se han elevado, mientras que la tasa de interés y el tipo de cambio real se mantiene constante.

- En el modelo extendido, una política monetaria expansiva permanente y anticipada, como en el modelo básico, en el corto plazo el overshooting del tipo de cambio ya no está garantizado. Pero además, en esta extensión del modelo, los precios y la tasa de interés interna se elevan. La trayectoria de mediano plazo es idéntica que la del modelo básico. Los impactos de largo plazo son iguales en ambos modelos.

Términos claves

- Curva de Phillips.
- Equilibrio con punto de silla.
- Expectativas racionales.
- Overshooting del tipo de cambio.
- Paridad de interés descubierta.
- Políticas no anticipadas .
- Políticas anticipadas.
- Previsión perfecta.
- Undershooting del tipo de cambio.

Lectura complementaria

- Para una lectura del modelo overshooting de Dornbusch, así como de algunas reflexiones de Kenneth Rogoff respecto a cómo Dornbusch transmitió una serie de ideas en el modelo que inspiró a nuevas generaciones de estudiantes, véase, Kenneth Rogoff, *Dornbusch's Overshooting Model After Twenty-Five Years*, IMF Working Paper, WP/02/39, pp. 41, 2002.

Referencias bibliográficas

Begg, David
1989 "La Revolución de las Expectativas Racionales en la Macroeconomía", Fondo de Cultura Económica, México.

Dornbusch, Rudiger
1976 "Expectations and Exchange Rate Dynamics", Journal of Political Economy, Vol. 84, 6. Págs. 1161-76.

Ferguson, Brian y G.C. Lim
1998 "Introduction to Dynamic Economic Models", Manchester Universtity Press.

García-Cobián, Ramón
2003 "Compleción del Modelo del "Overshooting" de Dornsbusch", Documento de Trabajo N° 222, Departamento de Economía, PUCP.

Turnovsky, Stephen
1996 "Dynamic Macroeconomics". MIT Press.

Wilson, Charles
1979 "Anticipated Shocks and Exchange Rate Dynamics", Journal of Political Economy, Vol. 84, 6. Págs. 1161-76.

APÉNDICE A1: Shocks y políticas no anticipadas en el modelo básico[18].

A.1.1 El modelo básico

- **Las ecuaciones del modelo**

El modelo viene dado por las siguientes ecuaciones. Cabe indicar que todas las variables, con excepción de las tasas de interés y la tasa de depreciación, están en logaritmos. Asimismo, todos los parámetros tienen signo positivo.

$$i = i^* + \dot{e}^e \qquad (1)$$

$$\dot{e}^e = \dot{e} \qquad (2)$$

$$m - p = \psi \bar{y} - a i \qquad (3)$$

$$\dot{p} = q(y^d - \bar{y}) \qquad (4)$$

$$y^d = \beta_0 + \beta_1 (e + p^* - p) + \beta_2 \bar{y} - \beta_3 i \qquad (5)$$

Donde:

m	: oferta monetaria.
p	: nivel de precios.
$\bar{y}$	: producto de pleno empleo.
y^d	: demanda agregada.
e	: tipo de cambio nominal.
p^*	: nivel de precios externos.
$\dot{e}$	: tasa de depreciación.
i	: tasa de interés nominal interna.
i^*	: tasa de interés nominal externa.
$\dot{p}$	: tasa de inflación.
$\dot{e}^e$	: tasa esperada de depreciación.

18 Los apéndices de este modelo están basados en Turnovsky (1996), Cap. 6. Una presentación didáctica de los sistemas dinámicos en tiempo continuo puede verse en el capítulo 4 de Ferguson y Lim (1998).

- **Las ecuaciones dinámicas para el nivel de precios y para el tipo de cambio**

Si hay previsión perfecta, es decir, se cumple la ecuación (2), la ecuación (1) puede escribirse como:

$$i = i^{*} + \overset{o}{e} \qquad (6)$$

De la ecuación (3) despejamos la tasa de interés y hallamos que:

$$i = \frac{1}{\alpha}(\psi\bar{y} - m + p) \qquad (7)$$

Sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (6) y, despejando $\overset{o}{e}$, se obtiene la ecuación de la dinámica del tipo de cambio nominal:

$$\overset{o}{e} = \frac{1}{\alpha}(p - m + \psi\bar{y}) - i^{*} \qquad (8)$$

Por otro lado, sustituyendo la ecuación (5) en la ecuación (4), obtenemos la Curva de Phillips:

$$\overset{o}{p} = q\left[\beta_0 + \beta_1(e + p^{*} - p) - (1 - \beta_2)\bar{y} - \beta_3 i\right] \qquad (9)$$

Reemplazando la ecuación (7) en la ecuación (9), obtenemos la ecuación de la dinámica de los precios:

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)p - q\left((1 - \beta_2) + \frac{\beta_3\psi}{\alpha}\right)\bar{y} + q\beta_1 p^{*} + \frac{q\beta_3}{\alpha}m \qquad (10)$$

En este modelo, las ecuaciones básicas son la (8) y la (10).

- **Curvas IS y LM**

Haciendo $\overset{o}{e} = 0$ en la ecuación (8) y $\overset{o}{p} = 0$ en la ecuación (10), resultan las ecuaciones del equilibrio estacionario, a las cuales denominamos curvas LM e IS, respectivamente:

$$p = m - \psi\bar{y} + \alpha i^{*} \tag{11}$$

$$e = -\frac{1}{\beta_1}\beta_0 + \left(1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1}\right)p - \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1}m + \left(\frac{\alpha(1-\beta_2) + \beta_3\psi}{\alpha\beta_1}\right)\bar{y} - p^{*} \tag{12}$$

Graficándolas en el plano (p, e), las pendientes son las siguientes:

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{LM} = \infty \tag{13}$$

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{IS} = 1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1} > 0 \tag{14}$$

A.1.2 Solución particular y estabilidad del sistema

Las ecuaciones (8) y (10) pueden escribirse en términos de matrices como:

$$\begin{bmatrix} \overset{o}{p} \\ \overset{o}{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & q\beta_1 \\ 1/\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q & q\beta_3/\alpha & -q\left(\alpha(1-\beta_2) + \beta_3\psi\right)/\alpha & 0 & q\beta_1 \\ 0 & -1/\alpha & \psi/\alpha & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_o \\ m \\ \bar{y} \\ i^{*} \\ p^{*} \end{bmatrix} \tag{15}$$

O, de manera simplificada:

$$\begin{bmatrix} \overset{o}{p} \\ \overset{o}{e} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} p \\ e \end{bmatrix} + BX \tag{16}$$

Donde:

$$A=\begin{bmatrix} -q\left(\beta_1+\dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & q\beta_1 \\ 1/\alpha & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$B=\begin{bmatrix} q & \dfrac{q\beta_3}{\alpha} & -q\left(\alpha(1-\beta_2)+\beta_3\psi\right)/\alpha & 0 & q\beta_1 \\ 0 & -1/\alpha & \psi/\alpha & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$X=\begin{bmatrix} \beta_o \\ m \\ \overline{y} \\ i^* \\ p^* \end{bmatrix} \tag{19}$$

- **Estabilidad del modelo**

Consideramos la matriz A y hallamos su determinante,

$$|A| = -\frac{q\beta_1}{\alpha} < 0 \tag{20}$$

Lo cual indica que tenemos un equilibrio estacionario con punto de silla[19]. Es decir, existe una senda estable, que de ser alcanzada por el sistema, conduce al equilibrio estacionario.

- **Solución particular y los multiplicadores de largo plazo.**

Los valores de la solución particular del sistema, o multiplicadores de largo plazo, de las variables endógenas del modelo, que simbolizamos por $(\tilde{p},\tilde{e})$, son los que satisfacen el sistema (15) cuando $\overset{o}{p}=0$ y $\overset{o}{e}=0$.

---

19 Que el determinante de la matriz A sea negativo es una condición necesaria y suficiente para que el sistema tenga una solución de punto de silla. Esto es así, pues $l_1 + l_2 = Tr$ A y $l_1 l_2 = |A|$, siendo l_1 y l_2 las raíces características de la matriz. Si el determinante es negativo, debe ser cierto que una raíz es positiva y la otra negativa; una que hace inestable el sistema y la otra que lo hace estable. Para este modelo, se cumple esta condición.

