

CONTENIDO

CAPITULO 1 La integral indefinida

1	Teorema del valor medio	3
2	Teorema de la función constante	3
3	Teorema de las diferencias constantes	5
4	La integral indefinida	5
4.1	Antiderivada de una función	5
4.2	La integral indefinida	6
4.3	Propiedades básicas de la integración	9
4.4	Integrales usuales	12
4.5	Problemas resueltos	16
4.6	Problemas propuestos	47

CONTENIDO

CAPITULO 2 Integración por partes e integración por sustitución

1	Integración por partes	53
2	Integración por sustitución o por cambio de variable	56
2.1	Teorema: fórmula del cambio de variable . . .	56
2.2	Sustituciones trigonométricas	59
3	Problemas resueltos	63
3.1	Integración por partes	63
3.2	Integración por sustitución	74
4	Problemas propuestos	83

CAPITULO 3 La integral definida

1	Sumas	87
1.1	Definición	87
1.2	Propiedades de las sumas	88
1.3	Algunas sumas	89
1.4	Problemas resueltos	90
2	La integral definida como un límite de sumas . . .	94
2.1	Suma de integral	94
2.2	La integral definida	96
2.2.1	Existencia y definición de la integral definida para funciones continuas . .	96
2.2.2	Cálculo de la integral definida usando sucesiones de sumas de integral . . .	97
2.2.3	Area entre dos curvas	99
2.3	Propiedades de la integral definida	106
2.3.1	Teorema	106
2.3.2	Teorema	108

CONTENIDO

2.3.3	Teorema	109
2.3.4	La integral definida $\int_a^b f(x)dx$ con b > a	111
2.3.5	Teorema	111
2.4	Teorema fundamental del cálculo	113
2.4.1	Teorema	113
2.4.2	Teorema fundamental del cálculo integral	115
2.4.3	Teorema	118
2.5	Problemas resueltos	119
2.6	Integración por partes de integrales definidas	128
2.7	Cálculo de integrales definidas por sustitución o cambio de variables	129
2.8	Problemas resueltos	131
2.9	El teorema del valor medio para integrales	137
2.10	Problemas resueltos	139
2.11	Problemas propuestos	141

CAPITULO 4 Integrales impropias

1	Definición	145
2	Integral impropia cuando la función es discontinua	146
3	Integral impropia cuando los límites de integración son infinitos	147
4	Algunos criterios para la convergencia de integrales impropias	149
4.1	Criterio de comparación	149
4.2	Criterio de convergencia para funciones <u>discon</u> <u>tinuas</u>	150
4.3	Criterio de convergencia cuando un límite de integración es infinito	151

CONTENIDO

4.4	Algunos ejemplos de integrales impropias . . .	152
4.5	Problemas resueltos	155

CAPITULO 5 Métodos de integración

1	Integración de funciones racionales	169
1.1	Definición de función racional	169
1.2	Cálculo de integrales de la forma	
	$\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$	169
1.3	Integración de una función racional general	181
1.3.1	Método de descomposición en fracciones parciales	182
1.3.2	Método de Hermite	177
1.4	Problemas resueltos	182
2	Integración de algunas funciones irracionales	195
2.1	Integrales de la forma $\int \frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	195
2.2	Integrales de la forma $\int \frac{dx}{(x-d) \sqrt{ax^2 + bx + c}}$	196
2.3	Integrales de la forma $\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$	197
2.4	Integrales de la forma $\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	198
2.5	Integrales de la forma $\int \frac{dx}{(x-d)^n \sqrt{ax^2 + bx + c}}$	200
2.6	Problemas resueltos	201
2.7	Integrales de la forma	
	$\int R \left[x, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{r_1}, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{r_2}, \dots \right] dx$	204

CONTENIDO

2.8	Problemas resueltos	205
2.9	Integrales de la forma $\int x^p(a + bx^q)^r dx$	208
2.10	Problemas resueltos	209
3	Integración de funciones trigonométricas	213
3.1	Integrales de la forma $\int \text{sen}^m x \cos^n x dx$	213
3.2	Problemas resueltos	218
3.3	Integrales de la forma $\int \text{sen } mx \text{ sen } nx dx$ $\int \text{sen } mx \cos nx dx$ $\int \cos mx \cos nx dx$	225
3.4	Problemas resueltos	225
3.5	Integrales de la forma $\int R(\text{sen } x, \cos x) dx$	228
3.6	Problemas resueltos	230
3.7	Integrales de la forma $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	234
3.8	Problemas resueltos	235
4	Integración de funciones hiperbólicas	237
4.1	Definición de funciones hiperbólicas	237
4.2	Integrales usuales	239
4.3	Problemas resueltos	241
5	Fórmulas de reducción	246
5.1	Problemas resueltos	247

CAPITULO 6 Aplicaciones geométricas de la integral definida

1	Area de figuras en coordenadas rectangulares . . .	253
1.1	Definición	253
1.2	Area bajo una curva	254
1.3	Definición	254
1.4	Propiedades de la función área	255
1.5	Problemas resueltos	255
2	Area bajo una curva dada en forma paramétrica . . .	265
2.1	Teorema	265
2.2	Problemas resueltos	266
3	Area de figuras planas en coordenadas polares . . .	268
3.1	Coordenadas polares	268
3.2	Cambio de coordenadas	269
3.3	Area en coordenadas polares	269
3.4	Problemas resueltos	270
4	Longitud de arco de una curva plana	278
4.1	Definición	278
4.2	Cálculo de la longitud del arco de una curva plana	279
4.2.1	En coordenadas rectangulares	279
4.2.2	Longitud del arco cuando la curva es dada por ecuaciones paramétricas	282
4.2.3	Longitud del arco de curva en coordenadas polares	283
4.3	Problemas resueltos	285

CONTENIDO

5	Volumen de sólidos	293
5.1	Definición del volumen de un sólido en términos del área seccional	293
5.2	Volumen de un sólido de revolución	296
5.2.1	Método del disco circular	296
5.2.2	Nota	297
5.2.3	Método del anillo circular	298
5.2.4	Método del tubo cilíndrico	299
5.3	Volumen de un sólido de revolución en coordenadas polares	301
5.4	Problemas resueltos	303
5.5	Problemas propuestos	311
6	Área de una superficie de revolución	312
6.1	Área en coordenadas rectangulares	312
6.2	Área de una superficie de revolución cuando la curva es dada en forma paramétrica	313
6.3	Área de una superficie de revolución en coordenadas polares	314
6.4	Problemas resueltos	315

CAPÍTULO 7 Aplicaciones de la integral a problemas de Física

1	Masa, momentos estáticos y de inercia, y centro de masa	325
1.1	Caso I : Sistemas de puntos materiales	325
1.2	Caso II: Curvas planas	326
1.3	Caso III: Figuras planas	329

CONTENIDO

1.4	Caso IV : Superficie de revolución	333
1.5	Caso V : Sólidos	333
1.6	Teoremas de Pappus	336
1.7	Teorema de Steiner o de los ejes paralelos	339
1.8	Problemas resueltos	339
1.9	Problemas propuestos	351
2	Problemas de física	352
2.1	Camino recorrido por un puntos	352
2.2	Trabajo realizado por una fuerza	353
2.3	Energía cinética	353
2.4	Presión de un líquido	354
2.5	Problemas resueltos	355
	INDICE ALFABETICO	367