

Capítulo 6

- Lenguajes Formales.

Alfabetos y Cadenas

- Un alfabeto Σ es un conjunto finito no vacío.
- Una cadena w sobre Σ es una sucesión finita de elementos de Σ :

$$w = a_1 \dots a_n,$$
$$a_i \in \Sigma \quad (i = 1, \dots, n).$$

Igualdad de cadenas

Si $w_1 = a_1 \dots a_n$ y $w_2 = b_1 \dots b_n$ son dos cadenas sobre Σ ,

$$w_1 = w_2 \leftrightarrow a_i = b_i \quad (i = 1, \dots, n).$$

Longitud de una cadena

Sea $w = a_1 \dots a_n$ una cadena Σ , la longitud de la cadena w es: $|w| = n$.

Concatenación de cadenas

La concatenación de las cadenas

$w_1 = a_1 \dots a_n$ y $w_2 = b_1 \dots b_m$ es la cadena: $w_1 w_2 = a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m$, con $|w_1 w_2| = |w_1| + |w_2|$.

Definición de Σ^+

Se define Σ^+ por:

$$\Sigma^+ = \{ w / w \text{ es una cadena sobre } \Sigma, |w| \geq 1 \}.$$

Cadena nula

La cadena nula es la cadena ε tal que:

$$\varepsilon w = w\varepsilon = w \quad \forall w \in \Sigma^+, \\ \text{con } |\varepsilon| = 0.$$

Definición de Σ^*

Se define Σ^* por:

$$\Sigma^* = \{ w / w \text{ es una cadena sobre } \Sigma, |w| \geq 0 \}.$$

$$(\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \{ \varepsilon \})$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces:

$$\Sigma^+ = \{a, b, c, aa, cb, \dots, aac, cbc, \dots\}.$$

Si $w_1 = abbc \in \Sigma^+$, con $|w_1| = 4$,

$w_2 = bacca \in \Sigma^+$, con $|w_2| = 5$, entonces:

$w_1 w_2 = abbcbacca \in \Sigma^+$, con $|w_1 w_2| = 9$,

$w_2 w_1 = baccaabbc \in \Sigma^+$, con $|w_2 w_1| = 9$,

pero $w_1 w_2 \neq w_2 w_1$.

Definición de a^n ($a \in \Sigma$ y $n \in \mathbb{Z}^+$)

Si $a \in \Sigma$ y $n \in \mathbb{Z}^+$, definimos:

$$a^0 = \varepsilon$$

$$a^n = aa^{n-1}, \quad n \geq 1.$$

$$(|a^n| = n)$$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces:

$$w_1 = a^2 = aa$$

$$w_2 = a^4 = aaaa$$

$$w_3 = a^2 a^4 = a^6 = aaaaaa$$

$$w_4 = a^4 a^2 = a^6 = aaaaaa$$

$$w_5 = ba^3cc = baaacc$$

Teorema

Si Σ es un conjunto finito no vacío, entonces Σ^* es un conjunto infinito numerable.

Lenguajes Formales

Sea Σ es un conjunto finito no vacío.

L es un lenguaje formal sobre Σ ,
si $L \subset \Sigma^*$.

Ejemplo

Si $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces son lenguajes sobre Σ los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned}L_1 &= \{a, aa, ab, ac\}, \\L_2 &= \{a^n c b^n \mid n \geq 0\} \\&= \{c, acb, aacbb, aaacbbb, \dots\}, \\L_3 &= \emptyset.\end{aligned}$$

Ejemplo

Sea $L = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
un lenguaje sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

$w_1 = 010 \in L$,
 $w_2 = 100 \in L$,
pero $w_1 w_2 = 010100 \notin L$.

Operaciones con Lenguajes

Sean L_1 y L_2 dos lenguajes sobre el alfabeto Σ .