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} = -A^{-1}BX \tag{21}$$

Resolviendo, se obtienen los multiplicadores de largo plazo:

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\psi & \alpha & 0 \\ -\dfrac{1}{\beta_1} & 1 & \dfrac{(1-\beta_2)}{\beta_1} - \psi & \alpha + \dfrac{\beta_3}{\beta_1} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_o \\ m \\ \overline{y} \\ i^* \\ p^* \end{bmatrix} \tag{22}$$

También pueden hallarse los efectos en el tipo de cambio real de largo plazo, que denotamos como $\tilde{e}_r$. Usando los valores de $\tilde{p}$ y $\tilde{e}$ del sistema anterior y, la definición de tipo de cambio real, podemos escribir:

$$\tilde{e}_r = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{\beta_1} & \dfrac{(1-\beta_2)}{\beta_1} & \dfrac{\beta_3}{\beta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \overline{y} \\ i* \end{bmatrix} \tag{23}$$

Asimismo, por la ecuación (6), imponiendo $\overset{o}{e} = 0$, el nivel de la tasa de tasa de interés interna de largo plazo, se expresa como:

$$\tilde{i} = i* \tag{24}$$

A.1.3 La solución complementaria y la solución general

- **La solución complementaria**

Definimos ε como el número $e = 2.71828...$ (base del logaritmo neperiano). Sean las soluciones de prueba para los precios $p(t) = w\varepsilon^{\lambda t}$ y para el tipo de cambio $e(t) = v\varepsilon^{\lambda t}$, con v y w constantes por determinar. Entonces se debe cumplir que:

$$\overset{o}{p}(t) = w\lambda\varepsilon^{\lambda t} \tag{25}$$

$$\overset{o}{e}(t) = v\lambda\varepsilon^{\lambda t} \tag{26}$$

Reemplazando estos valores en el sistema (15) y haciendo el vector $X = 0$, se obtiene[20].

$$\left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & q\beta_1 \\ 1/\alpha & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Operando,

$$\begin{bmatrix} \lambda + q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & -q\beta_1 \\ -\dfrac{1}{\alpha} & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

Hallando las raíces características[21],

$$\left| A - \lambda I \right| = \lambda^2 + \lambda q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right) - q\frac{\beta_1}{\alpha} = 0 \tag{29}$$

Resolviendo, se hallan dos raíces reales y diferentes:

$$\lambda_1 = -\frac{q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)}{2} + \frac{\sqrt{\left(q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)\right)^2 + \dfrac{4q}{\alpha}\beta_1}}{2} > 0 \tag{30}$$

$$\lambda_2 = -\frac{q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)}{2} - \frac{\sqrt{\left(q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)\right)^2 + \dfrac{4q}{\alpha}\beta_1}}{2} < 0 \tag{31}$$

---

[20] Aquí, por definición, λ es la raíz característica del vector característico (w, v) de la matriz A.

[21] Con estas raíces características puede comprobarse que $\lambda_1 + \lambda_2 = -q(\beta_1 + \beta_3/\alpha) = \text{Tr } A < 0$, y también que $\lambda_1 \lambda_2 = -q\beta_1/\alpha = |A| < 0$.

Para la raíz característica λ_1 y su vector propio correspondiente (w_1, v_1), se debe cumplir que:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 + q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & -q\beta_1 \\ -\dfrac{1}{\alpha} & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{32}$$

De lo cual se halla que,

$$v_1 = \frac{\left[\lambda_1 + q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)\right]}{q\beta_1} w_1 \tag{33}$$

$$v_1 = \frac{1}{\alpha\lambda_1} w_1 \tag{34}$$

Para la raíz característica λ_2 y su vector propio correspondiente (w_2, v_2), se debe cumplir que:

$$\begin{bmatrix} \lambda_2 + q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right) & -q\beta_1 \\ -\dfrac{1}{\alpha} & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{35}$$

De lo que se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$v_2 = \frac{\left[\lambda_2 + q\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_3}{\alpha}\right)\right]}{q\beta_1} w_2 \tag{36}$$

$$v_2 = \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \tag{37}$$

La solución complementaria, para el nivel de precios y el tipo de cambio, viene dada por[22]:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{38}$$

$$e(t) = v_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + v_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{39}$$

Usando las ecuaciones (33) y (37), las expresiones anteriores pueden reescribirse sólo como dependientes de los parámetros w_1 y w_2 como:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{40}$$

$$e(t) = \frac{\lambda_1 + q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)}{q\beta_1} w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{41}$$

- **La solución general**

La solución general viene dada por la suma de la solución complementaria del sistema dado por las ecuaciones (40) y (41), más la solución particular del sistema (22).

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p} \tag{42}$$

$$e(t) = \frac{\lambda_1 + q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)}{q\beta_1} w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e} \tag{43}$$

A.1.4 La senda estable y los multiplicadores de corto plazo

- **La senda estable**

Dada la existencia de una raíz positiva, el sistema no es globalmente estable. Para asegurar la convergencia del modelo imponemos que $w_1 = 0$, lo cual nos permite eliminar la senda inestable y quedarnos con la senda estable.

22 Recordar que por cada raíz característica hay una solución complementaria de la ecuación diferencial. Además, se puede demostrar que la suma de dos soluciones complementarias sigue siendo una solución complementaria.

Reemplazando $w_1 = 0$ en las ecuaciones (42) y (43), se obtienen las siguientes expresiones:

$$p(t) = w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p} \tag{44}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e} \tag{45}$$

O, de manera equivalente como:

$$p(t) - \tilde{p} = w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{46}$$

$$e(t) - \tilde{e} = \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{47}$$

Sustituyendo la ecuación (46) en la ecuación (47), y ordenando, se halla la ecuación de la senda estable:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2} \tilde{p} + \tilde{e} \tag{48}$$

La que en el plano (p, e) tiene pendiente negativa.

$$\frac{de}{dp} = \frac{1}{\alpha\lambda_2} < 0 \quad , \text{ pues } \lambda_2 < 0 \tag{49}$$

En particular, para los valores de largo plazo inicial $(\tilde{e}_0, \tilde{p}_0)$, valores del equilibrio estacionario antes del cambio de alguna de las variables exógenas, la senda estable es:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2} \tilde{p}_0 + \tilde{e}_0 \tag{50}$$

Asimismo, para los valores finales de largo plazo final $(\tilde{e}_1, \tilde{p}_1)$, valores correspondientes al resultado después de un cambio permanente de alguna de las variables exógenas, la senda estable correspondiente es:

$$e(t)=\frac{1}{\alpha\lambda_2}p(t)-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p}_1+\tilde{e}_1 \tag{51}$$

- **Multiplicadores de corto plazo**

Asumiendo que inicialmente la economía se encontraba en el estado estacionario $(\tilde{p}_0,\tilde{e}_0)$ y denotando como $p(0)$ y $e(0)$ el nivel de precios y de tipo de cambio de corto plazo, respectivamente, $p(0)-\tilde{p}_0$ y $e(0)-\tilde{e}_0$, miden los efectos de corto plazo correspondientes.

Dado que $(\tilde{p}_0,\tilde{e}_0)$ son puntos que corresponden a la senda estable inicial, estos valores son una solución de la ecuación (50), por lo que debe cumplirse que:

$$\tilde{e}_0=\frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p}_0-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p}_0+\tilde{e}_0 \tag{52}$$

Por otro lado, los puntos $p(0)$ y $e(0)$ son puntos que deben estar en la nueva senda estable, por lo que debe cumplirse que:

$$e(0)=\frac{1}{\alpha\lambda_2}p(0)-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p}_1+\tilde{e}_1 \tag{53}$$

Tomando la diferencia de ambos lados de las ecuaciones (52) y (53), y considerando que los precios no varían en el corto plazo, es decir $p(0)=\tilde{p}_0$, se obtiene la variación del tipo de cambio en el corto plazo.

$$e(0)-\tilde{e}_0=-\frac{1}{\alpha\lambda_2}(\tilde{p}_1-\tilde{p}_0)+(\tilde{e}_1-\tilde{e}_0) \tag{54}$$

Denotando $de(0)=e(0)-\tilde{e}_0$ y considerando la solución de largo plazo del sistema (22), la expresión anterior puede reescribirse como:

$$de(0)=\begin{bmatrix}-\frac{1}{\beta_1} & \left(1-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\frac{(1-\beta_2)}{\beta_1}-\psi+\frac{\psi}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\alpha-\frac{1}{\lambda_2}+\frac{\beta_3}{\beta_1}\right) & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d\beta_0\\ dm\\ d\bar{y}\\ di^*\\ dp^*\end{bmatrix} \tag{55}$$

Puesto que $dp(0) = p(0) - \tilde{p}_0 = 0$.

Donde, por ejemplo, dm denota la diferencia $m_1 - m_0$, es decir, la diferencia entre el valor nuevo de la oferta nominal de dinero m_1 menos su valor inicial m_0. De la misma manera se denotan los cambios en las demás variables exógenas.