- 1) Intersección: $L_1 \cap L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$
- 2) Unión: $L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$
- 3) Diferencia: $L_1 - L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2\}$
- 4) Concatenación: $L_1 L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \text{ y } w_2 \in L_2\}$
- 5) Clausura: $L_1^* = \{w_1 \dots w_k \mid k \geq 1 \text{ y } w_i \in L_1, i = 1, \dots, k\} \cup \{\varepsilon\}$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{a, b, c\}$, $L_1 = \{ab, ac\}$ y $L_2 = \{ab, b\}$, entonces:

$$\begin{aligned}L_1 \cap L_2 &= \{ab\} \\L_1 \cup L_2 &= \{ab, ac, b\} \\L_1 - L_2 &= \{ac\} \\L_1 L_2 &= \{abab, abb, acab, acb\} \\L_2 L_1 &= \{abab, abac, bab, bac\} \\L_1^* &= \{\varepsilon, ab, ac, abab, abac, acac, acab, ababab, \dots\} \\L_2^* &= \{\varepsilon, ab, b, abab, abb, bb, bab, ababab, \dots\}\end{aligned}$$

Expresiones Regulares

El conjunto de expresiones regulares (E.R.) sobre un alfabeto Σ es el conjunto de cadenas sobre el alfabeto: $\Sigma \cup \{(\, , \emptyset, |, *\}$

definido recursivamente por:

- R1) \emptyset es E.R.
- R2) Si $a \in \Sigma$, entonces a es E.R.
- R3) Si α y β son E.R., entonces $\alpha\beta$ es E.R.
- R4) Si α y β son E.R., entonces $(\alpha | \beta)$ es E.R.
- R5) Si α es E.R., entonces $(\alpha)^*$ es E.R.

Sea α una expresión regular sobre Σ .

Si $\alpha \in \Sigma$ o $\alpha = (\dots)$,
entonces $(\alpha)^*$ se representa por: α^*

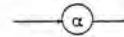
Ejemplo

Si $\Sigma = \{a, b, c\}$,
entonces son expresiones regulares sobre Σ
las siguientes expresiones:

- $\alpha_1 = a$
- $\alpha_2 = abaac$
- $\alpha_3 = (a | b)$
- $\alpha_4 = a^*$
- $\alpha_5 = (a | b)^*$
- $\alpha_6 = ab(a | b)(ac)^*$

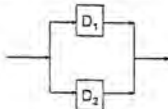
Diagramas sintácticos para expresiones regulares

Si $\alpha \in \Sigma$, el diagrama para α es:

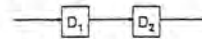


Si D_1 y D_2 son los diagramas
para las expresiones regulares α_1 y α_2 , entonces:

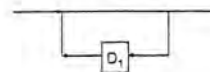
El diagrama para $(\alpha_1 | \alpha_2)$ es:



El diagrama para $\alpha_1\alpha_2$ es:

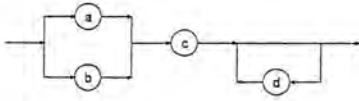


El diagrama para $(\alpha_1)^*$ es:



Ejemplo

El diagrama sintáctico para la expresión regular $\alpha = (a | b)cd^*$ es:



Lenguaje generados por expresiones regulares

Dado el alfabeto Σ , se define recursivamente $L(\alpha)$, el lenguaje generado por la expresión regular α , por:

- L1) $L(\emptyset) = \{\epsilon\}$
- L2) Si $a \in \Sigma$, $L(a) = \{a\}$
- L3) Si α y β son E.R., $L(\alpha\beta) = L(\alpha)L(\beta)$
- L4) Si α y β son E.R., $L((\alpha | \beta)) = L(\alpha) \cup L(\beta)$
- L5) Si α es E.R., $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{0, 1\}$.

Dada la expresión regular $\alpha = 00(0 | 1)^*11$, el lenguaje generado por α , es:

$L(\alpha) = \{ w \in \Sigma^* / w \text{ comienza con dos ceros y } w \text{ termina con dos unos} \}$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{0, 1\}$.

Dada la expresión regular $\alpha = (0^* | 1^*)$, el lenguaje generado por α , es:

$L(\alpha) = \{ w \in \Sigma^* / w \text{ sólo contiene ceros o } w \text{ sólo contiene unos o } w \text{ es la cadena nula} \}$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{0, 1\}$.

Dada la expresión regular $\alpha = 0^*10^*10^*$, el lenguaje generado por α , es:

$L(\alpha) = \{ w \in \Sigma^* / w \text{ tiene dos unos} \}$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{0, 1\}$.

Dada la expresión regular $\alpha = 0^*(0^*10^*10^*)^*$,
el lenguaje generado por α , es:

$L(\alpha) = \{w \in \Sigma^* / w \text{ tiene un número par de unos}\}$

Ejemplo

Dada la expresiones regulares:

$\alpha_1 = (01)^*00$ y $\alpha_2 = 0(10)^*0$,

entonces:

$L(\alpha_1) = L(\alpha_2)$.

Autómatas finitos

Un autómata finito A es un quintuple $A = (\Sigma, S, T, i, M)$.

Donde:

Σ es un conjunto finito de símbolos de entrada,
llamado alfabeto de entrada.

S es un conjunto finito de estados,
llamado conjunto de estados.

T es un subconjunto de S,
llamado conjunto de estados de aceptación.

i es un elemento de S, llamado estado inicial.

M es una relación de $S \times \Sigma$ en S,
llamada relación de estados.

Autómatas determinísticos y Autómatas no determinísticos

El autómata A es determinístico,
si la relación de estados M es una función.

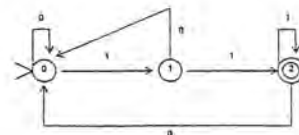
El autómata A es no determinístico,
Si la relación de estados M no es una función.

Ejemplo

Sea $A = (\Sigma, S, T, i, M)$ un autómata finito,
con $\Sigma = \{0, 1\}$, $S = \{0, 1, 2\}$, $T = \{2\}$, $i = 0$
y $M: S \times \Sigma \rightarrow S$ definida por:

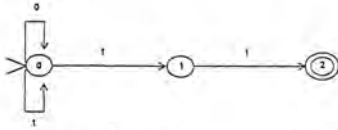
A	M
S	0 1
0	0 1
1	0 2
2	0 2

A es un autómata determinístico,
y su diagrama es:



Ejemplo

Si el diagrama del autómata A es:



El autómata A es no determinístico.

Configuraciones

Sea $A = (\Sigma, S, T, i, M)$ un autómata finito.

Una configuración es un par $(s, w) \in S \times \Sigma^*$

Paso de una configuración a otra

De la configuración (s, w) se pasa, en un paso, a la configuración (s', w') y se representa:

$$(s, w) \rightarrow (s', w')$$

si y sólo si $w = aw'$ y $M(s, a) = s'$

De la configuración (s, w) se pasa, en cero o más pasos, a la configuración (s', w') y se representa:

$$(s, w) \xrightarrow{*} (s', w')$$

si y sólo si

$\xrightarrow{*}$ es la relación de accesibilidad, de la relación entre configuraciones: \rightarrow

Cadenas aceptadas por Autómatas

Sea $A = (\Sigma, S, T, i, M)$ un autómata finito.

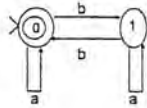
Una cadena $w \in \Sigma^*$ es aceptada por A, si existe $j \in T$ tal que: $(i, w) \xrightarrow{*} (j, \epsilon)$

Lenguajes generados por autómatas

El lenguaje generado por el autómata A, es $L(A) = \{ w \in \Sigma^* / w \text{ es aceptada por A} \}$

Ejemplo

Dado el autómata A:



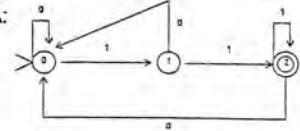
Si $w = aabba \in \Sigma^*$:

$(0, aabba) \rightarrow (0, abba) \rightarrow (0, bba) \rightarrow (1, ba) \rightarrow (0, a) \rightarrow (0, \epsilon)$
 como $0 \in T$, entonces $w \in L(A)$.

$L(A) = \{w \in \{a,b\}^* / w \text{ tiene un número par de letras } b\}$

Ejemplo

Dado el autómata A:



$L(A) = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ termina con dos unos}\}$

Algoritmo de Thompson

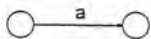
Dada una expresión regular α ,
 el algoritmo de Thompson permite encontrar
 un autómata finito determinístico A,
 tal que $L(A) = L(\alpha)$.

1) Dada la expresión regular α ,
 se encuentra
 un autómata finito no determinístico AN,
 tal que $L(AN) = L(\alpha)$.