A partir de la ecuación anterior, el efecto en el tipo de cambio real, que denotamos como e_r, se puede escribir por definición como:

$$de_r(0) = de(0) + dp^* - dp(0) \tag{56}$$

O, de manera desarrollada como:

$$de_r(0) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\beta_1} & \left(1 - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\frac{(1-\beta_2)}{\beta_1} - \psi + \frac{\psi}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\alpha - \frac{1}{\lambda_2} + \frac{\beta_3}{\beta_1}\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ dm \\ d\bar{y} \\ di^* \\ dp^* \end{bmatrix} \tag{57}$$

Asimismo, de la ecuación (7), se obtienen los efectos de corto plazo en la tasa de interés:

$$di(0) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\alpha} & \frac{\psi}{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dm \\ d\bar{y} \end{bmatrix} \tag{58}$$

- **Dinámica de mediano plazo**

Recordemos que el siguiente sistema de ecuaciones describe la dinámica de los precios y el tipo de cambio.

$$p(t) = w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_1 \tag{44}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_1 \tag{45}$$

En este sistema dinámico debe cumplirse que en el momento de partida, $t = 0$, $p(0) = \tilde{p}_0$, donde $\tilde{p}_0$ es el nivel de equilibrio estacionario inicial, antes que tenga lugar el shock, y $p(0)$ el valor de los precios que corresponde a la nueva senda estable en el momento inicial. Aplicando esta condición en la ecuación (44), hallamos que $w_2 = \tilde{p}_o - \tilde{p}_1$.

En consecuencia, las ecuaciones que describen la trayectoria de los precios y el tipo de cambio son las siguientes:

$$p(t) = (\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_1 \tag{59}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2}(\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_1 \tag{60}$$

Usando las ecuaciones (59) y (60), la dinámica del tipo de cambio real, por definición viene dada por:

$$e_r(t) = (\tilde{p}_1 - \tilde{p}_0)\varepsilon^{\lambda_2 t}\left[1 - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\right] + \tilde{e}_{r1} \tag{61}$$

Por otro lado, reemplazando la ecuación (59) en la (7), se halla la trayectoria de la tasa de interés interna:

$$i(t) = \frac{\psi}{\alpha}\bar{y} - \frac{1}{\alpha}m + \frac{1}{\alpha}(\tilde{p}_0 - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + \frac{1}{\alpha}\tilde{p}_1 \tag{62}$$

Por la ecuación (24) y la ecuación (7), en el largo pla zo, se debe cumplir:

$$\tilde{i} = i* \tag{63}$$

Finalmente, reemplazando la segunda igualdad de la ecuación (63) en la ecuación (62), se puede expresar la dinámica de la tasa de interés en función de su valor de equilibrio estacionario $i*$.

$$i(t) = \frac{1}{\alpha}(\tilde{p}_o - \tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda_2 t} + i^* \tag{64}$$

A.1.5 Estáticas comparativas de shocks permanentes no anticipados.

a) Una expansión monetaria no anticipada $(dm > 0)$ **.**

Respuesta analítica

Corto plazo

$$m\uparrow\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}(m-p)\uparrow\Rightarrow m-p>\psi\bar{y}-\alpha i\Rightarrow i\downarrow\Rightarrow i<i^{*}+\overset{o}{e}{}^{e}\Rightarrow e\uparrow\\ \tilde{e}\uparrow\Rightarrow e^{e}\uparrow\Rightarrow \overset{o}{e}{}^{e}\Rightarrow i<i^{*}+\overset{o}{e}{}^{e}\Rightarrow e\uparrow\end{array}\right\}\Rightarrow e\uparrow$$

Mediano plazo

$$\left.\begin{array}{l}i\downarrow\\ (e+p^{*}-p)\uparrow\end{array}\right\}\Rightarrow y^{d}\uparrow\Rightarrow y^{d}>\bar{y}\Rightarrow q(y-\bar{y})=\overset{o}{p}>0\Rightarrow p\uparrow\Rightarrow(m-p)\downarrow\Rightarrow i\uparrow\Rightarrow i-i^{*}=\overset{o}{e}{}^{e}<0\Rightarrow\overset{o}{e}<0\Rightarrow e\downarrow$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$dp = 0$$

$$de = \left[1-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]dm > 0$$

$$de_r = \left[1-\frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]dm > 0$$

$$di = -\frac{1}{\alpha}dm < 0$$

Largo plazo

$$d\tilde{p} = dm$$

$$d\tilde{e} = dm$$

$$d\tilde{e}_r = 0$$

$$d\tilde{i} = 0$$

b) Una elevación no anticipada de la tasa de interés externa $(di^{*}>0)$ **.**

Respuesta analítica.

Corto plazo:

$$i^{*}\uparrow\Rightarrow\left\{\begin{matrix} i^{*}+\overset{o}{e}{}^{e}>i\Rightarrow e\uparrow \\ \tilde{e}\uparrow\Rightarrow e^{e}\uparrow\Rightarrow \overset{o}{e}{}^{e}\uparrow\Rightarrow i^{*}+\overset{o}{e}{}^{e}>i\Rightarrow e\uparrow \end{matrix}\right\}\Rightarrow e\uparrow \text{(overshooting)}$$

Mediano plazo:

$$(e+p^{*}-p)\uparrow\Rightarrow y^{d}\uparrow\Rightarrow y^{d}>\overline{y}\Rightarrow q(y-\overline{y})=\overset{o}{p}>0\Rightarrow p\uparrow\rightarrow(m-p)\downarrow\Rightarrow i\uparrow\Rightarrow i-i^{*}=\overset{o}{e}{}^{e}<0\Rightarrow\overset{o}{e}<0\Rightarrow e\downarrow$$

Respuesta matemática.

Corto plazo.

$$dp=0$$

$$de=\left\{\frac{\alpha\beta_1+\beta_3}{\beta_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right\}di^{*}>0$$

$$de_r=\left\{\frac{\alpha\beta_1+\beta_3}{\beta_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right\}di^{*}>0$$

$$di=0$$

Largo plazo.

$$d\tilde{p}=\alpha di^{*}>0$$

$$d\tilde{e}=\left\{\frac{\alpha\beta_1+\beta_3}{\beta_1}\right\}di^{*}>0$$

$$d\tilde{e}_r=\left\{\frac{\beta_3}{\beta_1}\right\}di^{*}>0$$

$$d\tilde{i}=di^{*}>0$$

c) Una política fiscal expansiva no anticipada ($d\beta_0 > 0$).

Respuesta analítica

$$\beta_0 \uparrow \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \tilde{e} \downarrow \Rightarrow e^e \downarrow \Rightarrow \overset{o}{e^e} \downarrow \Rightarrow i^* + \overset{o}{e^e} < i \Rightarrow e \downarrow \Rightarrow (e + p^* - p) \downarrow \Rightarrow y^d \downarrow \\ \quad y^d \uparrow \end{array}\right\} \Rightarrow y^d \text{ constante}$$

Respuesta matemática

(Largo plazo igual al corto plazo)

$$d\tilde{p} = 0$$

$$d\tilde{e} = -\frac{1}{\beta_1} d\beta_0 < 0$$

$$d\tilde{e}_r = -\frac{1}{\beta_1} d\beta_0 < 0$$

$$d\tilde{i} = 0$$

APÉNDICE A2 Shocks y políticas anticipadas en el modelo básico

- **Efectos de cambios en las políticas anticipadas**

Sea $t = 0$, el momento del anuncio y $t = T$, el momento de la implementación de la política anunciada, donde $e(T)$ y $p(T)$ representan el tipo de cambio y los precios en el momento que toma lugar el shock exógeno.

- El efecto de corto plazo o efecto de anuncio:

Desde el equilibrio de largo plazo inicial $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ hasta el efecto de impacto inicial $p(0)$ y $e(0)$, como para el caso de políticas no anticipadas, $de(0) = e(0) - \tilde{e}_0$, denota el efecto de corto plazo en el tipo de cambio. Como hemos supuesto que los precios se mantienen constantes en el corto plazo, se debe cumplir que $dp(0) = 0$, pues $p(0) = \tilde{p}_0$. De manera similar, $de_r(0) = e_r(0) - \tilde{e}_{r0}$ y $di(0) = i(0) - \tilde{i}_0$ denotan los efecto de corto plazo en la tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente.

- Efectos de Mediano plazo:

Aquí se distinguen dos tramos. (i) Desde el efecto del corto plazo hasta el momento de la implementación de la política, que denotamos como $e(T) - e(0)$ y $p(T) - p(0)$, para el tipo de cambio y los precios, respectivamente. De manera similar, $e_r(T) - e_r(0)$ y $i(T) - i(0)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente. (ii) Después de la implementación de la política en la trayectoria hacia el largo plazo final, la cual corresponde a la nueva senda estable. Los efectos correspondientes se denotan como $\tilde{e}_1 - e(T)$ y $\tilde{p}_1 - p(T)$. Asimismo, $\tilde{e}_{r1} - e_r(T)$ y $\tilde{i}_1 - i(T)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente[23].

[23] Aunque en este apéndice no se calculan estos efectos, de las ecuaciones presentadas es fácil hacerlo. De todas formas, esta notación es útil para poder distinguir los diferentes efectos de los shocks o de las políticas anticipadas.

- Efectos de Largo plazo:

Igual que en el caso de las políticas no anticipadas, denotamos como $d\tilde{e} = \tilde{e}_1 - \tilde{e}_0$ y $d\tilde{p} = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0$ el efecto en el tipo de cambio y en los precios, respectivamente. Asimismo, los efectos en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, se denotan, respectivamente, como $d\tilde{e}_r = \tilde{e}_{r1} - \tilde{e}_{r0}$ y $d\tilde{i} = \tilde{i}_1 - \tilde{i}_0$.

- **Sistemas dinámicos**

Se distinguen dos sistemas dinámicos. Uno que describe la trayectoria a seguir antes del cambio exógeno, y otro que describe la trayectoria después de dicho cambio.

El sistema que describe las trayectorias de las variables antes del cambio de alguna de las variables exógenas, para el periodo $0 \leq t \leq T$, según las ecuaciones (42) y (43) de este apéndice, viene dador por:

$$p(t) = w_1\varepsilon^{\lambda_1 t} + w_2\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_0 \tag{65}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_1} w_1\varepsilon^{\lambda_1 t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_0 \tag{66}$$

Asimismo, el sistema que describe la trayectoria de estas variables para el periodo $t \geq T$, después del cambio de alguna de las variables exógenas, pueden escribirse como:

$$p(t) = w_1'\varepsilon^{\lambda_1 t} + w_2'\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_1 \tag{67}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_1} w_1'\varepsilon^{\lambda_1 t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2'\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_1 \tag{68}$$

Lo que diferencia a los sistemas son las constantes w_1, w_2, w_1' y w_2' y los valores de largo plazo correspondientes. Para conocer la dinámica completa de los sistemas es preciso hallar estas constantes.

- **Cálculo de las constantes de los sistemas.**

- Primera condición:

Como se señaló antes, se asume que en el momento inicial, en $t = 0$, se cumple que $p(0) = \tilde{p}_0$. Incorporando esta condición en la ecuación (65), se halla que:

$$w_1 + w_2 = 0 \tag{69}$$

- Segunda Condición:

En el momento $t = T$, la solución es continua, es decir, las soluciones para $p(T)$ y $e(T)$ de los sistemas (65)-(66) y (67)-(68) deben coincidir. Imponiendo esta condición, y haciendo algo de álgebra, se obtiene:

$$(w_2 - w_2')\varepsilon^{\lambda_2 T} + w_1\varepsilon^{\lambda_1 T} = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0 \tag{70}$$

$$\frac{1}{\alpha\lambda_2}(w_2 - w_2')\varepsilon^{\lambda_2 T} + \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_1\varepsilon^{\lambda_1 T} = \tilde{e}_1 - \tilde{e}_0 \tag{71}$$

- Tercera condición:

El sistema tiene que converger en el largo plazo. Por esta razón, en el sistema dado por las ecuaciones (67) y (68), hay que imponer que $w_1' = 0$, pues $\lambda_1 > 0$, con lo cual se obtiene:

$$p(t) = w_2'\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{p}_1, \quad t \geq T \tag{72}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} w_2'\varepsilon^{\lambda_2 t} + \tilde{e}_1, \quad t \geq T \tag{73}$$

Lo cual permite hallar la senda estable:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\tilde{p}_1 + \tilde{e}_1, \qquad t \geq T \tag{74}$$

Las ecuaciones (72), (73) y (74), permiten hallar las constantes w_1, w_2 y w_2', a saber:

$$w_1 = \frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} \tag{75}$$

$$w_2 = \frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} \tag{76}$$

$$w_2' = \frac{\varepsilon^{-\lambda_2 T}}{(\lambda_1 - \lambda_2)}\left[(\lambda_2 d\tilde{p} - \alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}) + \lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e} - d\tilde{p})\right] \tag{77}$$

- **Efectos de largo plazo.**

Usando el sistema (22) y las ecuaciones (23) y (24) del apéndice anterior, se obtienen los efectos de largo plazo para los precios, el tipo de cambio nominal, el tipo de cambio real y la tasa de interés interna.

$$\begin{bmatrix} d\tilde{p} \\ d\tilde{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\psi & \alpha & 0 \\ -\frac{1}{\beta_1} & 1 & \left(\frac{(1-\beta_2)}{\beta_1} - \psi\right) & \left(\alpha + \frac{\beta_3}{\beta_1}\right) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_o \\ dm \\ d\bar{y} \\ di^* \\ dp^* \end{bmatrix} \tag{78}$$

$$d\tilde{e}_r = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\beta_1} & \frac{(1-\beta_2)}{\beta_1} & \frac{\beta_3}{\beta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ d\bar{y} \\ di^* \end{bmatrix} \tag{79}$$

$$d\tilde{i} = di^* \tag{80}$$

- **Efectos de corto plazo o efecto de anuncio.**

Evaluando la ecuación (66) en el momento $t = 0$ y reemplazando el valor de las constantes w_1 y w_2, se obtiene que:

$$de(0) = e(0) - \tilde{e}_0 = \left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} \tag{81}$$

O, de manera desarrollada, como:

$$de(0)=\varepsilon^{-\lambda_1 T}\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{\beta_1} & \left(1-\dfrac{1}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\dfrac{(1-\beta_2)}{\beta_1}-\psi+\dfrac{\psi}{\alpha\lambda_2}\right) & \left(\alpha-\dfrac{1}{\lambda_2}+\dfrac{\beta_3}{\beta_1}\right) & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d\beta_0\\ dm\\ d\bar{y}\\ di^*\\ dp^*\end{bmatrix} \qquad (82)$$

A partir de la ecuación anterior, el efecto de corto plazo para el tipo de cambio real, el cual denotamos como e_r, es, por definición, el siguiente:

$$de_r(0)=de(0)+dp^* \qquad (83)$$

O, de manera desarrollada, como:

$$de_r(0)=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{\beta_1}\varepsilon^{-\lambda_1 T} & \left(1-\dfrac{1}{\alpha\lambda_2}\right)\varepsilon^{-\lambda_1 T} & \left(\dfrac{1-\beta_2}{\beta_1}-\psi+\dfrac{\psi}{\alpha\lambda_2}\right)\varepsilon^{-\lambda_1 T} & \left(\alpha-\dfrac{1}{\lambda_2}+\dfrac{\beta_3}{\beta_1}\right)\varepsilon^{-\lambda_1 T} & (1-\varepsilon^{-\lambda_1 T})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d\beta_0\\ dm\\ d\bar{y}\\ di^*\\ dp^*\end{bmatrix} \qquad (84)$$

Asimismo, dado que para el caso de políticas anticipadas no tiene lugar ningún cambio en las variables exógenas en el corto plazo, el efecto en la tasa de interés interna es nulo.

$$di(0)=0 \qquad (85)$$

- **Dinámica de mediano plazo antes de la implementación de la política ($0<t\leq T$).**

En las ecuaciones (65) y (66), reemplazando los valores de las constantes correspondientes de las ecuaciones (75) y (76), se halla que:

$$p(t)=\frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)}\left[d\tilde{e}-\frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\left[\varepsilon^{\lambda_1(t-T)}-\varepsilon^{\lambda_2 t-\lambda_1 T}\right]+\tilde{p}_0, \quad 0<t\leq T \qquad (86)$$

$$e(t)=\frac{1}{(\lambda_2-\lambda_1)}\left[d\tilde{e}-\frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\left[\lambda_2\varepsilon^{\lambda_1(t-T)}-\lambda_1\varepsilon^{\lambda_2 t-\lambda_1 T}\right]+\tilde{e}_0, \quad 0<t\leq T \qquad (87)$$

A partir de este sistema y usando la definición de tipo de cambio real, se puede hallar también su dinámica. Asimismo, usando la ecuación (7), podemos hallar la dinámica de la tasa de interés interna. En concreto:

$$e_r(t) = e(t) + p_0^* - p(t) \tag{88}$$

$$i(t) = \frac{1}{\alpha}\left(\psi\bar{y}_0 - m_0\right) + \frac{1}{\alpha}p(t) \tag{89}$$

Donde p_0^*, m_0 y $\bar{y}_0$ denotan los valores iniciales para el nivel de precios externos, la oferta monetaria y el producto potencial, respectivamente.