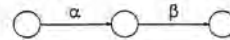
1) Para la cadena nula ϵ se construye:



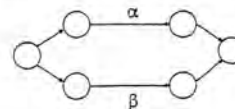
2) Para $a \in \Sigma$ se construye:



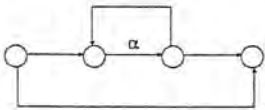
3) Para $\alpha\beta$ se construye:



4) Para $(\alpha | \beta)$ se construye:



5) Para α^* se construye:



II) Dado un autómata finito no determinístico AN, se encuentra un autómata finito determinístico A, tal que $L(A) = L(AN)$.

Dado un autómata finito no determinístico $AN = (\Sigma, S, T, i, M)$.

Para $R \subset S$ y $a \in \Sigma$ definimos:

$$cl(R) = \{ t \in S \mid \exists p \in R: \textcircled{p} \xrightarrow{a} \textcircled{t} \}$$

$$Mov(R, a) = \{ t \in S \mid \exists p \in R: \textcircled{p} \xrightarrow{a} \textcircled{t} \}$$

1) Se hace $DS = \{s_0\}$, donde $s_0 = cl(\{i\})$.

2) Mientras hayan estados no "marcados" en DS hacer:

- a) Tomar un $s_i \in DS$ no "marcado" y "marcarlo".
- b) Para todo $a \in \Sigma$ hacer:
 - i) $DM(s_i, a) = cl(Mov(s_i, a))$.
 - ii) Si $DM(s_i, a) \notin DS$, entonces Incluir $s_{i+1} = DM(s_i, a)$ en DS.

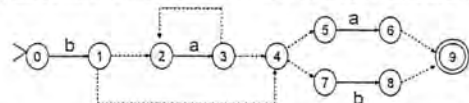
3) Se hace $DT = \{s_i \mid s_i \cap T \neq \emptyset\}$.

4) Se hace $A = (\Sigma, DS, DT, s_0, DM)$.

Ejemplo

Dada la expresión regular $\alpha = ba^*(a \mid b)$.

I) Encontrar un autómata finito no determinístico AN:



II) Encontrar un autómata finito determinístico A:

1) $s_0 = cl(\{0\}) = \{0\}$.

- 2) $DM(s_0, a) = cl(\emptyset) = \emptyset = s_1$
 $DM(s_0, b) = cl(\{1\}) = \{1, 2, 4, 5, 7\} = s_2$
 $DM(s_1, a) = cl(\emptyset) = s_1$
 $DM(s_1, b) = cl(\emptyset) = s_1$
 $DM(s_2, a) = cl(\{3, 6\}) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\} = s_3$
 $DM(s_2, b) = cl(\{8\}) = \{8, 9\} = s_4$
 $DM(s_3, a) = cl(\{3, 6\}) = s_3$
 $DM(s_3, b) = cl(\{8\}) = s_4$
 $DM(s_4, a) = cl(\emptyset) = s_1$
 $DM(s_4, b) = cl(\emptyset) = s_1$

- 3) $DT = \{s_3, s_4\}$

DM está definida por

A	DM	
DS	a	b
s_0	s_1	s_2
s_1	s_1	s_1
s_2	s_3	s_4
s_3	s_3	s_4
s_4	s_1	s_1

- 4) $A = (\Sigma, DS, DT, s_0, DM)$

donde:

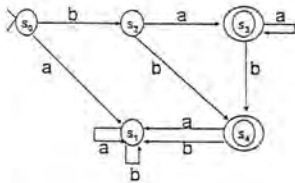
$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$DS = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$$

$$DT = \{s_3, s_4\}$$

El estado inicial es s_0

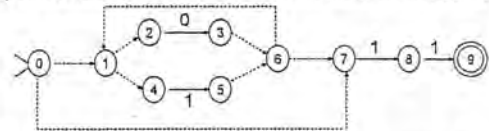
El diagrama del autómata A es:



Ejemplo

Dada la expresión regular $\alpha = (0 | 1)^*11$.

I) Encontrar un autómata finito no determinístico AN:



II) Encontrar un autómata finito determinístico A:

- 1) $s_0 = cl(\{0\}) = \{0, 1, 2, 4, 7\}$.