Para saber la dirección del nivel de precios y del tipo de cambio en el tiempo, derivamos con respecto a t, y se obtiene:

$$\overset{o}{p}(t) = \frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\left[\lambda_1\varepsilon^{\lambda_1(t-T)} - \lambda_2\varepsilon^{\lambda_2 t - \lambda_1 T}\right] = \begin{cases} > 0, & \text{si } d\tilde{e} > 0 \text{ y } d\tilde{p} \geq 0 \\ < 0, & \text{si } d\tilde{e} < 0 \text{ y } d\tilde{p} \leq 0 \end{cases} \tag{90}$$

$$\overset{o}{e}(t) = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)}\left[d\tilde{e} - \frac{1}{\alpha\lambda_2}d\tilde{p}\right]\left[\varepsilon^{\lambda_1(t-T)} - \varepsilon^{\lambda_2 t - \lambda_1 T}\right] = \begin{cases} > 0, & \text{si } d\tilde{e} > 0 \text{ y } d\tilde{p} \geq 0 \\ < 0, & \text{si } d\tilde{e} < 0 \text{ y } d\tilde{p} \leq 0 \end{cases} \tag{91}$$

Es decir, si un shock exógeno eleva los precios $d\tilde{p} > 0$ y el tipo de cambio en el largo plazo $d\tilde{e} > 0$, por ejemplo debido a una expansión monetaria, en este tramo de mediano plazo previo a la implementación de la política, los precios y el tipo de cambio están aumentando.

- **Dinámica de mediano plazo después de la implementación de la política ($t \geq T$).**

Esta dinámica se obtiene a partir del sistema de ecuaciones (72) y (73), luego de reemplazar los valores de las constantes correspondientes de la ecuación (77).

$$p(t) = \frac{1}{\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)}\left[\left(\lambda_2 d\tilde{p} - \alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e}\right) + \lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2 - \lambda_1)T}\left(\alpha\lambda_2 d\tilde{e} - d\tilde{p}\right)\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)} + \tilde{p}_1, \quad t \geq T \tag{92}$$

$$e(t)=\frac{1}{\alpha\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)}\left[(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e})+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)}+\tilde{e}_1,\quad t\geq T \quad (93)$$

Asimismo, para este tramo, la dinámica del tipo de cambio real y la tasa de interés puede obtenerse de:

$$e_r(t)=e(t)+p_1^{*}-p(t) \quad (94)$$

$$i(t)=\frac{1}{\alpha}\left(\psi\bar{y}_1-m_1\right)+\frac{1}{\alpha}p(t) \quad (95)$$

Donde p_1^{*}, m_1 y $\bar{y}_1$ denotan los valores finales, luego de que se ha producido el shock o cambio de política, para el nivel de precios externos, la oferta monetaria y el producto potencial, respectivamente.

Para saber la dirección que siguen los precios y el tipo de cambio nominal en el tiempo, derivamos con respecto a t, y se obtiene que:

$$\overset{o}{p}(t)=\frac{\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)}\left[(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e})+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)},\quad t\geq T \quad (96)$$

$$\overset{o}{e}(t)=\frac{\lambda_2}{\alpha\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)}\left[(\lambda_2 d\tilde{p}-\alpha\lambda_1\lambda_2 d\tilde{e})+\lambda_1\varepsilon^{(\lambda_2-\lambda_1)T}(\alpha\lambda_2 d\tilde{e}-d\tilde{p})\right]\varepsilon^{\lambda_2(t-T)},\quad t\geq T \quad (97)$$

En estas ecuaciones el signo de estas derivadas es ambiguo, a menos que se detallen los efectos de largo plazo $d\tilde{p}$ y $d\tilde{e}$.

A manera de ejemplo, vamos a mostrar el signo de las derivadas anteriores en el caso en que se dé una expansión monetaria $dm>0$. Sabemos que para este cambio exógeno, por el sistema de ecuaciones (78), $d\tilde{p}=d\tilde{e}=dm$. Reemplazando estos valores en el sistema de ecuaciones anteriores, se concluye que el signo de la derivada del precio y del tipo de cambio respecto al tiempo es igual y opuesto del signo que toma $(\alpha\lambda_1\lambda_2-\lambda_2)$, respectivamente. Por las ecuaciones (30) y (31) del apéndice anterior, podemos afirmar que:

$$(\alpha\lambda_1\lambda_2 - \lambda_2) = -q\beta_1 + \frac{q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)}{2} + \frac{\sqrt{\left(q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)\right)^2 + \frac{4q}{\alpha}\beta_1}}{2} > 0 \quad . \tag{98}$$

Por tanto, después de la expansión monetaria en la trayectoria hacia el largo plazo final, sobre la senda estable, los precios están creciendo, mientras que el tipo de cambio está decreciendo.

A. Una expansión monetaria anticipada ($dm > 0$).

Respuesta analítica

Corto plazo

$$\text{Anuncio} \quad m\uparrow \Rightarrow \tilde{e}\uparrow \Rightarrow e^e\uparrow \Rightarrow \overset{\circ}{e^e}\uparrow \Rightarrow i < i^* + \overset{\circ}{e^e} \Rightarrow e\uparrow$$

Mediano plazo, antes de la expansión

$$\left(e + p^* - p\right)\uparrow \Rightarrow y^d\uparrow \Rightarrow \overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) > 0 \Rightarrow p\uparrow \Rightarrow (m - p)\downarrow \Rightarrow i\uparrow \Rightarrow i - i^* = \overset{\circ}{e^e} > 0 \Rightarrow \overset{\circ}{e} > 0 \Rightarrow e\uparrow$$

Mediano plazo, después de la expansión

$$m\uparrow \Rightarrow (m - p)\uparrow \Rightarrow (m - p) > \psi\bar{y} - \alpha i \Rightarrow i\downarrow \Rightarrow \begin{cases} y^d\uparrow \Rightarrow \overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) > 0 \Rightarrow p\uparrow \\ i - i^* = \overset{o}{e^e} < 0 \Rightarrow \overset{o}{e} < 0 \Rightarrow e\downarrow \end{cases}$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$de(0) = \left[1 - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} dm > 0$$

$$de_r(0) = \left[1 - \frac{1}{\alpha\lambda_2}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} dm > 0$$

$$di(0) = 0$$

Largo Plazo

$d\tilde{p} = dm > 0$

$d\tilde{e} = dm > 0$

$d\tilde{e}_r = 0$

$d\tilde{i} = 0$

B. Una elevación anticipada de la tasa de interés internacional ($di^* > 0$).

Respuesta analítica

Corto plazo

Anuncio $i^* \uparrow \Rightarrow \tilde{e} \uparrow \Rightarrow e^e \uparrow \Rightarrow \overset{\circ}{e}{}^e \uparrow \Rightarrow i^* + \overset{\circ}{e}{}^e > i \Rightarrow e \uparrow$

Mediano plazo, antes de la elevación de i^*

$$(e + p^* - p)\uparrow \Rightarrow y^d \uparrow \Rightarrow \overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) > 0 \Rightarrow p \uparrow \Rightarrow (m-p)\downarrow \Rightarrow i \uparrow \Rightarrow i - i^* = \overset{\circ}{e}{}^e > 0 \Rightarrow \overset{o}{e} > 0 \Rightarrow e \uparrow$$

Mediano plazo, después de la elevación de i^*

$$i^* \uparrow \Rightarrow i - i^* = \overset{\circ}{e}{}^e < 0 \Rightarrow \overset{o}{e} < 0 \Rightarrow e \downarrow \Rightarrow y^d > \bar{y} \Rightarrow q(y^d - \bar{y}) = \overset{o}{p} > 0 \Rightarrow p \uparrow \Rightarrow (m-p)\downarrow \Rightarrow i \uparrow$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$de(0) = \left[\alpha - \frac{1}{\alpha\lambda_2} + \frac{\beta_3}{\beta_1}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} di^* > 0$$

$$de_r(0) = \left[\alpha - \frac{1}{\alpha\lambda_2} + \frac{\beta_3}{\beta_1}\right]\varepsilon^{-\lambda_1 T} di^* > 0$$

$di(0) = 0$

Largo plazo

$$d\tilde{p} = \alpha di^* > 0$$

$$d\tilde{e} = \left(\alpha + \frac{\beta_3}{\beta_1} \right) di^* > 0$$

$$d\tilde{e} = \frac{\beta_3}{\beta_1} di^* > 0$$

$$d\tilde{i} = di^* > 0$$

C. Una expansión fiscal anticipada ($d\beta_0 > 0$).

Respuesta analítica

Corto plazo

$$\text{Anuncio } \beta_0 \uparrow \Rightarrow \tilde{e} \downarrow \Rightarrow e^e \downarrow \Rightarrow \mathring{e}^e \downarrow \Rightarrow i^* + \mathring{e}^e < i \Rightarrow e \downarrow$$

Mediano plazo, antes de la expansión fiscal

$$\left(e + p^* - p\right) \downarrow \Rightarrow y^d \downarrow \Rightarrow \mathring{p} = q(y^d - \overline{y}) < 0 \Rightarrow p \downarrow \Rightarrow \left(m - p\right) \uparrow \Rightarrow i \downarrow \Rightarrow i - i^* = \mathring{e}^e < 0 \Rightarrow \mathring{e} < 0 \Rightarrow e \downarrow$$

Mediano plazo, después de la expansión fiscal

$$\beta_0 \uparrow \Rightarrow y^d \uparrow \Rightarrow \mathring{p} = q(y^d - \overline{y}) > 0 \Rightarrow p \uparrow \Rightarrow \left(m - p\right) \downarrow \Rightarrow i \uparrow \Rightarrow i - i^* = \mathring{e}^e < 0 \Rightarrow \mathring{e} < 0 \Rightarrow e \downarrow$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$de(0) = -\frac{1}{\beta_1} \varepsilon^{-\lambda_1 T} d\beta_0 < 0$$

$$de_r(0) = -\frac{1}{\beta_1} \varepsilon^{-\lambda_1 T} d\beta_0 < 0$$

$$di(0) = 0$$

Largo plazo

$$d\tilde{p} = 0$$

$$d\tilde{e} = -\frac{1}{\beta_1} d\beta_0 < 0$$

$$d\tilde{e}_r = -\frac{1}{\beta_1} d\beta_0 < 0$$

$$d\tilde{i} = 0$$

APÉNDICE B1 Shocks y políticas no anticipadas en el modelo extendido.