- 2) $DM(s_0, 0) = cl(\{3\}) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\} = s_1$
 $DM(s_0, 1) = cl(\{5, 8\}) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\} = s_2$
 $DM(s_1, 0) = cl(\{3\}) = s_1$
 $DM(s_1, 1) = cl(\{5, 8\}) = s_2$
 $DM(s_2, 0) = cl(\{3\}) = s_1$
 $DM(s_2, 1) = cl(\{5, 8, 9\}) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = s_3$
 $DM(s_3, 0) = cl(\{3\}) = s_1$
 $DM(s_3, 1) = cl(\{5, 8, 9\}) = s_3$

- 3) $DT = \{s_3\}$

DM está definida por

A	DM	
DS	0	1
s_0	s_1	s_2
s_1	s_1	s_1
s_2	s_1	s_3
s_3	s_1	s_3

- 4) $A = (\Sigma, DS, DT, s_0, DM)$

donde:

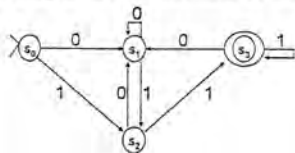
$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$DS = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$$

$$DT = \{s_3\}$$

El estado inicial es s_0

El diagrama del autómata A es:



Gramáticas de Estructura de Frase

Una gramática de estructura de frase G es un cuádruple $G = (ST, SN, n_0, R)$.

Donde:

ST es un conjunto finito de símbolos terminales, llamado conjunto de símbolos terminales.

SN es un conjunto de símbolos no terminales, llamado conjunto de símbolos no terminales.

($ST \cap SN = \emptyset$ y $SI = ST \cup SN$)

n_0 es un elemento de SN , llamado símbolo inicial.

R es una relación en SI^* ,

llamada relación de producción.

Si $w, w' \in SI^*$, entonces $w R w'$ se representa por:

$w \rightarrow w'$

($R \equiv \rightarrow$).

Si $w \rightarrow w'$, entonces $r: w \rightarrow w'$ es una producción.

($R = \{ r / r \text{ es una producción} \}$).

Relación de sustitución

La relación de sustitución \Rightarrow es una relación en SI^* , definida por:

$x \Rightarrow y$ si y sólo si $\exists r_i: w \rightarrow w'$ tal que:

$x = l_1 w l_2, y = l_1 w' l_2$

Relación de derivación

La relación de derivación \Rightarrow^* es una relación en SI^* , definida por:

$x \Rightarrow^* y$ si y sólo si \Rightarrow^* es la relación de accesibilidad de \Rightarrow .

Oraciones adecuadamente construidas

Dada una gramática $G = (ST, SN, n_0, R)$.

Una cadena $w \in ST^*$ es una oración adecuadamente construida,

si $n_0 \Rightarrow^* w$.

Lenguajes generados por gramáticas

El lenguaje generado por la gramática G ,
es $L(G) = \{ w \in ST^* / w \text{ es una oración} \\ \text{adecuadamente construida} \}$

Ejemplo

Sea $G = (ST, SN, n_0, R)$ una gramática,
donde:
 $ST = \{ \text{Iván, Ana, corre, juega, rápidamente,} \\ \text{frecuentemente} \},$
 $SN = \{ \text{Oración, sujeto, predicado, verbo,} \\ \text{adverbio} \},$
 $n_0 = \text{Oración}$

y las producciones de R son:

- $r_1 : \text{Oración} \rightarrow \text{sujeto predicado} .$
- $r_2 : \text{predicado} \rightarrow \text{verbo adverbio} .$
- $r_3 : \text{sujeto} \rightarrow \text{Iván} .$
- $r_4 : \text{sujeto} \rightarrow \text{Ana} .$
- $r_5 : \text{verbo} \rightarrow \text{corre} .$
- $r_6 : \text{verbo} \rightarrow \text{juega} .$
- $r_7 : \text{adverbio} \rightarrow \text{frecuentemente} .$
- $r_8 : \text{adverbio} \rightarrow \text{rápidamente} .$

Como:

Oración \Rightarrow sujeto predicado
 \Rightarrow Ana predicado
 \Rightarrow Ana verbo adverbio
 \Rightarrow Ana juega adverbio
 \Rightarrow Ana juega frecuentemente

entonces:

$n_0 \Rightarrow^* \text{Ana juega frecuentemente}$
Luego: $\text{Ana juega frecuentemente} \in L(G)$

Gramáticas de Contexto libre

Una gramática es de contexto libre,
si sus producciones r_i son de la forma

$$r_i: n_j \rightarrow x_1 \dots x_p,$$

donde $n_j \in SN$ y $x_k \in SI$ ($k = 1, \dots, p$).