B.1.1 El modelo extendido

- **Las ecuaciones del modelo**

El modelo viene dado por las siguientes ecuaciones. Cabe señalar que todas las variables, con excepción de las tasas de interés y la tasa de depreciación, están en logaritmos. Asimismo, todos los parámetros tienen signo positivo. La diferencia con el modelo básico está dada por la reformulación de la Curva de Phillips, ecuación (4´).

$$i = i^* + \dot{e}^e \qquad (1)$$

$$\dot{e}^e = \dot{e} \qquad (2)$$

$$m - p = \psi\bar{y} - a i \qquad (3)$$

$$\dot{p} = q(y^d - \bar{y}) + (1-q)\dot{e} \qquad (4´)$$

$$y^d = \beta_0 + \beta_1(e + p^* - p) + \beta_2\bar{y} - \beta_3 i, \qquad 0 < \beta_2 < 1 \qquad (5)$$

- **Las ecuaciones dinámicas para el nivel de precios y para el tipo de cambio**

Conjugando las ecuaciones (1), (2) y (3), se obtiene la ecuación que describe la dinámica del tipo de cambio.

$$\dot{e} = \frac{1}{\alpha}(p - m + \psi\bar{y}) - i^* \qquad (99)$$

Por otro lado, conjugando las ecuaciones (1), (2), (3) y (5) en la ecuación (4´) se obtiene que:

$$\dot{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - q\left(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha}\right)p - q\left(1 - \beta 2 + \frac{\beta 3\psi}{\alpha}\right)\bar{y} + q\beta_1 p^* + \frac{q\beta 3}{\alpha}m + (1-q)\dot{e} \qquad (100)$$

Reemplazando la ecuación (99) en la ecuación (100), se obtiene la ecuación que describe la dinámica de los precios.

$$\overset{o}{p} = q\beta_0 + q\beta_1 e - a_{11} p - b_{13}\overline{y} + q\beta_1 p^* + b_{12} m - (1-q)i^* \tag{101}$$

Donde[24]:

$$a_{11} = \left[q(\beta_1 + \frac{\beta_3}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}) - \frac{1}{\alpha} \right] > 0 \tag{102}$$

$$b_{12} = \left[q(\frac{\beta_3}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}) - \frac{1}{\alpha} \right] > 0 \tag{103}$$

$$b_{13} = \left[q(1-\beta_2) + q\psi\frac{(\beta_3 + 1)}{\alpha} + \frac{\psi}{\alpha} \right] > 0 \tag{104}$$

- **Curvas IS y LM**

Haciendo $\overset{o}{p} = 0$ en la ecuación (100), y $\overset{o}{e} = 0$ en la ecuación (101), las ecuaciones resultantes son las siguientes.

$$p = m - \psi\overline{y} + \alpha i^* \tag{105}$$

$$e = -\frac{1}{\beta_1}\beta_0 + \left(1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1}\right)p - \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1}m + \left(\frac{\alpha(1-\beta_2) + \beta_3\psi}{\alpha\beta_1}\right)\overline{y} - p^* \tag{106}$$

La ecuación (106) se obtiene, además, haciendo uso de la ecuación (105). De esta manera, las curvas IS y LM son las mismas que para el modelo básico.

Las pendientes de las curvas IS y LM se derivan de las ecuaciones (105) y (106) y en el plano (p, e) son:

24 Puede demostrarse que existe un nivel de q en el intervalo $(0,1)$ lo suficientemente grande como para asegurar que $a_{11} > 0$ y $b_{12} > 0$. Para garantizar que $b_{13} > 0$, basta con imponer que $\beta_2 < 1$.

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{LM} = \infty \tag{107}$$

$$\left.\frac{de}{dp}\right|_{IS} = 1 + \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1} > 0 \tag{108}$$

B.1.2 Solución particular y estabilidad del sistema

Las ecuaciones (65) y (66) pueden escribirse en términos de matrices como:

$$\begin{bmatrix} \overset{o}{p} \\ \overset{o}{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & q\beta_1 \\ 1/\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q & b_{12} & b_{13} & -(1-q) & q\beta_1 \\ 0 & -1/\alpha & \psi/\alpha & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_o \\ m \\ \bar{y} \\ i^* \\ p^* \end{bmatrix} \tag{109}$$

O, en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \overset{o}{p} \\ \overset{o}{e} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} p \\ e \end{bmatrix} + BX \tag{110}$$

- **Estabilidad del modelo**

$$|A| = -\frac{q\beta_1}{\alpha} < 0 \tag{111}$$

Lo cual indica que tenemos un equilibrio estacionario con punto de silla.

- **Solución particular y los multiplicadores de largo plazo**

Para los precios y el tipo de cambio nominal:

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\psi & \alpha & 0 \\ -\frac{1}{\beta_1} & 1 & \frac{(1-\beta_1)}{\beta_1} - \psi & \alpha + \frac{\beta_3}{\beta_1} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_o \\ m \\ \bar{y} \\ i^* \\ p^* \end{bmatrix} \tag{112}$$

Para el tipo de cambio real:

$$\tilde{e}_r = \tilde{e} + p^* - \tilde{p} = -\frac{\beta_o}{\beta_1} - \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)\bar{y} + \frac{\beta_3}{\beta_1} i^* \tag{113}$$

Para la tasa de interés interna:

$$\tilde{i} = i^* \tag{114}$$

B.1.3 La solución particular y la solución general

- **La solución particular**

Definimos ε como el número $\varepsilon = 2.71828...$ (base del logaritmo neperiano). Sean las soluciones de prueba para los precios $p(t) = w\varepsilon^{\lambda' t}$ y para el tipo de cambio $e(t) = v\varepsilon^{\lambda' t}$, con v y w constantes por determinar.

La solución particular es:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} \tag{115}$$

$$e(t) = v_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + v_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} \tag{116}$$

Con las raíces características:

$$\lambda_1' = \frac{\sqrt{a_{11}{}^2 + \frac{4}{\alpha} q\beta_1}}{2} - \frac{a_{11}}{2} > 0 \tag{117}$$

$$\lambda_2' = -\frac{\sqrt{a_{11}{}^2 + \frac{4}{\alpha} q\beta_1}}{2} - \frac{a_{11}}{2} < 0 \tag{118}$$

La solución particular puede reescribirse sólo como dependiente de los parámetros w_1 y w_2 como:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} \tag{119}$$

$$e(t) = \frac{\lambda_1' + a_{11}}{q\beta_1} w_1 \varepsilon^{\lambda_1 t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2 \varepsilon^{\lambda_2 t} \tag{120}$$

- **La solución general**

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{p} \tag{121}$$

$$e(t) = \frac{\lambda_1' + a_{11}}{q\beta_1} w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{e} \tag{122}$$

B.1.4 La senda estable y los multiplicadores de corto plazo

- **La senda estable**

Reemplazando $w_1 = 0$ en las ecuaciones (121) y (122), se obtienen las siguientes expresiones:

$$p(t) = w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{p} \tag{123}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{e} \tag{124}$$

Sustituyendo la ecuación (123) en la ecuación (124), y ordenando, se halla la ecuación de la senda estable:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2} \tilde{p} + \tilde{e} \tag{125}$$

Con pendiente negativa:

$$\frac{de}{dp} = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} < 0 \quad , \text{ pues } \lambda_2' < 0 \tag{126}$$

En particular, para los valores de largo plazo inicial $(\tilde{e}_0, \tilde{p}_0)$, se tiene:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'} \tilde{p}_0 + \tilde{e}_0 \tag{127}$$

Asimismo, para los valores de largo plazo final $(\tilde{e}_1, \tilde{p}_1)$:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'} \tilde{p}_1 + \tilde{e}_1 \tag{128}$$

- **Multiplicadores de corto plazo**

Asumiendo que inicialmente la economía se encontraba en el estado estacionario $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ y denotando como $p(0)$ y $e(0)$ el nivel de precios y de tipo de cambio de corto plazo, respectivamente, $p(0) - \tilde{p}_0$ y $e(0) - \tilde{e}_0$ miden los efectos de corto plazo correspondientes.