Ejemplo

La gramática del ejemplo anterior,
es una gramática de contexto libre.

Gramáticas Regulares

Sea G una gramática de contexto libre, con producciones de la forma

$$r_i: \eta_i \rightarrow x_1 \dots x_p,$$

donde $\eta_i \in SN$ y $x_k \in SI$ ($k = 1, \dots, p$).

G es una gramática regular,

si $x_k \in ST$ ($k = 1, \dots, p - 1$).

Ejemplo

La gramática del ejemplo anterior, es una gramática de contexto libre, pero no es una gramática regular.

Teorema

$L = L(G)$, con G una gramática regular \leftrightarrow

$L = L(\alpha)$, con α una expresión regular \leftrightarrow

$L = L(A)$, con A un autómata determinístico

Formas de Backus - Naur

Las formas de Backus - Naur son notaciones para las producciones de las gramáticas de contexto libre.

Si $\eta_i \in SN$ y $w, w_1, w_2 \in SI^*$, entonces:

$\eta_i \rightarrow w$ se representa por

$$\langle \eta_i \rangle ::= w$$

$\eta_i \rightarrow w_1$ y $\eta_i \rightarrow w_2$ se representan por

$$\langle \eta_i \rangle ::= w_1 \mid w_2$$

Si $w \in SN$ se representa por $\langle w \rangle$.

Ejemplo

Sea $G = (ST, SN, n_0, R)$ una gramática

donde:

$$ST = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, .\},$$

$$SN = \{\text{real, fracción, entero, dígito, signo}\},$$

$$n_0 = \text{real}$$

y las producciones de R son:

$$r_1: \langle \text{real} \rangle ::= \langle \text{entero} \rangle \langle \text{fracción} \rangle \mid \langle \text{entero} \rangle \mid \langle \text{fracción} \rangle \mid \langle \text{signo} \rangle \langle \text{real} \rangle$$

$$r_2: \langle \text{fracción} \rangle ::= \cdot \langle \text{entero} \rangle \mid \cdot$$

$$r_3: \langle \text{entero} \rangle ::= \langle \text{dígito} \rangle \mid \langle \text{dígito} \rangle \langle \text{entero} \rangle$$

$$r_4: \langle \text{dígito} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

$$r_5: \langle \text{signo} \rangle ::= + \mid -$$

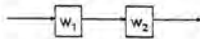
como: real \Rightarrow entero fracción
 \Rightarrow dígito entero fracción
 \Rightarrow dígito dígito fracción
 \Rightarrow dígito dígito . entero
 \Rightarrow dígito dígito . dígito entero
 \Rightarrow dígito dígito . dígito dígito
 \Rightarrow 5 dígito . dígito dígito
 \Rightarrow 5 3 . dígito dígito
 \Rightarrow 5 3 . 0 dígito
 \Rightarrow 5 3 . 0 4

entonces: $n_a \Rightarrow^* 53.04$
 luego: $53.04 \in L(G)$

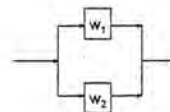
Diagramas sintácticos para las producciones en Formas de Backus - Naur

Si $w, w_1, w_2 \in SI$:

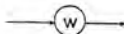
El diagrama para la producción:
 $\langle w \rangle ::= \langle w_1 \rangle \langle w_2 \rangle$ es:



El diagrama para la producción:
 $\langle w \rangle ::= \langle w_1 \rangle | \langle w_2 \rangle$ es:

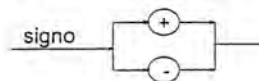


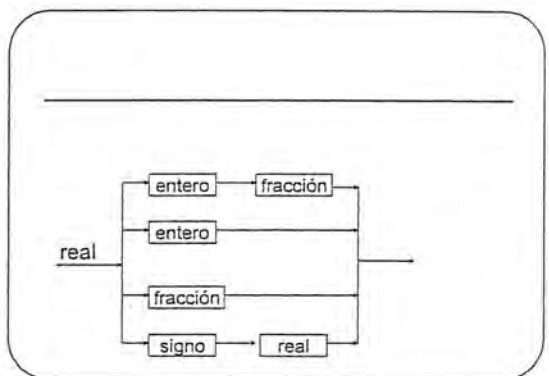
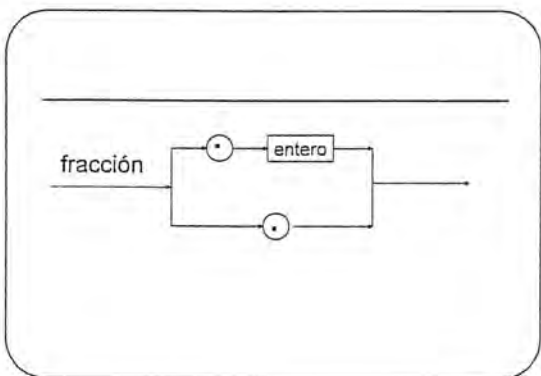
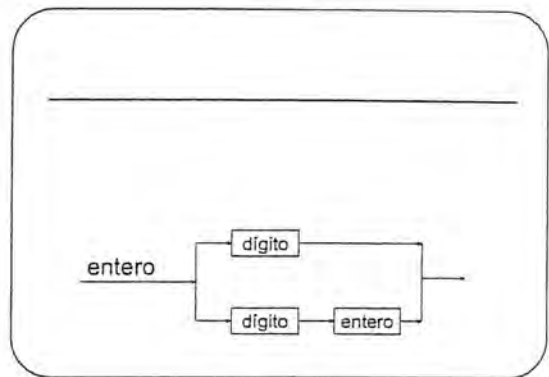
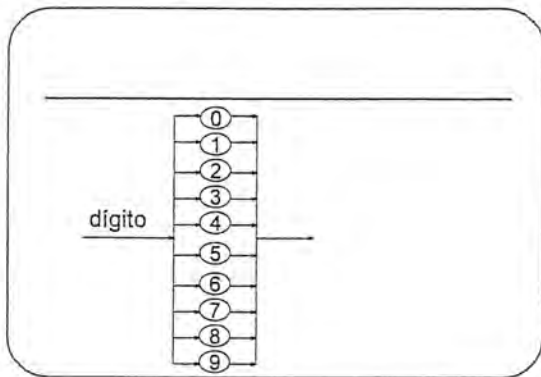
Si $w \in ST$, el diagrama para w es:



Ejemplo

Los diagramas sintácticos, para las producciones de la gramática del ejemplo anterior, son:





Ejemplo

Dada la expresión regular $\alpha = (0|1)^*11$
 Si $G = (ST, SN, n_o, R)$ es una gramática, donde:
 $ST = \{0, 1\}$, $SN = \{V\}$, $n_o = V$
 y las producciones de R son:
 $r_1: V \rightarrow 0V$
 $r_2: V \rightarrow 1V$
 $r_3: V \rightarrow 11$
 Entonces: $L(G) = L(\alpha)$.

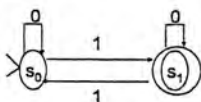
Gramática regular generada por un autómata

El autómata $A = (\Sigma, S, T, i, M)$
 genera la gramática $G = (ST, SN, n_o, R)$,
 donde:

$ST = \Sigma$, $SN = S$, $n_o = i$
 y las producciones de R son:
 $s_i \rightarrow as_j$, si $M(s_i, a) = s_j$
 $s_i \rightarrow a$, si $M(s_i, a) \in T$

Ejemplo

Dado el autómata A cuyo diagrama es:



El autómata A genera la gramática $G = (ST, SN, n_0, R)$
donde: $ST = \{0, 1\}$, $SN = \{s_0, s_1\}$, $n_0 = s_0$
y las producciones de R son:

- $s_0 \rightarrow 0 s_0$
- $s_0 \rightarrow 1 s_1$
- $s_1 \rightarrow 0 s_0$
- $s_1 \rightarrow 1 s_1$
- $s_0 \rightarrow 1$
- $s_1 \rightarrow 0$