Dado que $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ son puntos que corresponden a la senda estable inicial, estos valores son una solución de la ecuación (50), por lo que debe cumplirse que:

$$\tilde{e}_0 = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} \tilde{p}_0 - \frac{1}{\alpha\lambda_2'} \tilde{p}_0 + \tilde{e}_0 \tag{129}$$

Por otro lado, los puntos $p(0)$ y $e(0)$ son puntos que deben estar en la nueva senda estable, por lo que debe cumplirse que:

$$e(0) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} p(0) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'} \tilde{p}_1 + \tilde{e}_1 \tag{130}$$

Tomando la diferencia de ambos lados de las ecuaciones (129) y (130), se obtiene:

$$e(0)-\tilde{e}_0=\frac{1}{\alpha\lambda_2'}(p(0)-\tilde{p}_0)-\frac{1}{\alpha\lambda_2'}(\tilde{p}_1-\tilde{p}_0)+(\tilde{e}_1-\tilde{e}_0) \tag{131}$$

Considerando que $p(0)-\tilde{p}_0=(1-q)(e(0)-\tilde{e}_0)$, los efectos de corto plazo son:

$$p(0)-\tilde{p}_0=\frac{\alpha\lambda_2'(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e}))}{(1-q)-\alpha\lambda_2'}+d\tilde{p} \tag{132}$$

$$e(0)-\tilde{e}_0=\frac{(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e}))}{(1-q)-\alpha\lambda_2')}+d\tilde{e} \tag{133}$$

Los efectos de corto plazo en la tasa de interés:

$$i(0)-\tilde{i}_0=-\frac{1}{\alpha}dm+\frac{\psi}{\alpha}d\bar{y} \tag{134}$$

- **Dinámica de mediano plazo**

Evaluando las ecuaciones (123) y (124) en el momento $t=0$:

$$p(0)=w_2+\tilde{p}_1 \tag{135}$$

$$e(0)=\frac{1}{\alpha\lambda_2'}w_2+\tilde{e}_1 \tag{136}$$

Considerando que $p(0)-\tilde{p}_0=(1-q)(e(0)-\tilde{e}_0)$, se obtiene que:

$$w_2=\frac{\alpha\lambda_2'(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e}))}{(1-q)-\alpha\lambda_2'} \tag{137}$$

En consecuencia, la dinámica del tipo de los precios y el tipo de cambio es la siguiente:

$$p(t)=\frac{\alpha\lambda'_2(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e})}{(1-q)-\alpha\lambda'_2}\varepsilon^{\lambda'_2 t}+d\tilde{p} \qquad (138)$$

$$e(t)=\frac{(d\tilde{p}-(1-q)d\tilde{e})}{(1-q)-\alpha\lambda'_2}\varepsilon^{\lambda'_2 t}+d\tilde{e} \qquad (139)$$

La dinámica de la tasa de interés en función de su valor de equilibrio estacionario $i*$ es:

$$i(t)=\frac{1}{\alpha}(\tilde{p}_o-\tilde{p}_1)\varepsilon^{\lambda'_2 t}+i^* \qquad (140)$$

B.1.5 Una expansión monetaria no anticipada ($dm>0$).

Respuesta analítica

Corto plazo

$$m\uparrow\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}(m-p)\uparrow\Rightarrow m-p>\psi\bar{y}-\alpha i\Rightarrow i\downarrow\Rightarrow i<i^*+\overset{o}{e^e}\Rightarrow e\uparrow\\ \tilde{e}\uparrow\Rightarrow e^e\uparrow\Rightarrow\overset{o}{e^e}\Rightarrow i<i^*+\overset{o}{e^e}\Rightarrow e\uparrow\end{array}\right\}\Rightarrow e\uparrow\Rightarrow e(0)-\tilde{e}_0>0\Rightarrow p\uparrow$$

Mediano plazo

$$\left.\begin{array}{l}i\downarrow\\ (e+p*-p)\uparrow\end{array}\right\}\Rightarrow y^d\uparrow\Rightarrow y^d>\bar{y}\Rightarrow q(y-\bar{y})=\overset{o}{p}>0\Rightarrow p\uparrow\Rightarrow(m-p)\downarrow\Rightarrow i\uparrow\Rightarrow i-i^*=\overset{o}{e^e}<0\Rightarrow\overset{o}{e}<0\Rightarrow e\downarrow$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$dp(0)=\frac{(1-\alpha\lambda'_2)(1-q)}{(1-q)-\alpha\lambda'_2}dm>0$$

$$de(0)=\frac{(1-\alpha\lambda'_2)}{(1-q)-\alpha\lambda'_2}dm>0$$

$$di(0) = \frac{\lambda_2 q}{(1-q) - \alpha\lambda_2} dm < 0$$

Largo plazo

$$d\tilde{p} = dm$$

$$d\tilde{e} = dm$$

$$d\tilde{i} = 0$$

APÉNDICE B2 Shocks y políticas anticipadas en el modelo extendido

- **Efectos de cambios en las políticas anticipadas**

Sea $t = 0$, el momento del anuncio y $t = T$, el momento de la implementación de la política anunciada, donde $e(T)$ y $p(T)$ representan el tipo de cambio y los precios en el momento que toma lugar el shock exógeno.

- El efecto de corto plazo o efecto de anuncio:

Desde el equilibrio de largo plazo inicial $(\tilde{p}_0, \tilde{e}_0)$ hasta el efecto de impacto inicial $p(0)$ y $e(0)$. Como para el caso de políticas no anticipadas, $de(0) = e(0) - \tilde{e}_0$, denota el efecto de corto plazo en el tipo de cambio. Como hemos supuesto que los precios se mantienen constantes en el corto plazo, se debe cumplir que $dp(0) = 0$, pues $p(0) = \tilde{p}_0$. De manera similar, $de_r(0) = e_r(0) - \tilde{e}_{r0}$ y $di(0) = i(0) - \tilde{i}_0$ denotan los efectos de corto plazo en la tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente.

- Efectos de Mediano plazo:

Aquí se distinguen dos tramos. (i) Desde el efecto del corto plazo hasta el momento de la implementación de la política, que denotamos como $e(T) - e(0)$ y $p(T) - p(0)$, para el tipo de cambio y los precios, respectivamente. De manera similar, $e_r(T) - e_r(0)$ y $i(T) - i(0)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente. (ii) Después de la implementación de la política en la trayectoria hacia el largo plazo final, la cual corresponde a la nueva senda estable. Los efectos correspondientes se denotan como $\tilde{e}_1 - e(T)$ y $\tilde{p}_1 - p(T)$. Asimismo, $\tilde{e}_{r1} - e_r(T)$ y $\tilde{i}_1 - i(T)$ denotan los efectos, para este tramo, en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, respectivamente[25].

- Efectos de Largo plazo:

Igual que en el caso de las políticas no anticipadas, denotamos como $d\tilde{e} = \tilde{e}_1 - \tilde{e}_0$ y $d\tilde{p} = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0$ el efecto en el tipo de cambio y en los precios, respectivamente. Asimismo, los

[25] Aunque en este apéndice no se calculan estos efectos, es fácil hacerlo a partir de las ecuaciones presentadas. De todas formas, esta notación es útil para poder distinguir los diferentes efectos de los shocks o de las políticas anticipadas.

efectos en el tipo de cambio real y en la tasa de interés interna, se denotan, respectivamente, como $d\tilde{e}_r = \tilde{e}_{r1} - \tilde{e}_{r0}$ y $d\tilde{i} = \tilde{i}_1 - \tilde{i}_0$.

- **Sistemas dinámicos**

El sistema que describe las trayectorias de las variables antes del cambio de alguna de las variables exógenas, para el periodo $0 \le t \le T$, según las ecuaciones (121) y (122), está dado por:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{p}_0 \qquad (141)$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_1'} w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{e}_0 \qquad (142)$$

Asimismo, el sistema que describe la trayectoria de estas variables para el periodo $t \ge T$, después del cambio de alguna de las variables exógenas, puede escribirse como:

$$p(t) = w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{p}_1 \qquad (143)$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_1'} w_1 \varepsilon^{\lambda_1' t} + \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2 \varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{e}_1 \qquad (144)$$

- **Cálculo de las constantes de los sistemas.**

- Primera condición:

Como se señaló antes, se asume que en el momento inicial, en $t = 0$, se cumple que $p(0) - \tilde{p}_0 = (1 - q)(e(0) - \tilde{e}_0)$. Incorporando esta condición en la ecuación (65), se halla que:

$$w_1 = \frac{\lambda_1'}{\lambda_2'} \left[\frac{(1-q) - \alpha\lambda_2'}{\alpha\lambda_1' - (1-q)} \right] w_2 \qquad (145)$$

Como señalamos antes, con un nivel de q lo suficientemente grande, pero menor que uno, podemos afirmar que $\alpha\lambda_1' > (1-q)$.

- Segunda condición:

En el momento $t = T$, la solución es continua, es decir, las soluciones para $p(T)$ y $e(T)$ de los sistemas (141)-(142) y (143)-(144) deben coincidir. Imponiendo esta condición, y haciendo algo de álgebra, se obtiene:

$$\left(w_2 - w_2'\right)\varepsilon^{\lambda_2' T} + w_1\varepsilon^{\lambda_1' T} = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0 \tag{146}$$

$$\frac{1}{\alpha\lambda_2'}\left(w_2 - w_2'\right)\varepsilon^{\lambda_2' T} + \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_1\varepsilon^{\lambda_1' T} = \tilde{e}_1 - \tilde{e}_0 \tag{147}$$

- Tercera condición:

El sistema tiene que converger en el largo plazo. Por esta razón, en el sistema dado por las ecuaciones (143) y (144), hay que imponer que $w_1' = 0$, pues $\lambda_1' > 0$, con lo cual se obtiene:

$$p(t) = w_2'\varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{p}_1, \quad t \geq T \tag{148}$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} w_2'\varepsilon^{\lambda_2' t} + \tilde{e}_1, \quad t \geq T \tag{149}$$

Lo cual permite hallar la senda estable:

$$e(t) = \frac{1}{\alpha\lambda_2'} p(t) - \frac{1}{\alpha\lambda_2'}\tilde{p}_1 + \tilde{e}_1, \qquad t \geq T \tag{150}$$

Las ecuaciones (145), (146) y (147), permiten hallar las constantes w_1, w_2 y w_2', a saber:

$$w_1 = \frac{\lambda_1'}{\left(\lambda_1' - \lambda_2'\right)}\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \tag{151}$$

$$w_2 = \frac{\lambda_2'}{\left(\lambda_1' - \lambda_2'\right)}\left[\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right]\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \tag{152}$$

$$w_2' = \frac{\lambda_2'}{(\lambda_1' - \lambda_2')}\left[\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right][d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}]\varepsilon^{-\lambda_1' T} + \frac{\lambda_2'}{(\lambda_1' - \lambda_2')}[d\tilde{p} - \alpha\lambda_1' d\tilde{e}]\varepsilon^{-\lambda_2'' T} \qquad (153)$$

- **Efectos de largo plazo.**

$$\begin{bmatrix} d\tilde{p} \\ d\tilde{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\psi & \alpha & 0 \\ -\dfrac{1}{\beta_1} & 1 & \left(\dfrac{(1-\beta_2)}{\beta_1} - \psi\right) & \left(\alpha + \dfrac{\beta_3}{\beta_1}\right) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_o \\ dm \\ d\bar{y} \\ di^* \\ dp^* \end{bmatrix} \qquad (154)$$

$$d\tilde{i} = di^* \qquad (155)$$

- **Efectos de corto plazo o efecto de anuncio.**

Evaluando la ecuación (141) en el momento $t = 0$ y reemplazando el valor de las constantes w_1 y w_2, se obtiene que:

$$dp(0) = \frac{(1-q)}{((1-q) - \alpha\lambda_2')}[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \qquad (156)$$

Haciendo lo propio en la ecuación (142), se halla:

$$de(0) = \frac{1}{((1-q) - \alpha\lambda_2')}[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \qquad (157)$$

- El efecto en la tasa de interés interna es:

$$di(0) = \frac{(1-q)}{\alpha((1-q) - \alpha\lambda_2')}[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}]\varepsilon^{-\lambda_1' T} \qquad (158)$$

- **Dinámica de mediano plazo antes de la implementación de la política ($0 < t \leq T$).**

A partir del sistema de ecuaciones (141) y (142), reemplazando los valores de las constantes correspondientes de las ecuaciones (151) y (152), se halla que:

$$p(t) = \frac{1}{(\lambda_1' - \lambda_2')}\left[\lambda_2'\left(\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right)\varepsilon^{\lambda_2' t} + \lambda_1'\varepsilon^{\lambda_1' t}\right]\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} + \tilde{p}_0 \qquad (159)$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha(\lambda_1' - \lambda_2')}\left[\left(\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right)\varepsilon^{\lambda_2' t} + \varepsilon^{\lambda_1' t}\right]\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} + \tilde{e}_0 \qquad (160)$$

Puede demostrarse que un shock exógeno que eleva los precios $d\tilde{p} > 0$ y el tipo de cambio en el largo plazo $d\tilde{e} > 0$, por ejemplo debido a una expansión monetaria, en este tramo, los precios y el tipo de cambio están aumentando.

- **Dinámica de mediano plazo después de la implementación de la política ($t \geq T$).**

Esto viene dado por el sistema de ecuaciones (143) y (144), luego de reemplazar el valor de la constante dado en la ecuación (153), se obtiene:

$$p(t) = \frac{\lambda_2'}{(\lambda_1' - \lambda_2')}\left[\left(\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right)\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} + \left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_1' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_2' T}\right]\varepsilon^{\lambda_2' t} \qquad (161)$$

$$e(t) = \frac{1}{\alpha(\lambda_1' - \lambda_2')}\left[\left(\frac{\alpha\lambda_1' - (1-q)}{(1-q) - \alpha\lambda_2'}\right)\left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_2' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} + \left[d\tilde{p} - \alpha\lambda_1' d\tilde{e}\right]\varepsilon^{-\lambda_2' T}\right]\varepsilon^{\lambda_2' t} \qquad (162)$$

Puede demostrarse que si tiene lugar una expansión monetaria, el signo de la derivada del tipo de cambio y del precio respecto al tiempo, es igual y opuesto del signo que toma $(\alpha\lambda_1'\lambda_2' - \lambda_2')$, respectivamente. Por las ecuaciones (117) y (118) del apéndice anterior, podemos afirmar que:

$$(\alpha\lambda_1'\lambda_2' - \lambda_2') > 0 \quad . \qquad (163)$$

Es decir, después de la expansión monetaria en la trayectoria hacia el largo plazo final, sobre la senda estable, los precios están creciendo, mientras que el tipo de cambio está decreciendo.

- **Una expansión monetaria anticipada (** $dm > 0$ **).**

Respuesta analítica

Corto plazo

$$\text{Anuncio } m\uparrow \Rightarrow \tilde{e}\uparrow \Rightarrow e^e\uparrow \Rightarrow \overset{\circ}{e}{}^e\uparrow \Rightarrow i < i^* + \overset{\circ}{e}{}^e \Rightarrow e\uparrow \Rightarrow e(0) - \tilde{e}_0 > 0 \Rightarrow p\uparrow \Rightarrow m - p\downarrow \Rightarrow i\uparrow$$

Mediano plazo, antes de la expansión

$$\left.\begin{matrix}(e + p^* - p)\uparrow \\ i\uparrow\end{matrix}\right\} \Rightarrow y^d\uparrow \Rightarrow \overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) > 0 \Rightarrow p\uparrow \Rightarrow (m - p)\downarrow \Rightarrow i\uparrow \Rightarrow i - i^* = \overset{\circ}{e}{}^e > 0 \Rightarrow \overset{\circ}{e} > 0 \Rightarrow e\uparrow$$

Mediano plazo, después de la expansión

$$m\uparrow \Rightarrow (m - p)\uparrow \Rightarrow (m - p) > \psi\bar{y} - \alpha i \Rightarrow i\downarrow \Rightarrow \begin{cases} y^d\uparrow \Rightarrow \overset{o}{p} = q(y^d - \bar{y}) > 0 \Rightarrow p\uparrow \\ i - i^* = \overset{o}{e}{}^e < 0 \Rightarrow \overset{o}{e} < 0 \Rightarrow e\downarrow \end{cases}$$

Respuesta matemática

Corto plazo

$$dp(0) = \frac{(1-q)}{\left((1-q) - \alpha\lambda_2'\right)}\left[1 - \alpha\lambda_2'\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} dm > 0$$

$$de(0) = \frac{1}{\left((1-q) - \alpha\lambda_2'\right)}\left[1 - \alpha\lambda_2'\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} dm > 0$$

$$di(0) = \frac{(1-q)}{\alpha\left((1-q) - \alpha\lambda_2'\right)}\left[1 - \alpha\lambda_2'\right]\varepsilon^{-\lambda_1' T} dm > 0$$

Largo Plazo

$$d\tilde{p} = dm > 0$$

$$d\tilde{e} = dm > 0$$

$$d\tilde{i} = 0$$